Del III A

Oppgave 1

Merk: Noen ganger er det flere mulige løsninger fordi det finnes ekvivalente varianter.

a)	Every solid is soluble in some liquid	$(\forall x)\ (Sx \supset (\exists y)\ (Ly \bullet Sxy))$
b)	There is a liquid in which every solid is soluble	$(\exists x)\ (Lx \bullet (\forall y)\ (Sy \supset Syx))$
c)	There is a river in America that is longer than any river in Europe	$(\exists x)\ (Rx \bullet Ax \bullet (\forall y)\ ((Ry \bullet Ey) \supset Lxy))$
d)	Not every river in America is longer than every river in Europe	$-(\forall x)\ (\forall y)\ ((Rx \bullet Ax \bullet Ry \bullet Ey) \supset Lxy)$
e)	Nobody likes all of the people she knows	$-(\exists x)\ (\forall y)\ (Kxy \supset Lxy)$
f)	Everyone knows someone to whom she is unknown	$(\forall x)\ (\exists y)\ (Kxy \bullet -Kyx)$
g)	There is someone who likes no one she knows.	$(\exists x)\ (\forall y)\ (Kxy \supset\ -Lxy)$
h)	Someone who helps a person will be helped by someone.	$(\forall x)\ [\ (\exists y)\ Hxy \supset (\exists z)\ Hzx\ ]$
i)	Anyone who helps all those who help her is helped by all those she helps.	$(\forall x)\ (\ [(\forall y)\ (Hyx \supset Hxy)] \supset$ $[(\forall z)\ (Hxz \supset Hzx)]\ )$ NB: $(\forall x)\ (\forall y)\ (Hxy \equiv Hyx)$ er feil.
j)	A person who helps someone helps herself.	$(\forall x)\ ((\exists y)\ Hxy \supset Hxx)$
k)	There is someone who helps all those who help themselves.	$(\exists x)\ (\forall y)\ (Hyy \supset Hxy)$
l)	There is someone who helps only those who help themselves.	$(\exists x)\ (\forall y)\ (Hxy \supset Hyy)$

Oppgave 2

a)	A soprano who respects all tenors fails to respect herself	$(\forall x)\ [\ (Sx \bullet (\forall y)\ (Ty \supset Rxy)) \supset -Rxx\ ]$
b)	A tenor who is louder than all sopranos is respected by all sopranos.	$(\forall x)\ [\ (Tx \bullet (\forall y)\ (Sy \supset Lxy)) \supset$ $(\forall y)\ (Sy \supset\ Ryx)]$

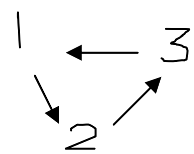
c)	No tenor who is louder than all sopranos respects any soprano.	$-(\exists x)\ [\ (Tx \bullet (\forall y)\ (Sy \supset Lxy)) \bullet (\exists z)\ (Sz \bullet Rxz)\ ]$
d)	A tenor who is louder than some soprano is also louder than some tenor.	$(\forall x)\ [(Tx \bullet (\exists y)\ (Sy \bullet Lxy)) \supset (\exists z)\ (Tz \bullet Lxz)\ ]$ Dette er ekvivalent med: $(\forall x)\ (\forall y)\ [(Tx \bullet Sy \bullet Lxy) \supset (\exists z)\ (Tz \bullet Lxz)\ ]$ Begge disse (og noen fler) er riktige.
e)	There are sopranos who respect only those tenors who are louder than they	$(\exists x)\ (\forall y)\ [\ (Sx \bullet Ty \bullet Rxy) \supset Lyx\ ]$
f)	If a tenor respects all sopranos who respect him, then that tenor is respected by all sopranos.	$(\forall x)\ [\ (Tx \bullet (\forall y)\ ((Sy \bullet Ryx) \supset Rxy) \supset (\forall y)\ (Sy \supset Ryx)\ ]$

Del III B

Oppgave 2

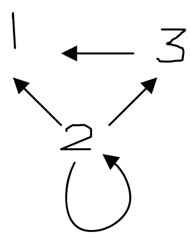
Her gjelder det å vise en tolkning der det første skjema er sant mens det andre er usant. Når det finnes ett slikt eksempel finnes det selvfølgelig mange, så her er det mange mulige løsninger.

a) Universe of Discourse (UD) = {1,2,3}
Ekstensjon til F = {<1,2>, <2,3>, <3,1>}



b) UD = {1,2}
F = {<1,2>}

c) UD = {1,2,3}
F = {<2,1>,<2,2>,<2,3>,<3,1>}



d) UD = {1,2}
F = {<1,1>,<1,2>}

e) Det lønner seg å begynne med det som skal være usant her (siden det er et universelt utsagn – og i tillegg siden det inneholder kondisjonaler som etter hvert blir negerte).

$(\forall x)[-Lx \supset (\forall y)(Ly \supset Ayx)]$ skal være usann, så
$(\exists x)-[-Lx \supset (\forall y)(Ly \supset Ayx)]$ skal være sann, så
$(\exists x)[-Lx \bullet -(\forall y)(Ly \supset Ayx)]$ skal være sann, så
$(\exists x)[-Lx \bullet (\exists y) -(Ly \supset Ayx)]$ skal være sann, så
$(\exists x)[-Lx \bullet (\exists y) (Ly \bullet -Ayx)]$ skal være sann.

Så vi må ha et objekt som ikke er L - vi bruker 1 for dette
Et objekt som er L - vi bruker 2
Og det må ikke være tilfelle at 2 har A til 1 - <2,1> er <u>ikke</u> i A

Fra $(\forall x)[-Lx \supset (\exists y)(Ly \bullet Ayx)]$ og siden 1 ikke er L vet vi at det må finnes et objekt y, som er L, og som har relasjonen A til 1. Så y kan ikke være verken 1 eller 2, men må være et tredje objekt.

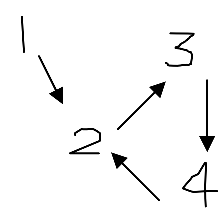
- vi sier at 3 er L, og at <3,1> er i A

Nå prøver vi oss fram med det vi har funnet.

UD = {1,2,3}
L = {2,3}
A = {<3,1>}

Etter at vi innførte et tredje objekt (3) må vi sjekke det første utsagnet på nytt. Vi sjekker 1,2 og 3 mot begge utsagnene. Det viser seg at denne tolkningen er en riktig løsning av oppgaven.

f) U D = {1,2,3,4}
G = {<1,2>,<2,3>,<3,4>,<4,2>}



Oppgave 3

Alternativ 1:

[1]	(1)	$(\forall x)(Fx \supset -Gx)$	P
[2]	(2)	$(\forall x)(Hx \supset Gx)$	P
[3]	(3)	Fa	P
[1]	(4)	$Fa \supset -Ga$	(1) UI
[2]	(5)	$Ha \supset Ga$	(2) UI
[1,3]	(6)	$-Ga$	(3,4) mp
[1,2,3]	(7)	$-Ha$	(5,6) mt
[1,2]	(8)	$Fa \supset -Ha$	[3](7) D
[1,2]	(9)	$(\forall x)(Fx \supset -Hx)$	(8) UG

Alternativ 2:

[1]	(1)	$(\forall x)(Fx \supset -Gx)$	P
[2]	(2)	$(\forall x)(Hx \supset Gx)$	P
[1]	(3)	$Fa \supset -Ga$	(1) UI
[2]	(4)	$Ha \supset Ga$	(2) UI
[1,2]	(5)	$Fa \supset -Ha$	(3,4) TF
[1,2]	(6)	$(\forall x)(Fx \supset -Hx)$	(5) UG

Oppgave 5

[1]	(1)	$(\forall x)\, Fx \vee (\forall x)\, Gx$	P
[2]	(2)	$(\forall x)\, Fx$	P
[2]	(3)	Fa	(2) UI
[2]	(4)	$Fa \vee Ga$	(3) v-intro
[2]	(5)	$(\forall x)(Fx \vee Gx)$	(4) UG
	(6)	$(\forall x)\, Fx \supset (\forall x)(Fx \vee Gx)$	[2] (5) D
[7]	(7)	$(\forall x)\, Gx$	P
[7]	(8)	Ga	(7) UI
[7]	(9)	$Fa \vee Ga$	(8) v-intro
[7]	(10)	$(\forall x)(Fx \vee Gx)$	(9) UG
	(11)	$(\forall x)\, Gx \supset (\forall x)(Fx \vee Gx)$	[7](10) D
[1]	(12)	$(\forall x)(Fx \vee Gx)$	(1, 6, 11) TF

Oppgave 8

Denne oppgaven blir meningsfull bare når vi ser nøye på Goldfarbs formulering av reglene for kvantoromforming (CQ) – side 184. De er nemlig ikke fullstendig generelle slik Goldfarb har formulert dem. Denne oppgaven består egentlig i å vise at de to siste omformingene kan begrunnes som avledete regler.

Vi blåser imidlertid i Goldfarbs begrensning, og kommer til å akseptere alle de fire typene omforminger som riktig bruk av CQ.

Det vil si at de følgende deduksjonene vil betraktes som korrekte:

[1]	(1)	$(\exists x) -Fx$	P
[1]	(2)	$-(\forall x)\, Fx$	(1) CQ

og

[1]	(1)	$-(\forall x)\, Fx$	P
[1]	(2)	$(\exists x) -Fx$	(1) CQ

Alternativ 2:

Deduksjonene som Goldfarb var ute etter blir omtrent som følger: (vi bruker her teknikken ”reductio ad absurdum”)

[1]	(1)	$(\exists x) -Fx$	P	
[2]	(2)	$(\forall x)\, Fx$	P	
[2]	(3)	Fa	(2) UI	
[2]	(4)	$--Fa$	(3) TF	
[2]	(5)	$(\forall x) --Fx$	(4) UG	
[2]	(6)	$-(\exists x) -Fx$	(5) CQ	(se s. 184)
	(7)	$(\forall x)\, Fx \supset -(\exists x) -Fx$	[2](6) D	
[1]	(8)	$-(\forall x)\, Fx$	(1,7) TF	(eller mt – modus tollens)

og

[1]	(1)	$-(\forall x)\, Fx$	P	
[2]	(2)	$-(\exists x) -Fx$	P	
[2]	(3)	$(\forall x) --Fx$	(2) CQ	(se s. 184)
[2]	(4)	$--Fa$	(3) UI	
[2]	(5)	Fa	(4) TF	
[2]	(6)	$(\forall x)\, Fx$	(5) UG	
	(7)	$-(\exists x) -Fx \supset (\forall x)\, Fx$	[2](6) D	
[1]	(8)	$(\exists x) -Fx$	(1,7) TF	

Oppgave 9

Axy = x admires y
Lxy = x loves y

Premiss 1: En person som ikke beundrer seg selv beundres ikke av noen:
$(\forall x)\,(\forall y)\,(-Axx \supset -Ayx)$

Premiss 2: Ingen elsker en person hun ikke beundrer.
$(\forall x)\,(\forall y)\,(-Axy \supset -Lxy)$

Konklusjon: En person som ikke beundrer noen elskes ikke av noen:
$(\forall x)\,((\forall y) -Axy \supset (\forall z) -Lzx)$

Konklusjonen har form av en kondisjonal som er universelt kvantifisert. Bevisideen er da å anta at antecedenten holder. Derfra utleder vi konsekventen i kondisjonalen, og bruker til slutt discharge og universell generalisering.

Uformell tankegang: Anta at en person a ikke beundrer noen. Da beundrer a ikke seg selv, og (fra premiss 1), dermed beundrer ingen andre a heller. Fra premiss 2 følger da at ingen elsker a. Siden a var en vilkårlig person, gjelder dette for alle personer.

[1]	(1)	$(\forall x)(\forall y)(-Axx \supset -Ayx)$	P
[2]	(2)	$(\forall x)(\forall y)(-Axy \supset -Lxy)$	P
[3]	(3)	$(\forall y) -Aay$	P
[3]	(4)	$-Aaa$	(3) UI
[1]	(5)	$(\forall y)(-Aaa \supset -Aya)$	(1) UI
[1]	(6)	$-Aaa \supset -Aba$	(5) UI
[1,3]	(7)	$-Aba$	(4,6) mp
[2]	(8)	$(\forall y)(-Aby \supset -Lby)$	(2) UI
[2]	(9)	$-Aba \supset -Lba$	(8) UI
[1,2,3]	(10)	$-Lba$	(7,9) mp
[1,2,3]	(11)	$(\forall z) -Lza$	(10) UG
[1,2]	(12)	$(\forall y) -Aay \supset (\forall z) -Lza$	[3](11) D
[1,2]	(13)	$(\forall x)((\forall y) -Axy \supset (\forall z) -Lzx)$	(12) UG