Ekstraoppgaver 2 – Løsningsforslag

Oppgave 1

a) For eksempel: Fx = x er en tiger, Gx = x er et kattedyr
(og utallige andre muligheter)

b) For eksempel: UD = {1,2,3} F = {1,2} G = {1,2,3}

(De eneste som ikke går er hvis F inneholder noen som ikke er i G, eller hvis F eller G er tom.)

c) For eksempel: UD = {1,2,3} F = {1,2} G = {3}

d) For eksempel: UD = {1,2,3} F = {1,2} G = {2,3}

Oppgave 2
Hvis premissene og negasjonen av konklusjonen er utilfredsstillbare sammen, så er slutningen en gyldig slutning. Så vi forsøker å vise at det nevnte sett av skjemaer er utilfredsstillbart.

a)
Skjemaer:

$(\forall x)\ (Fx \supset Gx)$	(premiss)
$(\exists x)\ Fx$	(premiss)
$-(\exists x)\ Gx$	(negasjon av konklusjon)

Vi må omforme det siste skjemaet – vi må bare ha skjemaer som begynner med $(\exists)$ eller $(\forall)$, så vi får:

Skjemaer:

$(\forall x)\ (Fx \supset Gx)$	(premiss)
$(\exists x)\ Fx$	(premiss)
$(\forall x) - Gx$	(negasjon av konklusjon)

Så skal vi generere en liste av instanser, etter reglene i metoden. Det er et eksistensskjema – så den gir den første instansen. Vi får/trenger bare en instansieringsvariabel (for vi har bare ett $\exists$ skjema), og dermed bare en instans per universelle skjema.

Instansliste:
Fx
$Fx \supset Gx$
$-Gx$

Nå skal disse sjekkes for utsagnslogisk tilfredsstillbarhet, f.eks. i sannhetstabell[1]. (Her kan Fx behandles som et atomært utsagn (som en utsagnsbokstav) og Gx som en annen).

Gx	**Fx**	**−Gx**	**Fx ⊃ Gx**
s	**s**	**u**	**s**
s	**u**	**u**	**s**
u	**s**	**s**	**u**
u	**u**	**s**	**s**

Instansene er ikke sanne samtidig i noe tilfelle, så de er utilfredsstillbare, og slutningen er gyldig.

b)

<u>Skjemaer:</u>
−(∃x) (−Fx • Gx) (premiss)
(∃x) Gx (premiss)
−(∃x) Fx (negasjon av konklusjon)

<u>Skjemaer - omformet:</u>
(∀x) −(−Fx • Gx) (premiss)
(∃x) Gx (premiss)
(∀x) −Fx (negasjon av konklusjon)

<u>Instansliste:</u>
Ga
−(−Fa • Ga)
−Fa

Sjekk for utsagnslogisk forenlighet:

Fa	**Ga**	**−Fa**	−Fa • Ga	**−(−Fa • Ga)**
s	**s**	**u**	u	**s**
s	**u**	**u**	u	**s**
u	**s**	**s**	s	**u**
u	**u**	**s**	u	**s**

Instansene kan ikke være sanne samtidig – slutningen er gyldig.

[1] Vi trenger ikke nødvendigvis bruke sannhetstabell her, men det er en oversiktlig metode. Et uformelt argument om at instansene er uforenlige/utilfredsstillbare er også tilstrekkelig.

c)

<u>Skjemaer:</u>

$(\forall x)\ (Gx \supset Hx)$	(premiss)
$(\forall x)\ (Hx \supset Fx)$	(premiss)
$-(\forall x)\ (Gx \supset Fx)$	(negasjon av konklusjon)

<u>Skjemaer omformet:</u>

$(\forall x)\ (Gx \supset Hx)$	(premiss)
$(\forall x)\ (Hx \supset Fx)$	(premiss)
$(\exists x)\ -(Gx \supset Fx)$	(negasjon av konklusjon)

<u>Instansliste:</u>

$-(Ga \supset Fa)$
$Ga \supset Ha$
$Ha \supset Fa$

Sjekk for utsagnslogisk forenlighet:

Fa	Ga	Ha	$Ga \supset Fa$	**$Ga \supset Ha$**	**$Ha \supset Fa$**	**$-(Ga \supset Fa)$**
s	s	s	s	**s**	**s**	**u**
s	s	u	s	**u**	**s**	**u**
s	u	s	s	**s**	**s**	**u**
s	u	u	s	**s**	**s**	**u**
u	s	s	u	**s**	**u**	**s**
u	s	u	u	**u**	**s**	**s**
u	u	s	s	**s**	**u**	**u**
u	u	u	s	**s**	**s**	**u**

Instansene kan ikke være sanne samtidig – slutningen er gyldig.