Løsningsforslag – Deduksjon i utsagnslogikk

1) a)

[1]	(1)	p • q	P
[1]	(2)	p	(1) •elim
[1]	(3)	p v q	(2) v-intro

1) b)

[1]	(1)	a ⊃ b	P
[2]	(2)	b ⊃ c	P
[3]	(3)	c ⊃ d	P
[4]	(4)	a	P
[1,4]	(5)	b	(1,4) mp
[1,2,4]	(6)	c	(2,5) mp
[1,2,3,4]	(7)	d	(3,6) mp
[1,2,3]	(8)	a ⊃ d	[4](7) D

1) c)

[1]	(1)	r	P
[2]	(2)	p	P
[2]	(3)	p v q	(2) v-intro
[1,2]	(4)	r • (p v q)	(1,3) •intro

1) d)

[1]	(1)	−p	P
[2]	(2)	r	P
[3]	(3)	q ⊃ p	P
[1,3]	(4)	−q	(1,3) mt
[1,2,3]	(5)	−q • r	(2,4) •intro

1) g)

[1]	(1)	−r v −s	P
[2]	(2)	p ⊃ (r • s)	P
[1]	(3)	−(r • s)	(1) ekv
[1,2]	(4)	−p	(2,3) mt

1) k)

[1]	(1)	$f \supset g$	P
[2]	(2)	$-(h \bullet g)$	P
[3]	(3)	h	P
[2]	(4)	$-h \vee -g$	(2) ekv
[3]	(5)	$--h$	(3) ekv
[2,3]	(6)	$-g$	(4,5) v-elim
[1,2,3]	(7)	$-f$	(1,6) mt

NB: Det ville være OK å droppe linje (5), dvs. å bruke v-elim på linje (3,4) direkte.

1) l)

[1]	(1)	$(a \bullet b) \supset c$	P
[2]	(2)	$a \bullet -c$	P
[2]	(3)	$-c$	(2) •elim
[1,2]	(4)	$-(a \bullet b)$	(1,3) mt
[1,2]	(5)	$-a \vee -b$	(4) ekv
[2]	(6)	a	(2) •elim
[2]	(7)	$--a$	(6) ekv
[1,2]	(8)	$-b$	(5,7) v-elim

NB: Det ville være OK å droppe linje (7), dvs. å bruke v-elim på linje (5,6) direkte.

1) m)

[1]	(1)	$d \vee -a$	P
[2]	(2)	$-(a \bullet -b) \supset -c$	P
[3]	(3)	$-d$	P
[1,3]	(4)	$-a$	(1,2) v-elim
[1,3]	(5)	$-a \vee b$	(4) v-intro
[1,3]	(6)	$-(a \bullet -b)$	(5) ekv
[1,2,3]	(7)	$-c$	(2,6) mp

1) o)

[1]	(1)	$p \equiv (q \vee r)$	P
[2]	(2)	$-r$	P
[1]	(3)	$(p \supset (q \vee r)) \bullet ((q \vee r) \supset p)$	(1) ekv
[1]	(4)	$p \supset (q \vee r)$	(3) •elim
[1]	(5)	$(q \vee r) \supset p$	(3) •elim
[6]	(6)	p	P
[1,6]	(7)	$q \vee r$	(4,6) mp
[1,2,6]	(8)	q	(2,7) v-elim
[1,2]	(9)	$p \supset q$	[6](8) D
[10]	(10)	q	P
[10]	(11)	$q \vee r$	(10) v-intro
[1,10]	(12)	p	(5,11) mp
[1]	(13)	$q \supset p$	[10](12) D
[1,2]	(14)	$(p \supset q) \bullet (q \supset p)$	(9,13) •intro
[1,2]	(15)	$p \equiv q$	(14) ekv

2) b)

[1]	(1)	q	P
[1]	(2)	$--q \vee q$	(1) v-intro
[1]	(3)	$-q \supset q$	(1) ekv
	(4)	$q \supset (-q \supset q)$	[1](3) D

NB: uten (den tilfeldige og selvpålagte) begrensningen på hvilke ekvivalenser vi valgte å bruke i oppgaveteksten kunne vi gått fra linje 1 til 3 direkte ved ekvivalent omforming.

2 c)

[1]	(1)	a	P
[1]	(2)	a	(1) ekv
	(3)	$a \supset a$	[1](2) D
	(4)	$-(a \bullet -a)$	(3) ekv

2 d)

[1]	(1)	$p \bullet q$	P
[1]	(2)	p	(1) •elim
[1]	(3)	$p \vee r$	(2) v-intro
	(4)	$(p \bullet q) \supset (p \vee r)$	[1](3) D
	(5)	$(p \vee r) \vee -(p \bullet q)$	(4) ekv

5) Var ikke nødvendigvis en ”nøtt” i det hele tatt … I alle fall var følgende mulig:

[1]	(1)	$-p \supset p$	P
[1]	(2)	p	(1) ekv

Det blir litt mer komplisert å bruke ”hintet” jeg ga:

[1]	(1)	$-p \supset p$	P
[2]	(2)	p	P
[2]	(3)	p	(2) ekv
	(4)	$p \supset p$	[2](3) D
	(5)	$-(-p \bullet p)$	(4) ekv
[6]	(6)	$-p$	P
[1,6]	(7)	p	(1,6) mp
[1,6]	(8)	$-p \bullet p$	(6,7) •intro
[1]	(9)	$-p \supset (-p \bullet p)$	[6](8) D
[1]	(10)	p	(5,9) mt

6)

[1]	(1)	$(r \bullet s) \vee (p \bullet -q)$	P
[2]	(2)	$p \supset s$	P
[3]	(3)	$-s$	P
[2,3]	(4)	$-p$	(2,3) mt
[2,3]	(5)	$-p \vee q$	(4) v-intro
[2,3]	(6)	$-(p \bullet -q)$	(5) ekv
[1,2,3]	(7)	$r \bullet s$	(1,6) v-elim
[1,2,3]	(8)	s	(7) •elim
[1,2,3]	(9)	$-s \bullet s$	(3,8) •intro
[1,2]	(10)	$-s \supset (-s \bullet s)$	[3](9) D
[11]	(11)	s	P
[11]	(12)	s	(11) ekv
	(13)	$s \supset s$	[11](12) D
	(14)	$-(-s \bullet s)$	(13) ekv
[1,2]	(15)	s	(10,14) mt