

## Gruppeoppgaver FYS 2130 4.-5. mai 2003

Oppgave 16, 22 kapittel 30 Bind II og i tillegg oppgavene under:

### Oppgave 1

Med referanse til notatet om en rektangulær bølgeleder er en mulig løsning for det elektriske feltet

$$E_y = E_{0y} \sin(k_x x) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

a) Bruk bølgeligningen (ligning 2, side 11 i notatet) til å vise at

$$k_z = \sqrt{(\omega^2 / c^2) - (\pi^2 / a^2)}$$

b) Bestem  $a$  slik at en bølge med frekvens  $f=3$  GHz (i mikrobølgeområdet) transporteres gjennom bølgelederen uten demping.

c) Vis at gruppehastigheten i bølgelederen kan skrives som

$$v_{\text{gruppe}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c^2}{\omega} \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2}}$$

Vis deretter at  $v_{\text{gruppe}} \cdot v_{\text{fase}} = c^2$

der  $v_{\text{fase}}$  er fasehastigheten.

Sammenlign fasehastigheten med lyshastigheten i vakuum,  $c$ .

### Oppgave 2

I denne oppgaven kan vi sette  $\mu \approx \mu_0$ .

Det mest nøyaktige uttrykket for skinndybde er

$$\delta = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{\mu\sigma^2} \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \varepsilon^2}} \right)}$$

Bruk uttrykket over til å vise at

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} \text{ når } \sigma \gg \omega\varepsilon$$

a) Bestem skinndybden for kobber for elektromagnetiske bølger med følgende bølgelengder

- i) 6000 km ( tilsvarer 50 Hz-stråling)
- ii) 100 m (radio, AM båndet)
- iii) 3 cm (radar)

Konduktiviteten for kobber er  $5.8 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ . For kobber er  $\sigma \gg \omega \epsilon$ .

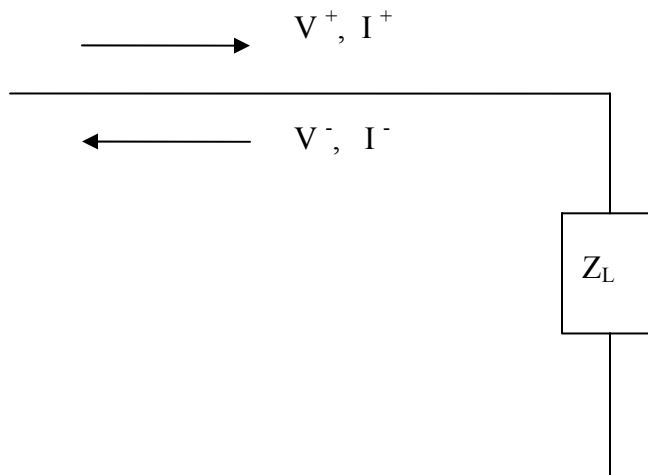
b) Konduktiviteten for havvann er omkring  $4.3 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ . Vi befinner oss på overflaten og ønsker å kommunisere med en undervannsbåt som befinner seg på 100 m dyp vha elektromagnetiske bølger. Hvilken frekvens må vi bruke når kommunikasjonsutstyret vi bruker har en mottaker som kan registrere 0.01% av sendereffekten?

Anta at  $\sigma \gg \omega \epsilon$  og plane bølger.

c) Konduktiviteten varierer mye i biologisk vev.  $0.1 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$  oppgis ofte som en midlere verdi. Bestem skinndybden for stråling fra en GSM mobiltelefon med frekvens 900 MHz. Den relative permittiviteten kan settes til 70 (trenger vi denne opplysningen?).

### Oppgave 3

Vi har en koaksialkabel uten ohmsk motstand med en karakteristisk impedans  $Z_0$  og setter på en belastningsmotstand med impedans  $Z_L$ . Vi antar at vi har en bølge som beveger seg mot høyre ( $V^+, I^+$ ) og en reflektert bølge mot venstre ( $V^-, I^-$ )



Vi antar at bølgene kan skrives som

$$V^+ = V_0^+ \cos(kx - \omega t)$$

$$I^+ = I_0^+ \cos(kx - \omega t)$$

$$V^- = V_0^- \cos(kx + \omega t)$$

$$I^- = I_0^- \cos(kx + \omega t)$$

Det ble vist i notatet om bølgeledere at

$$\frac{V^-}{V^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad \text{og} \quad \frac{I^-}{I^+} = \frac{Z_0 - Z_L}{Z_L + Z_0}$$

Vi lar nå  $Z_0=0$  (kortslutning)

Bestem resultantbølgene

$$V = V^+ + V^-$$

$$I = I^+ + I^-$$

uttrykt ved  $V_0^+$ ,  $Z_0$ ,  $\omega$  og  $k$  og gjør rede for at vi får stående bølger. Det kan være en fordel å benytte kompleks notasjon i utregningen.