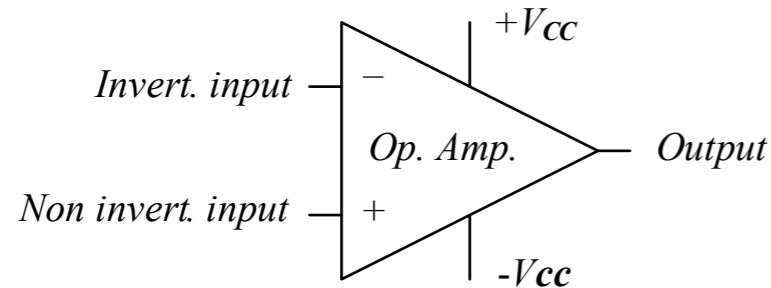


Operasjonsforsterkere

Kap. 22



Betegnelse på forsterker som bla. kan brukes til å utføre analoge regneoperasjoner som addisjon, multiplikasjon, integrasjon osv. Tidligere mye brukt i analoge regnemaskiner.

Egenskaper:

- Meget stabil (bl.a. mht. temperatur, - drift og lignende)
- Stor forsterkning ($A_v = 10^5 - 10^6$) DC-koplet
- Høy inngangsmotstand R_{in} - Lav utgangsmotstand R_{out}
- Kontrollert fasegang – Dvs. tåler sterk tilbakekopling
- Differansekopling på inngangen



NASA 1949 Analog computer



1960 EAI model 231-R, GMPG Noise and Vibration Laboratory

Operasjonsforsterkere

Tre viktige parametere : R_i , R_o , A_v
 $R_i > 1 \text{ M}\Omega$ $R_o < 100 \Omega$ $A_v > 10^5$

Signalsymboler :

V_i = input signal til forsterker

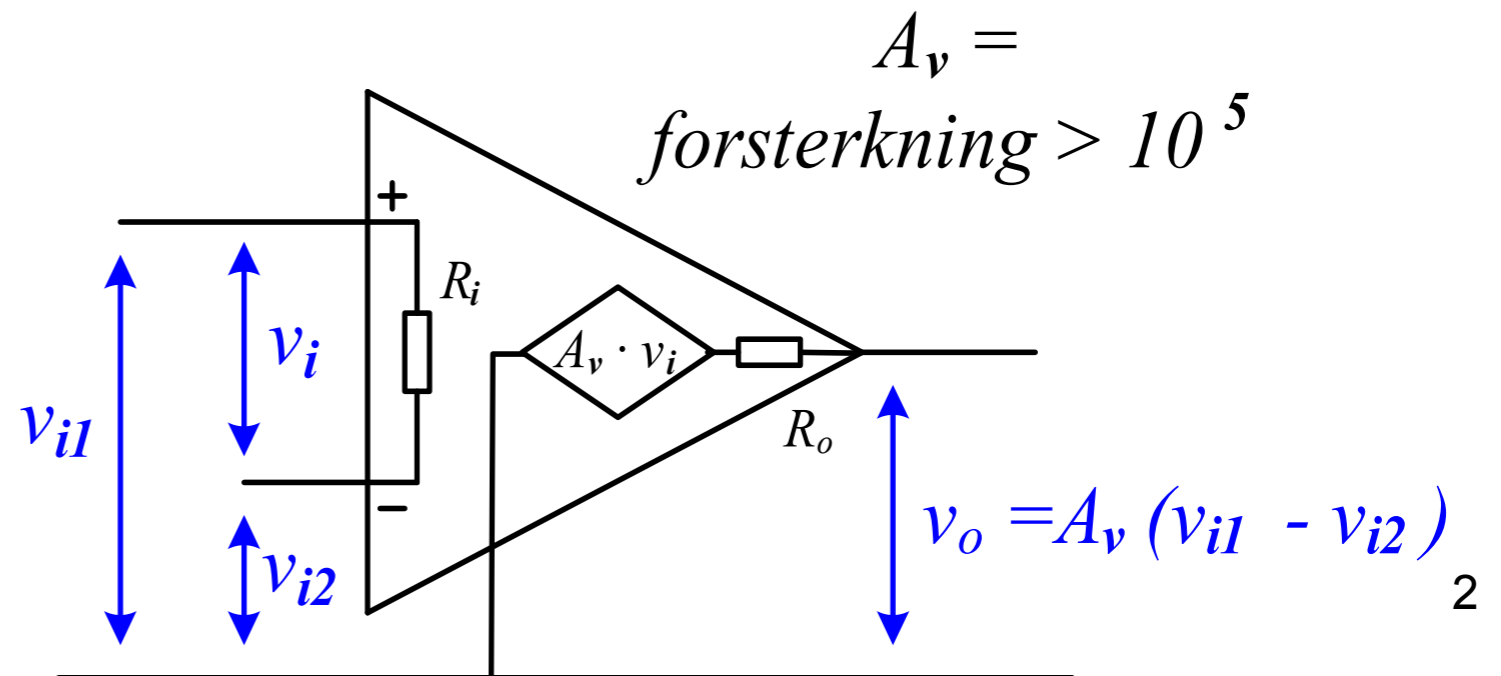
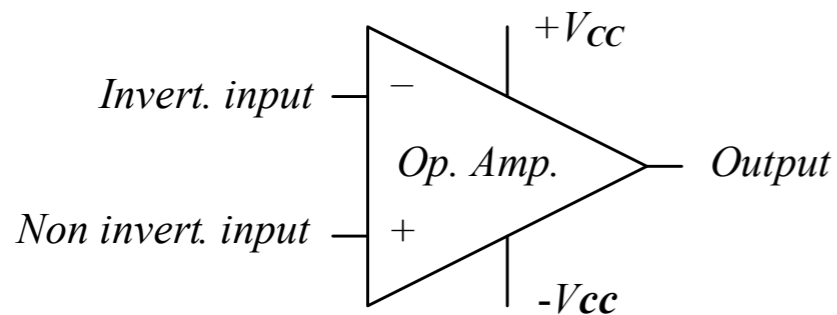
V_s = signalspenning inn til kretsen

V_o = output signal



Historiske OpAmps fra Philbrick
 Bygget opp av "radiatorer" – hvert "rør" inneholder 2 forsterkere (2 stk. trioder)

Ekvivalentskjema

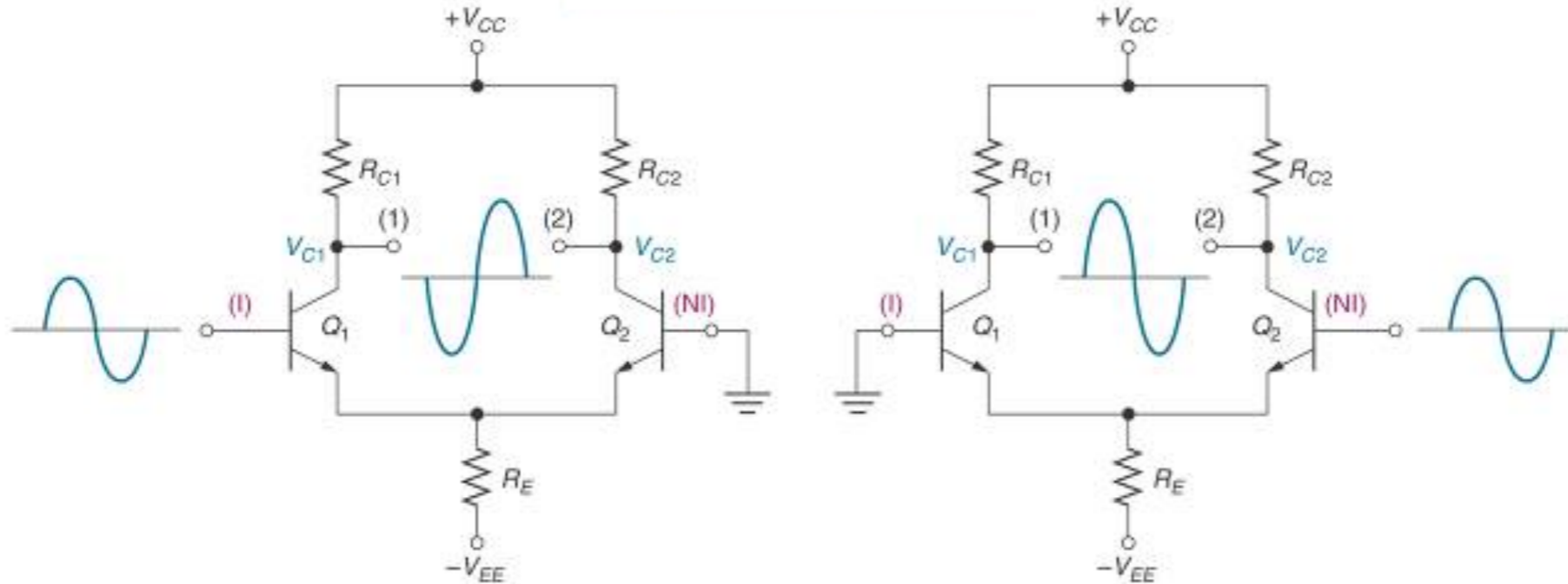


Operasjonsforsterkere

Differansetrinn på inngangen

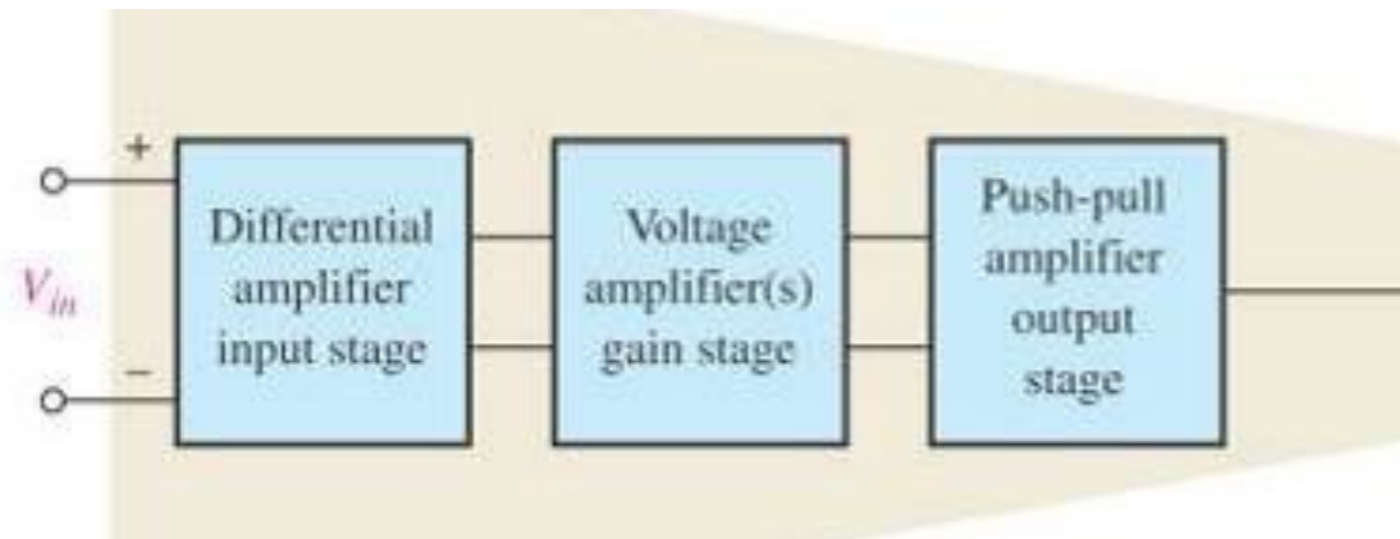
Push-Pull klasse AB forsterker på utgangen

Signalene på kollektor er målt på pin (1) - med pin (2) som referanse



(a) Inverterende input

(b) Ikke-inverterende input



Operasjonsforsterkere

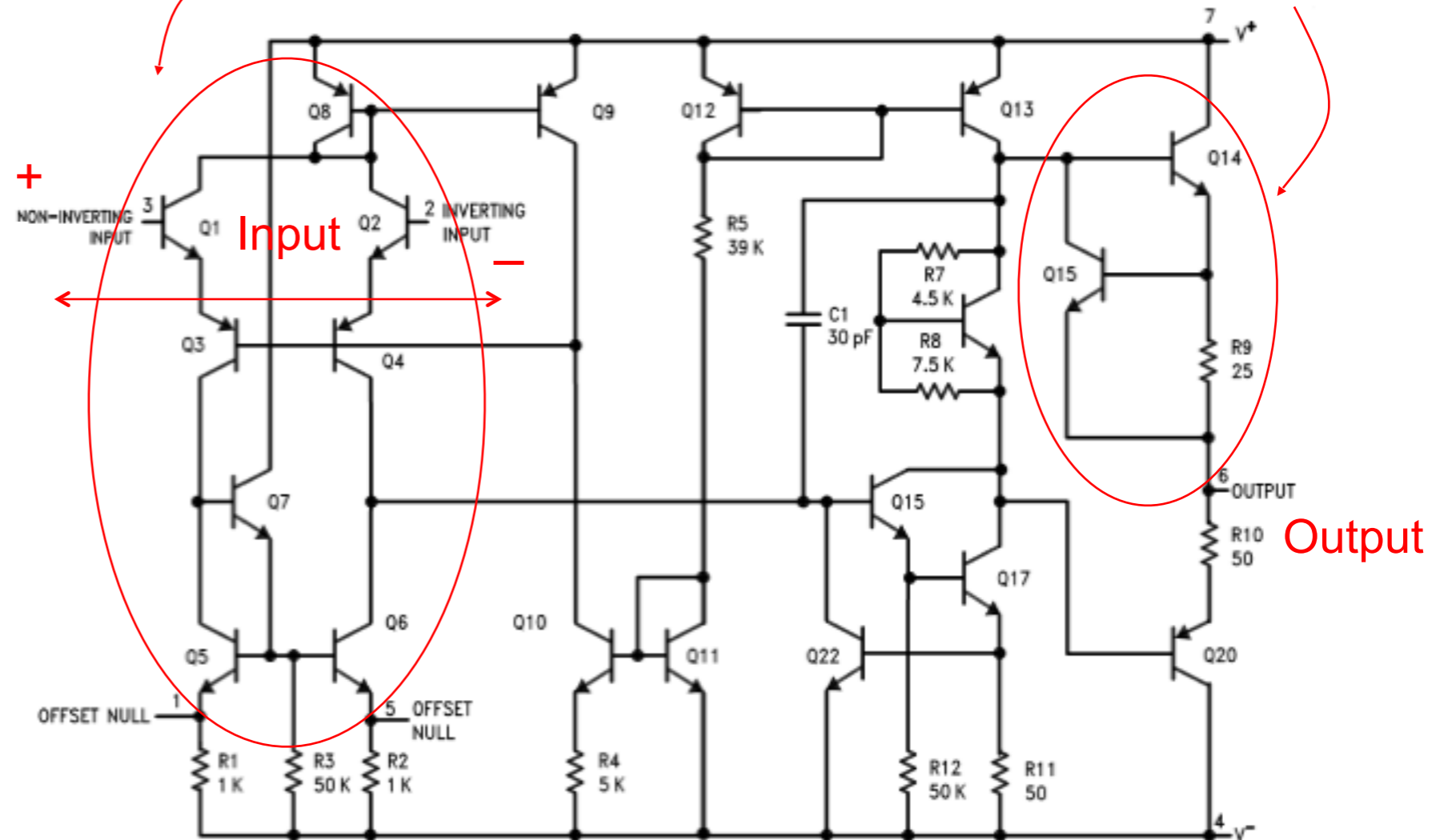
Relativt komplekse analoge integrerte kretser. Eks.:

LM741

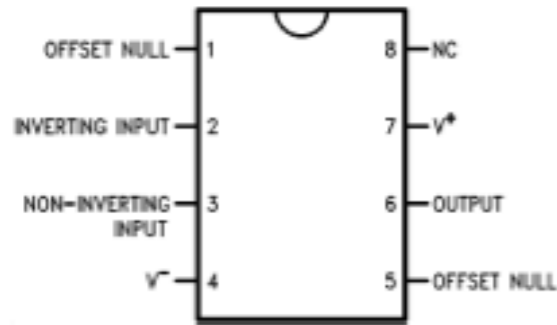
National Semiconductor

Push-pull klasse AB med strømbegrensning

Differanstrinn



Dual-In-Line or S.O. Package



Order Number LM741J, LM741J/883, LM741CN
See NS Package Number J08A, M08A or N08E

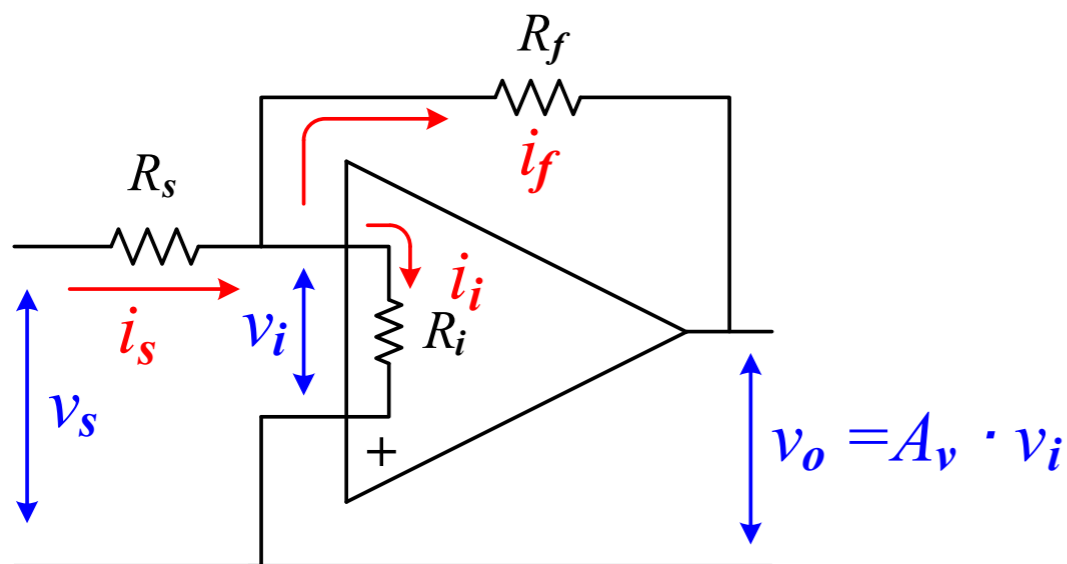
Parameter	Conditions	LM741A			LM741			LM741C			Units
		Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
Large Signal Voltage Gain	$T_A = 25^\circ\text{C}$, $R_L \geq 2\text{ k}\Omega$	50	1.5		50	200		20	200		V/mV
	$V_S = \pm 20\text{V}$, $V_O = \pm 15\text{V}$										
Bandwidth (Note 6)	$T_A = 25^\circ\text{C}$	0.437	1.5								MHz
Slew Rate	$T_A = 25^\circ\text{C}$, Unity Gain	0.3	0.7			0.5		0.5			V/ μs
Supply Current	$T_A = 25^\circ\text{C}$					1.7	2.8	1.7	2.8		mA

Operasjonsforsterkere

Behandler i detalj 3 koblinger med operasjonsforsterker:

1. Inverterende forsterker
2. Ikke inverterende forsterker
3. Integratorkobling

Inverterende forsterker



Knutepunkt på inngangen:

$$i_s = i_i + i_f \quad (1)$$

$$\frac{v_s - v_i}{R_s} = \frac{v_i}{R_i} + \frac{v_i - v_o}{R_f} \quad (2)$$

Ønsker et uttrykk for forsterkningen :

$$A_{vf} = \frac{v_o}{v_s}$$

Har gitt at $v_o = A_v \cdot v_i$ setter inn for v_i i likning 2 – ordner og løser mhp A_{vf}

$$A_{vf} = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_f}{R_s} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{A_v} \left(\frac{R_f}{R_s} + \frac{R_f}{R_i} + 1 \right)}$$

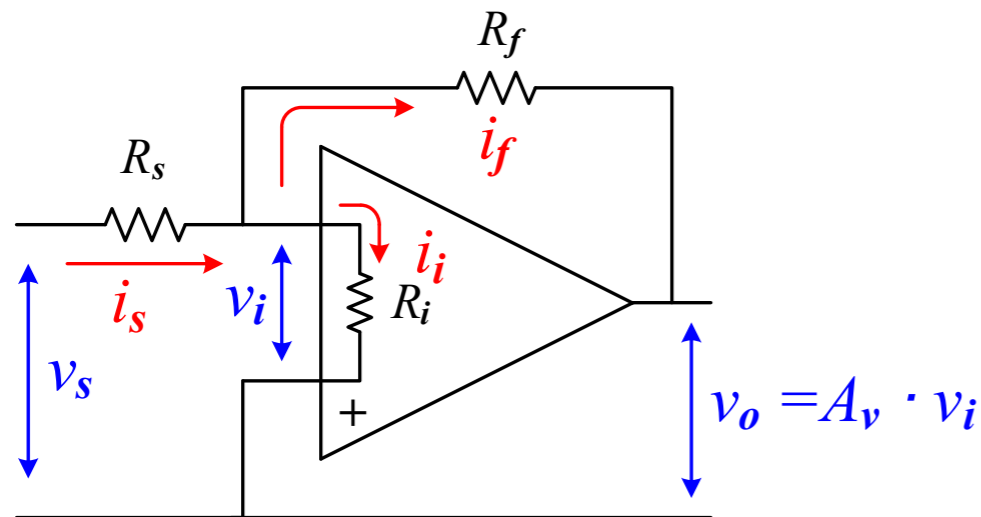
Når $A_v \gg 1$

$$A_{vf} = -\frac{R_f}{R_s}$$

Operasjonsforsterkere

Inverterende forsterker

$$A_{vf} = -\frac{R_f}{R_s}$$



Hvor god er denne approksimasjonen ?

Vi antar $A_v = -10^5$ og $R_i = 1 \text{ M}\Omega$

Velger $R_s = 1\text{k}$ og $R_f = 100\text{k}$

$$A_{vf} = -\frac{R_f}{R_s} = -\frac{100}{1} = -100 \quad (1.\text{approksimasjon})$$

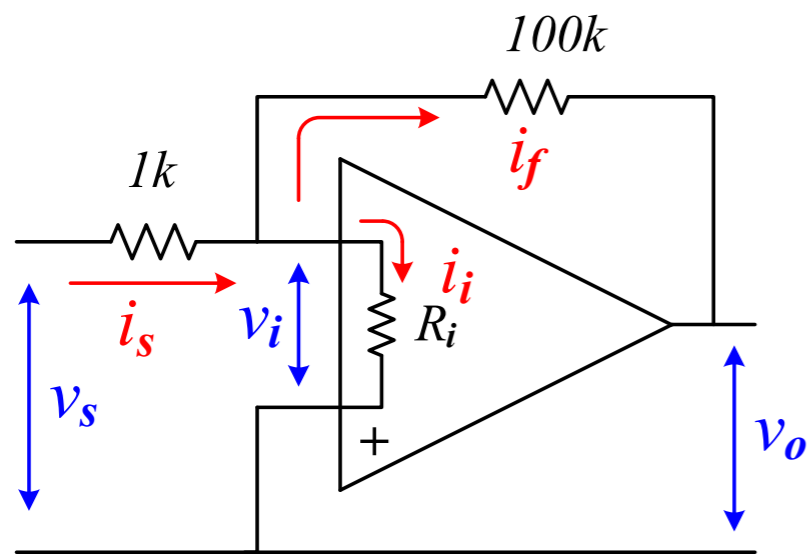
$$A_{vf} = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_f}{R_s} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{A_v} \left(\frac{R_f}{R_s} + \frac{R_f}{R_i} + 1 \right)} = -100 \frac{1}{1 + 10^{-5} (100 + 0,1 + 1)} = -99,9$$

Det betyr : Hvis vi har et avvik i A_v på for eksempel +/- 20%
 så vil A_{vf} bare endre seg med +/- 0,02 %

Vi ser at kraftig negativ tilbakekopling (feedback) lineæriserer systemet –
(På samme måte som for en BJT forsterker med emittermotstand)

Operasjonsforsterkere

Inverterende forsterker



Hvor stor er v_i ? Dvs. spenningen på inverterende input.

Antar $v_s = 0,1$ volt $\rightarrow v_o = -10$ volt

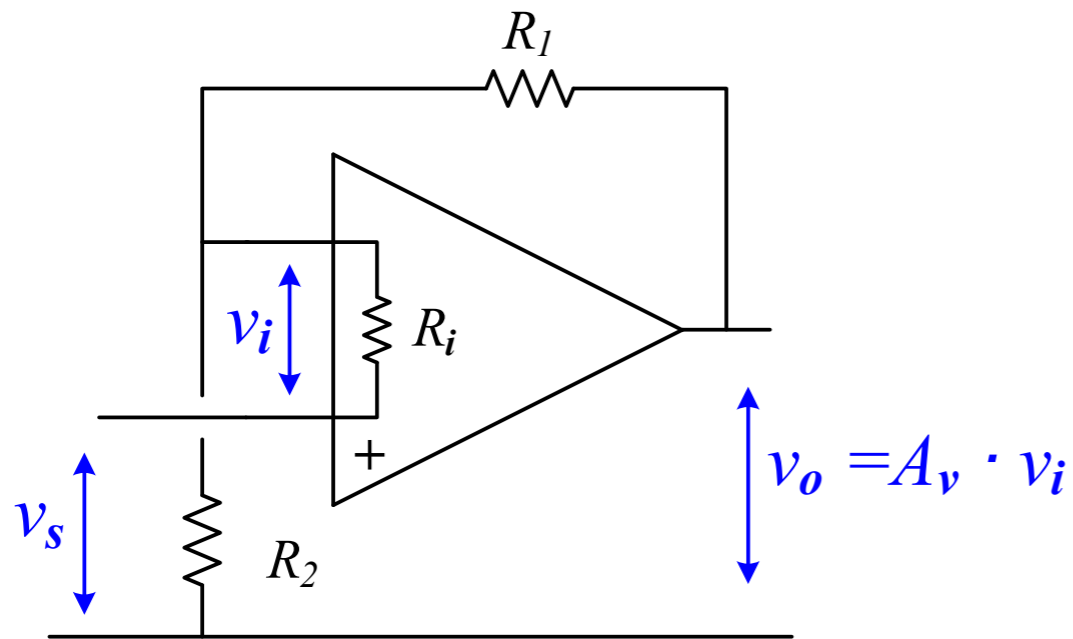
$$v_i = \frac{v_o}{A_v} = \frac{10}{10^5} = 100\mu V \quad (0,0001 \text{ volt})$$

Inngangen på en inverterende forsterker kan betraktes som et **virtuelt nullpunkt**. Inngangsmotstanden til en inverterende forsterker bestemmes av seriemotstanden R_s (Her er $R_s = 1k$)

Husk! Skal forsterkeren brukes til eksperimentelle målinger på ukjente signalkilder kan størrelsen på inngangsmotstanden påvirke måleresultatet. Skal vi måle på signalkilder med stor (høy) indre motstand (nerveceller) - er det viktig at inngangsmotstanden til måleforsterkeren er stor – mye større en kildemotstanden. Forsterkere med "lav" motstand kan fort "belaste" kilden så mye at måleresultatet blir usikkert.

Operasjonsforsterkere

Ikke-inverterende forsterker – (forsterker uten fasevending)

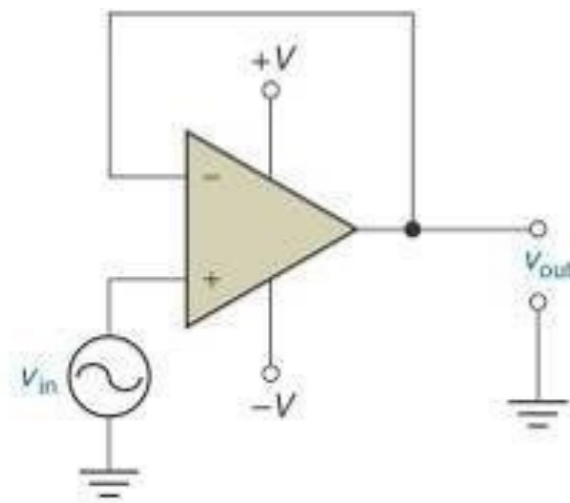


$$v_i \approx 0 \Rightarrow i_i \approx 0$$

$$v_2 = v_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} = v_s + v_i \approx v_s$$

$$A_{vf} = \frac{v_o}{v_s} \approx \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} + 1$$

Inngangsmotstanden til en ikke-inverterende forsterker er stor – bestemmes av Ri (størrelsesorden $10^6 \Omega$)



Kretsen til venstre kalles en spenningsfølger.

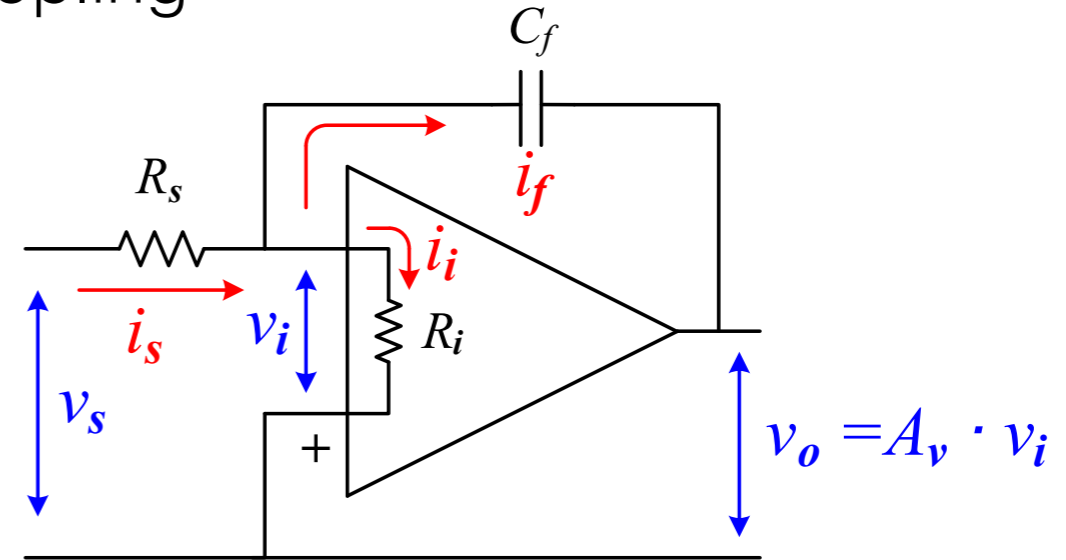
Signalet på utgangen er identisk lik signalet på inngangen.

Signalkilden på inngangen ser inn mot en meget stor motstand (Ri) –

Utgangstrinnet til en opamp. har meget lav indremotstand (Rout) og kan levere dette signalet videre til kretser med relativt lav Rinn. Denne koplingen kan godt brukes som "front end" på et måleinstrument. En Spenningsfølger kan betraktes som en impedanstransformator – på samme måte som en emitterfølger (se under BJT)

Operasjonsforsterkere

Integratorkopling



Knutepunkt på inngangen:

$$i_s = i_i + i_f$$

$$\frac{v_s - v_i}{R_s} = \frac{v_i}{R_i} + i_f \quad \text{?} \quad i_f = \text{Strøm} = \text{ladning} / \text{tidsenhet (s)} = q / t \quad \left(\frac{dq}{dt} \right)$$

Spenningen på en kondensator : $v_C = \frac{q}{C}$ (Deriverer)

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i_f \Rightarrow i_f = C \cdot \frac{dv_C}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt}(v_i - v_o) \approx -C \frac{dv_o}{dt}$$

$$\frac{v_s - v_i}{R_s} = \frac{v_i}{R_i} - C \frac{dv_o}{dt} \quad \text{antar } v_i = 0 \Rightarrow \frac{v_s}{R_s} = -C \cdot \frac{dv_o}{dt}$$

$$\frac{v_s}{R_s} = -C \cdot \frac{dv_o}{dt}$$

Integrerer på begge sider ..
R_s og C er konstanter



$$v_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_s dt$$

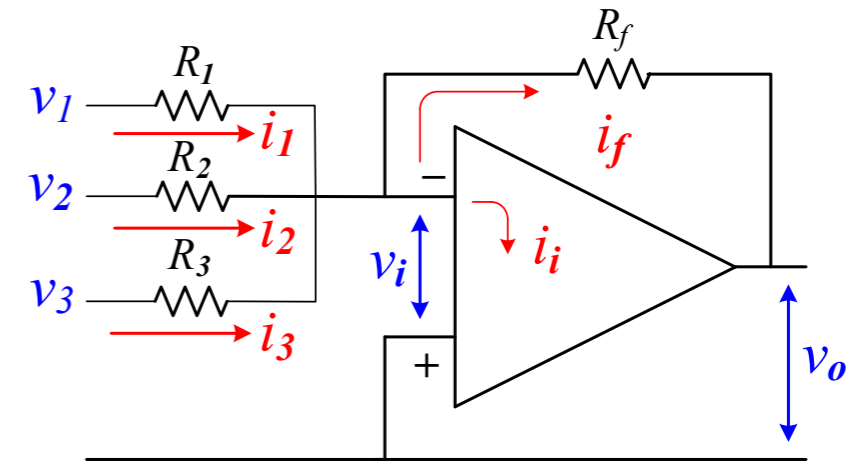
Operasjonsforsterkere

Addisjon

Se på strømmene inn til knutepunktet

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_f + i_i$$

Antar $v_i = 0 \rightarrow i_i = 0$ (virtuelt nullpunkt)



$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \cong -\frac{v_o}{R_f} \Rightarrow v_o = -\left(v_1 \frac{R_f}{R_1} + v_2 \frac{R_f}{R_2} + v_3 \frac{R_f}{R_3}\right)$$

Bidraget som hver av signalspenningene får på utgangssignalet v_o – bestemmes av forholdet mellom tilbakekoplingsmotstanden R_f og seriemotstanden til signalkilden.

Eksempel : Denne koplingen brukes i lydмиксеbord. Tenk deg 3 mikrofon- innganger - seriemotstandene bestemmer styrken på mikrofonlydens bidrag i sumsignalet v_o

Addisjon med invertering og vekt $\left(\frac{R_f}{R_n}\right)$ Hvis $R_1 = R_2 = R_3 = R_f$

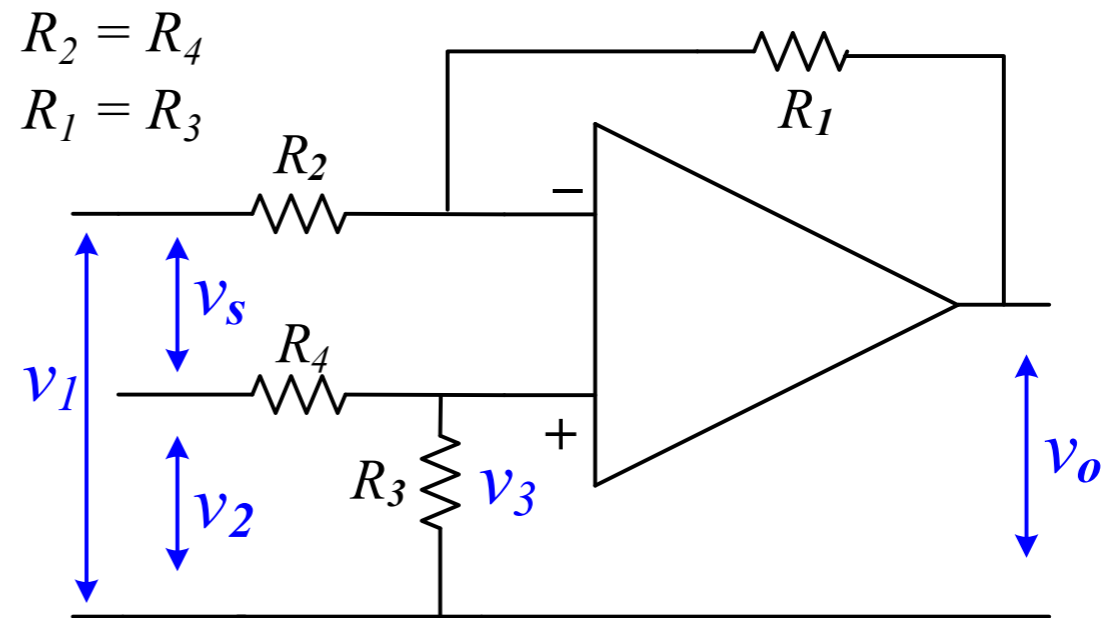
$$v_o = -(v_1 + v_2 + v_3) \quad \text{Ren addisjon med invertering}$$

Operasjonsforsterkere

Differanseforsterker

Regner med en ideell OPAMP

For å finne utgangssignalet V_o ser vi på hver av inngangene alene – dvs. [superposisjonsprinsippet](#)



- a) v_1 alene ($v_2 = 0$) dvs. vi har en inverterende forsterker $v_{o1} = -\frac{R_1}{R_2} v_1$
- b) v_2 alene ($v_1 = 0$) dvs. ikke inverterende forsterker

$$v_3 = \frac{R_3}{R_4 + R_3} \cdot v_2 \quad v_{o2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot v_3 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot \frac{R_3}{R_4 + R_3} \cdot v_2$$

Summerer bidragene fra a) og b)

$$v_o = v_{o1} + v_{o2} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot v_1 + \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_2 \cdot (R_4 + R_3)} \cdot v_2 \quad \text{Når } \begin{matrix} R_2 = R_4 \\ R_1 = R_3 \end{matrix} \text{ blir } v_o = \frac{R_1}{R_2} (v_2 - v_1)$$

Hvis alle motstandene er like store $\underline{\underline{v_o = v_2 - v_1}}$

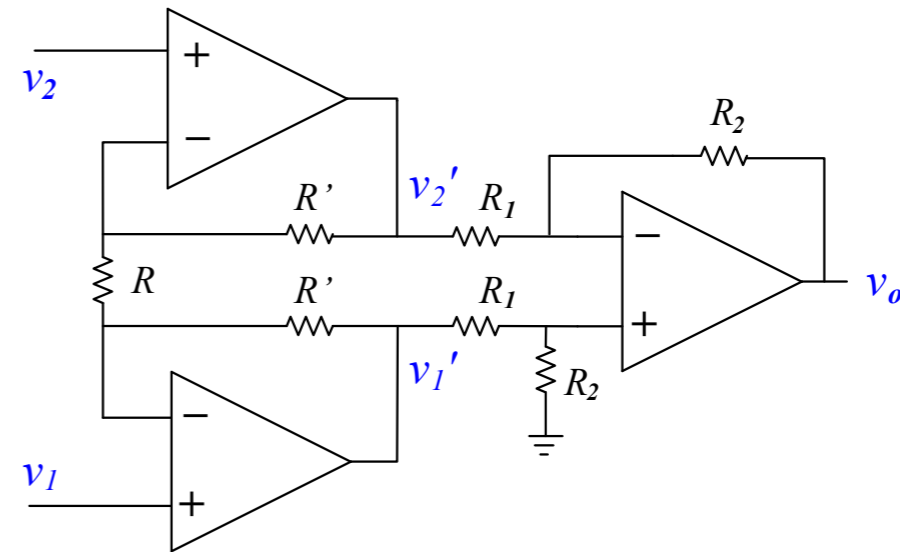
Operasjonsforsterkere

Instrumenteringsforsterker og logaritmisk forsterker

Instrumenteringsforsterker

Forsterkningen justeres med R
Inngangsmotstanden til gode instrumenteringsforsterkere $> 10^6$

$$\underline{\underline{v_o = \left(1 + \frac{2R'}{R}\right) \cdot \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)}}$$



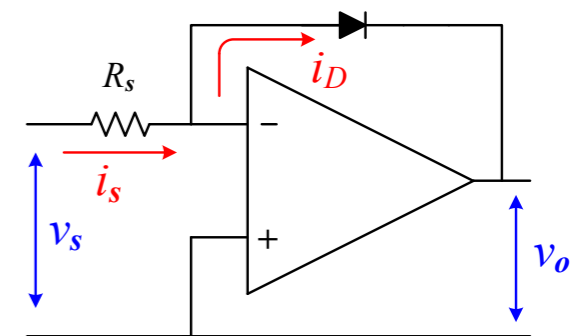
Logaritmisk forsterker - ikke lineær operasjon

Diodestrømmen $i_D = I_s (e^{v_D/nV_T} - 1) \cong I_s (e^{v_D/nV_T})$

Skal vise at V_o er proporsjonal med $\log V_i$ ($n=1$)

$i_s = \frac{v_s}{R} = i_D$ fordi $v_D = -v_o$ $v_s = R \cdot I_s e^{-v_o/V_T}$ tar log på begge sider

$\ln v_s = \ln R I_s - \frac{v_o}{V_T}$ Under forutsetning at $\ln R I_s$ er ubetydelig – justerer R slik at $R I_s \approx 1$



$$v_o = -V_T \cdot \ln v_s$$

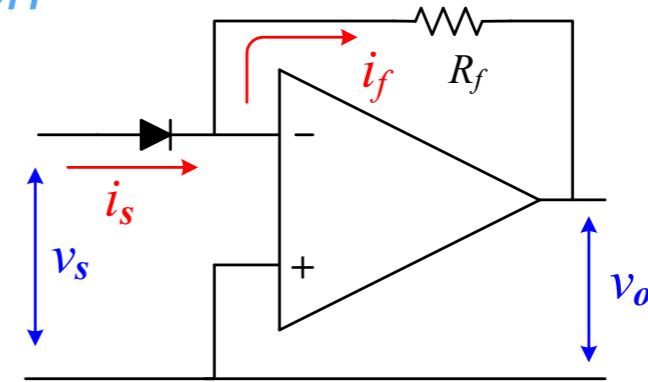
Operasjonsforsterkere

Ekspontialforsterker og analog divisjon

Ekspontialforsterker - ikke lineær operasjon

$$i_s \cong i_f = I_s \cdot e^{v_D/V_T} \quad \text{vi ser at } v_D = v_s$$

$$v_o = -i_f \cdot R_f \approx -R_f \cdot I_s \cdot e^{v_s/V_T}$$



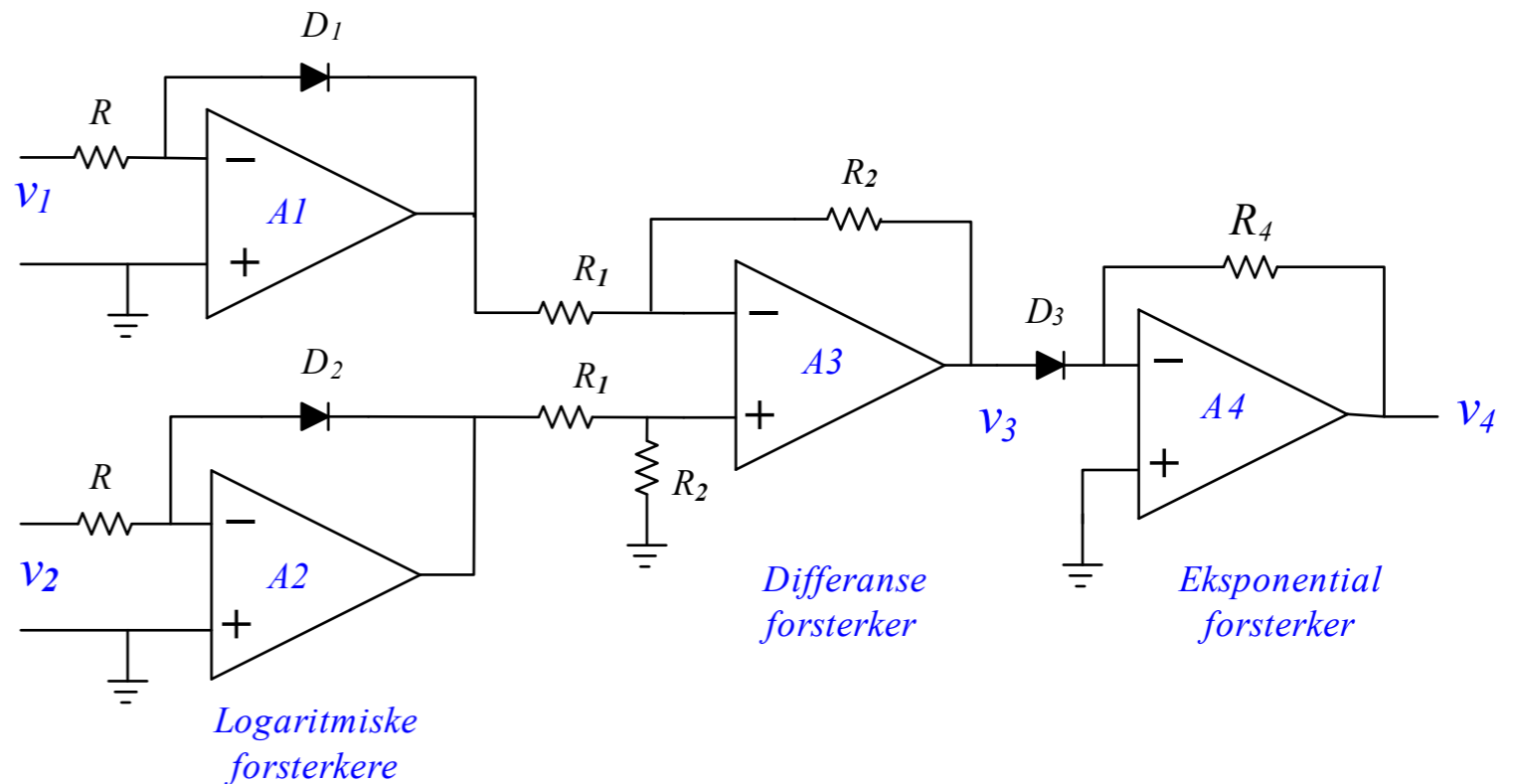
Analog divisjon - ikke lineær operasjon

$$v_3 = K_1 \cdot (\ln(v_2) - \ln(v_1))$$

$$v_3 = K_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

⇓

$$v_4 = -K_2 \cdot \frac{v_2}{v_1}$$



Operasjonsforsterkere

Simulering av mekanisk system – løser 2.ordens diff. likning

Masse opphengt i fjær og støtdemper.

Massen påvirkes av en kraft $f(t)$

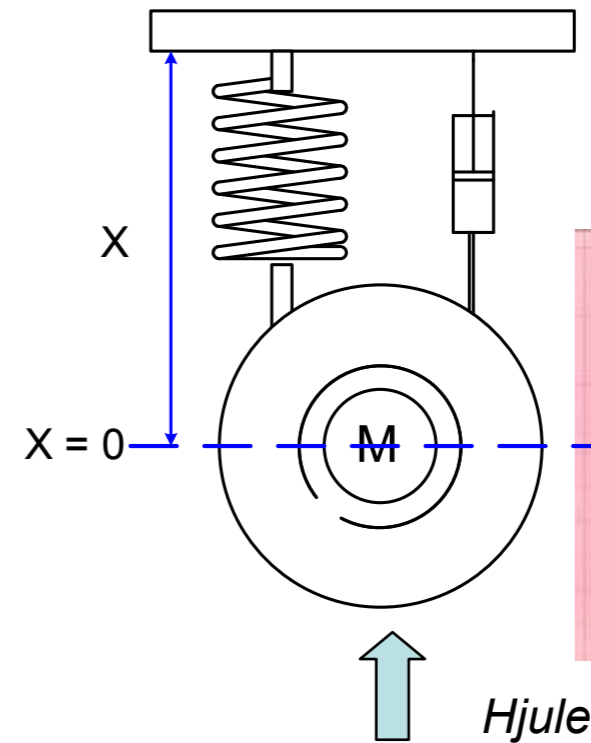
x = posisjonsavviket fra likevekt

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + a \frac{dx}{dt} + bx = f(t)$$

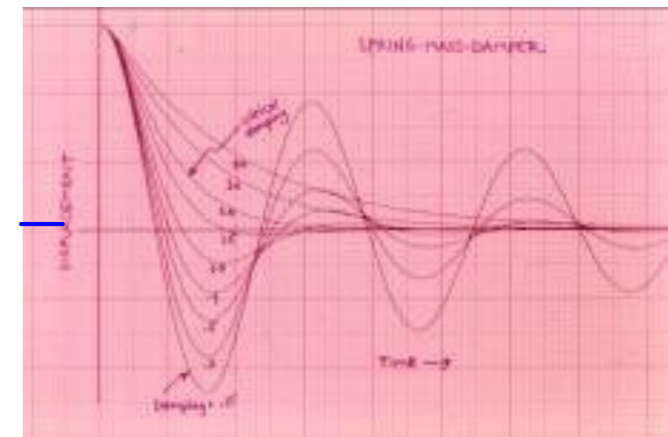
bx = kraften fra fjæra

ax dempningen i støtdemper

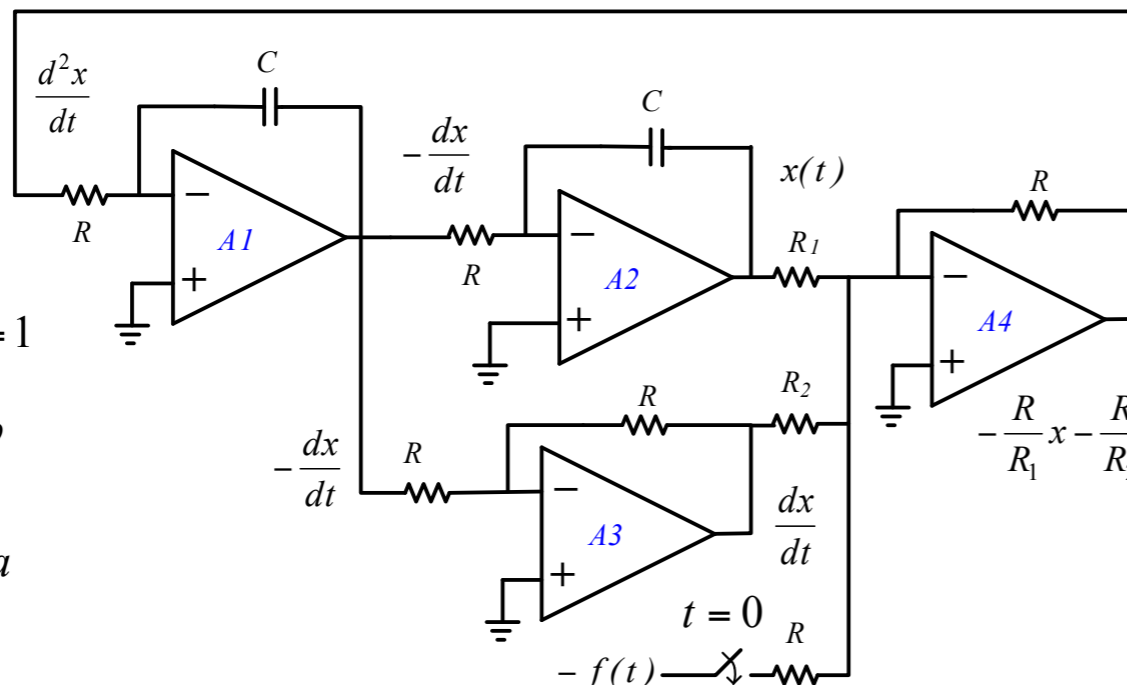
M kraft = masse · aksellerasjon



Hjuloppheng - fjær + støtdemper



Hjulet påvirkes av en ytre kraft $f(t)$



$$R \cdot C = 1$$

$$\frac{R}{R_1} = b$$

$$\frac{R}{R_2} = a$$

$$-\frac{R}{R_1}x - \frac{R}{R_2} \cdot \frac{dx}{dt} + f(t)$$



Operasjonsforsterkere

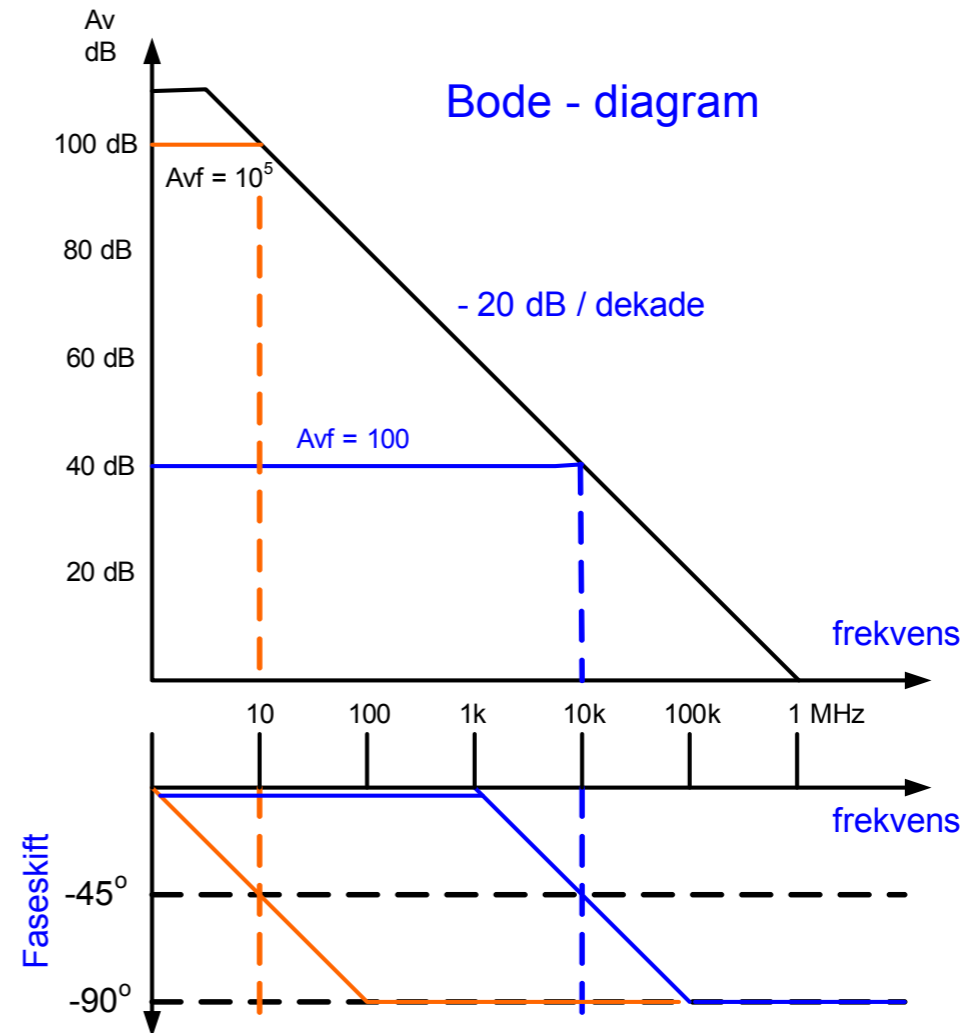
Frekvensforløp

Bode - diagram beskriver amplitude og faseforløp.
De to diagrammene "henger sammen"
Operasjonsforsterkeren har størst forsterking for DC
– så faller den med 20 dB pr. dekode.

Båndbredden bestemmes av forsterkningen (A_v).
 $A_v = 100$ (40dB) resulterer i en øvre grensefrekvens på 10 kHz.

Reduserer vi forsterkningen til 10 ganger (20dB) –
øker båndbredden til 100 kHz.

Ved grensefrekvensen (f_g) har vi et faseskift på 45° .
Faseskiftet starter en dekode før – og ender med 90° faseskift en dekode etter f_g .



Gain Bandwidth Product – GBW

Produsentene oppgir GBW ved $A_v = 1$

Det betyr at en operasjonsforsterker med oppgitt $GBW = 1\text{MHz}$ vil med $A_v = 100$ (40dB) ha en båndbredde (BW) på 10 kHz.

$GBW 1\text{MHz} = 100 (A_v) \cdot 10\,000 (BW)$ (Forsterkningen multiplisert med båndbredden = GBW)

Operasjonsforsterkere

Frekvensforløp – stige hastighet - slew rate

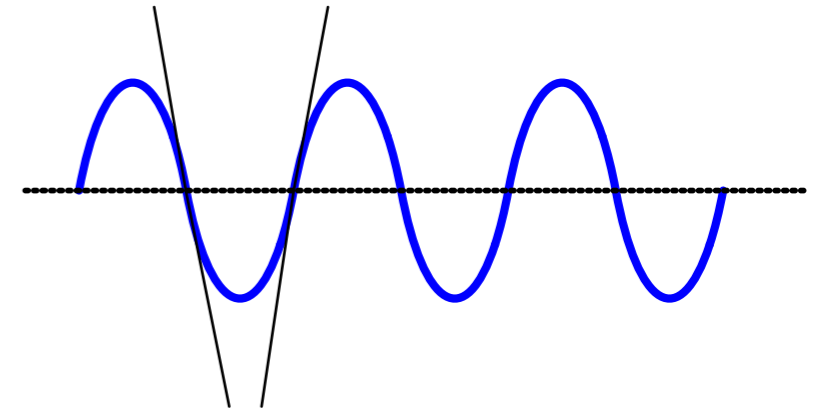
Slew rate (s) er et mål på forsterkerens evne til å reagere på spenningsvariasjoner

S er øvre grense for utgangsspenningens variasjonshastighet.

Skal vi ha forvrengningsfri forsterkning av et sinusformet signal er betingelsen:

$$s \geq (du(t)/dt)_{max} \quad \text{der } u(t) = U \cdot \sin(2\pi f t)$$

$$\text{deriverer } dU/dt = 2\pi f \cdot U \cdot \cos(2\pi f t)$$



Maksimalverdien til $U'(t)$ avhenger både av utgangsspenningens amplitude U og frekvensen.

Den deriverte er maks når $\cos(\omega t) = 1$ $S \geq 2\pi f U$

Eksempel

Forsterkeren 741 har $S = 0,5 \text{ volt}/\mu\text{s}$

Hva blir høyeste frekvens forsterkeren kan levere med amplitude $U_{pk} = 1 \text{ volt}$?

$$f_{max} = \frac{\text{slew rate}}{2\pi U_{Pk}} = \frac{0,5 \cdot 10^6}{6,28 \cdot 1} \cong 80 \text{ kHz}$$

Hvis amplituden U_{pk} øker til 10 volt blir f_{max} redusert til 8 kHz

Operasjonsforsterkere

Common Mode Rejection Ratio - CMRR

I en ideell operasjonsforsterker skal utgangsspenningen v_o bare være avhengig av differansesignalet ($v_1 - v_2$).

v_o skal være uavhengig av fellessignalet. (Common mode)

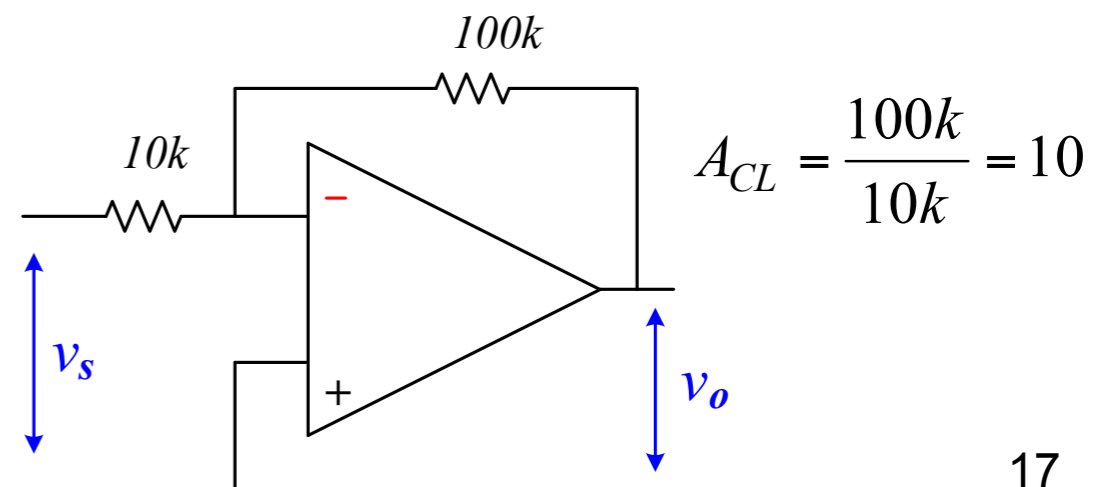
I en "virkelig" op.amp. finner vi alltid en liten rest av fellessignalet på utgangen. Hvis differansesignalet forsterkes med en faktor 1500 og fellessignalet (common mode) dempes med en faktor 0,01 –

Da blir:

$$CMRR = \frac{A_v(\text{differential})}{A_v(\text{common mode})} = \frac{1500}{0,01} = 150\,000 \quad (103,5\text{dB})$$

Hvis vi har en inverterende forsterker med "closed loop gain" på 10 – og en "common mode" gain (dempning) på 0,01 – da blir CMRR for kretsen :

$$CMRR = \frac{A_{CL}}{A_{CM}} = \frac{10}{0,01} = 1000 \quad (60\text{dB})$$



Operasjonsforsterkere

Offset – spenning og Offset – strøm

Input Offset voltage (avviksspenning)

Utgangsspenningen V_o vil ofte ikke være 0 når begge inngangene koples til jord. (Diff.signal = 0)

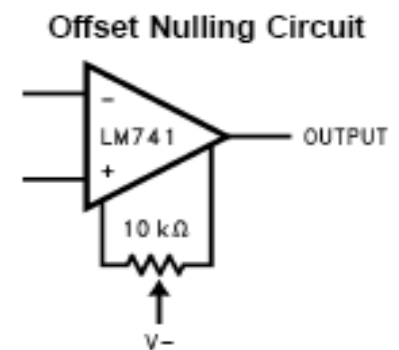
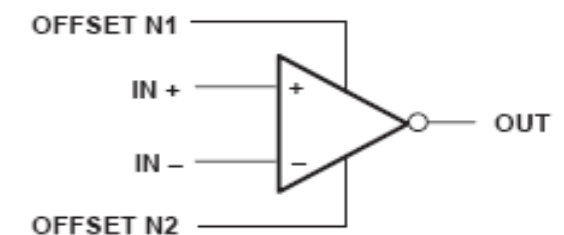
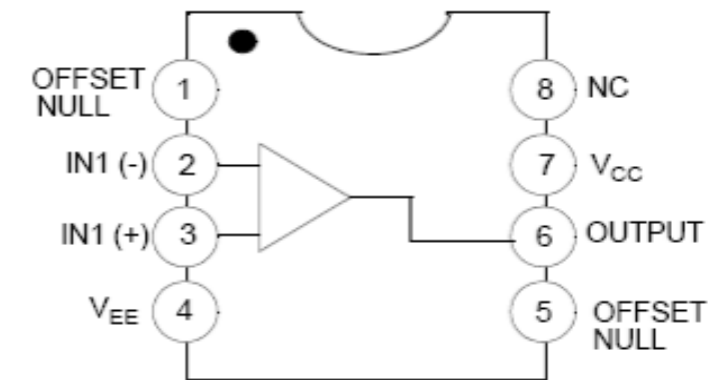
Mange forsterkere – som for eksempel LM741 - har derfor ekstra koplingspinner til et justerings- potmeter slik at V_o kan "nulles ut" – offset justering (pin 1 og pin 5 på figuren til høyre – offset null)

$$v_o = A(v_1 - v_2 + \Delta v_{offset}) \quad v_o = 0 \quad \text{når} \quad v_1 - v_2 = -\Delta v_{offset}$$

Input Offset Voltage kan deles opp i en konstant ΔV_o og tre varierende

avviksspenninger: ΔV_t , ΔV_T og ΔV_m

– avvik pga. temperatur, tid (elding) og forspenning



($V_{CC} = 15V$, $V_{EE} = -15V$, $T_A = 25^\circ C$, unless otherwise specified)

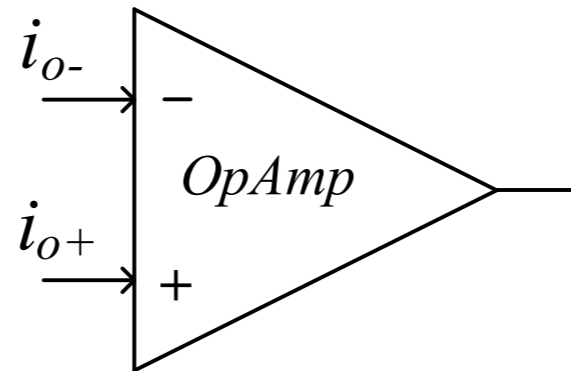
Parameter	Symbol	Conditions	Min.	Typ.	Max.	Unit
Input Offset Voltage	V_{IO}	$R_S \leq 10k\Omega$	-	2.0	6.0	mV
		$R_S \leq 50\Omega$	-	-	-	
Input Offset Voltage Adjustment Range	$V_{IO(R)}$	$V_{CC} = \pm 20V$	-	± 15	-	mV
Input Offset Current	I_{IO}	-	-	20	200	nA
Input Bias Current	I_{BIAS}	-	-	80	500	nA
Input Resistance (Note 1)	R_I	$V_{CC} = \pm 20V$	0.3	2.0	-	MΩ

Operasjonsforsterkere

Offset – spenning og Offset – strøm

Offset strøm

Skal utgangsspenningen skal bli null må hver av inngangene tilføres noe strøm.



Produsentene oppgir 2 størrelser :

- 1) *Input Offset Current* (I_{IO}) *Differansen mellom i_{o-} og i_{o+} $\rightarrow (i_{o-} - i_{o+})$*
- 2) *Input Bias Current* (I_{BIAS}) = $\frac{i_{o-} + i_{o+}}{2}$ (*Hvilestrømmen – middelveiden*)

($V_{CC} = 15V$, $V_{EE} = -15V$, $T_A = 25^\circ C$, unless otherwise specified)

Parameter	Symbol	Conditions	Min.	Typ.	Max.	Unit
Input Offset Voltage	V_{IO}	$R_S \leq 10k\Omega$	-	2.0	6.0	mV
		$R_S \leq 50\Omega$	-	-	-	
Input Offset Voltage Adjustment Range	$V_{IO(R)}$	$V_{CC} = \pm 20V$	-	± 15	-	mV
Input Offset Current	I_{IO}	-	-	20	200	nA
Input Bias Current	I_{BIAS}	-	-	80	500	nA
Input Resistance (Note 1)	R_I	$V_{CC} = \pm 20V$	0.3	2.0	-	M Ω

Operasjonsforsterkere

Eksempler

Sammenlikner LM741 og LT1028

Parameter	LM741	LT1028
Input Offset Voltage	1 mV	10 μ V
Input Bias Current	80 nA	40 nA
Input resistance	2 M Ω	300 M Ω
Large voltage gain	200 000	$7 \cdot 10^6$
CMRR	90 dB	120 dB
Slewrate	0,5 V/ μ s	11 V/ μ s
Gain Bandwidth	1 MHz	50 MHz (min)

LT1028 er en relativt ny forsterker - beregnet for bl.a. audio. Meget støysvak.

“The LT1028/LT1128’s voltage noise is less than the noise of a 50 Ω resistor. Therefore, even in very low source impedance transducer or audio amplifier applications, the LT1028/LT1128’s contribution to total system noise will be negligible.” - Fra datablad - Linear Technology

Termisk støy i en motstand

$$\bar{v}_n^2 = 4k_B \cdot T \cdot R \quad v_n = \sqrt{\bar{v}_n^2} \sqrt{\Delta f} = \sqrt{4k_B T \cdot R \cdot \Delta f}$$

“Tommelregel” : 50 Ω med 1 Hz båndbredde gir 1 nV støy ved 300K. (romtemp.)

1 k Ω ved 300K - og båndbredde 10kHz gir en RMS støyspenning på 400 nV