

# Forelesning IN1900 – 3 okt 2023

**Ole Christian Lingjærde**  
**Institutt for Informatikk, Universitetet i Oslo**

**Uke: 2 Oktober - 8 Oktober, 2023**

# Denne ukens agenda

Dictionaries

Oppgave A.14 og 5.14 i Langtangens bok

Tekststrenger

Oppvarming til midtveiseksamen

**Dictionary:** en samling regler som knytter nøkler til verdier. Eksempel:

$$d = \{0:6, 1:3, 2:7\}$$

- Nøkler: 0, 1, 2
- Verdier: 6, 3, 7
- Regler:  $0 \rightarrow 6$ ,  $1 \rightarrow 3$ ,  $2 \rightarrow 7$

# Analogi til funksjoner

Anta at du ønsker å implementere disse reglene:

'Norway' --> 'Oslo'

'UK' --> 'London'

'France' --> 'Paris'

## A) Implementasjon med funksjon:

```
def f(x):  
    if x == 'Norway':  
        return 'Oslo'  
    elif x == 'UK':  
        return 'London'  
    elif x == 'France':  
        return 'Paris'
```

## B) Implementasjon med dictionary:

```
d = {'Norway': 'Oslo', 'UK': 'London', 'France': 'Paris'}
```

# En dictionary kan utvides med nye regler

Anta at vi i forrige eksempel ønsker en ny regel:

```
'Norway' --> 'Oslo'  
'UK' --> 'London'  
'France' --> 'Paris'  
'Nepal' --> 'Kathmandu' # NY REGEL
```

## Implementasjon med funksjon:

Må skrive en helt ny funksjon.

## Implementasjon med dictionary:

Kan enkelt utvide en dictionary med nye regler:

```
d['Nepal'] = 'Kathmandu'
```

# Analogi til lister

Nøkler i en dictionary = indekser i en liste

**Merk:** indeksene i lister er alltid 0, 1, ..., N-1, mens nøklene i en dictionary kan være nesten hva som helst.

## Eksempler:

```
# Parene (-2,6), (6,3), (3,7)
d = {-2:6, 6:3, 3:7}

# Parene ('Hamar','Norway'), ('Uppsala','Sweden')
d = {'Hamar':'Norway', 'Uppsala':'Sweden'}

# Parene ('pi', 3.14), ('e', 2.718), ('g', 9.81)
d = {'pi':3.14, 'e':2.718, 'g':9.81}

# Parene ((0,0), 'lowerleft') and ((1,1), 'upperright')
d = {(0,0):'lowerleft', (1,1):'upperright'}
```

## Nøklene i en dictionary må være 'immutable'

Nøklene i en dictionary må være immutable, dvs objekter som ikke kan endres.

### **Immutable:**

int-verdier og float-verdier

string-verdier

tupler

### **Ikke immutable:**

lister (kan endre element med  $a[i]=y$ )

objekter av egendefinerte klasser

## To regler kan ikke ha samme nøkkel:

Vi kan ikke skrive  $d = \{ 'Oslo': 3, 'Oslo': 4 \}$ .

Vi kan skrive  $d = \{ 'Oslo': 3 \}$  og så  $d[ 'Oslo' ] = 5$ , men da overskrives den første av de to.

## To regler kan ha samme verdi:

Vi kan godt skrive  $d = \{ 'Oslo': 3, 'Bergen': 3 \}$ .

## Reglene har ingen ordning:

En dictionary lagrer ikke reglene i en bestemt rekkefølge. Tenk på en dictionary som en 'sekk med regler'.



Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

`d = {3;8}`

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

```
d = {3;8}
```

Det er ikke en dictionary (skal stå kolon, ikke semikolon)

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

`d = [3:8]`

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

```
d = [3:8]
```

Det er ikke en dictionary (feil type parenteser)

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

`d = {3:8}`

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

```
d = {3:8}
```

Det er en dictionary, med nøkkel 3 og verdi 8.

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

$$d = \{8:3, 5:3\}$$

Lovlig dictionary med nøkler 8 og 5, og tilhørende verdier 3 og 3.

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

$d = \{3:8, 3:5\}$



Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

$$d = \{3:8, 3:5\}$$

Lovlig dictionary, men den første regelen overskrives av den siste, siden nøklene er like. Dermed: nøkkel 3 og verdi 5.

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

```
d = {('A', 'A'): 'homozygot', ('A', 'B'): 'heterozygot'}
```

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

```
d = {('A','A'): 'homozygot', ('A','B'): 'heterozygot'}
```

Lovlig dictionary, med nøkler

('A','A')      og      ('A','B')

og tilhørende verdier

'homozygot'      og      'heterozygot'

## Quiz

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

```
d = {'A','A': 'homozygot', ['A','B']: 'heterozygot'}
```

Er dette en dictionary, og hva er isåfall nøkkel og verdi?

```
d = {'A','A': 'homozygot', ['A','B']: 'heterozygot'}
```

Feilmelding siden nøklene er lister:

Traceback (most recent call last):

```
Input In [8] in <cell line: 1>
```

```
    d = {'A','A': 'homozygot', ['A','B']:  
'heterozygot'}
```

```
TypeError: unhashable type: 'list'
```

## Initialisere en dictionary:

```
# Lag en tom dictionary:  
d = {}  
# Lag en dictionary med to par:  
d = {'Oslo': 13, 'London': 15.4}  
# Lag en dictionary med to par (alternativ metode):  
d = dict(Oslo=13, London=15.4)
```

## Utvide en dictionary:

```
# Legg et nytt par til d:  
d['Madrid'] = 26.0  
# Legg en hel dictionary d2 til d:  
d.update(d2)
```

## Å fjerne regler fra en dictionary

### Fjerne et par (a,b) fra en dictionary:

```
d = {'pi':3.14, 'e':2.718, 'g':9.81}
del d['e']           # Fjern paret ('e', 2.718)
del d['pi']          # Fjern paret ('pi', 3.14)
```

NB: forsøk på å fjerne et par (a, ...) fra en dictionary gir feilmelding dersom ikke nøkkelen a finnes.

# Teste om en nøkkel finnes i en dictionary

## `key in d:`

Tester om `key` er en nøkkel i `d`

## `d[key]:`

Henter ut verdien i `d` lagret under nøkkelen `key`.  
Gir feilmelding hvis `key` ikke er en nøkkel i `d`.

## `d.get(key):`

Henter ut verdien i `d` lagret under nøkkelen `key`.  
Returnerer `None` hvis `key` ikke er en nøkkel i `d`.



## Eksempel

```
d = {'Berkeley': 'US', 'Cambridge': 'UK'}
key = 'Berkeley'
if key in d:
    print(f'Regelen {key} --> {d[key]} ligger i dictionary')
else:
    print(f'Ingen regel med nøkkel {key} i dictionary')
```

## Eksempel

```
d = {'Berkeley': 'US', 'Cambridge': 'UK'}
key = 'Berkeley'
if key in d:
    print(f'Regelen {key} --> {d[key]} ligger i dictionary')
else:
    print(f'Ingen regel med nøkkel {key} i dictionary')
```

Kjøreresultat:

```
Regelen Berkeley --> US ligger i dictionary
```

## Eksempel

```
d = {'Berkeley': 'US', 'Cambridge': 'UK'}
key = 'Berkeley'
value = d.get(key)
if value != None:
    print(f'Regelen {key} --> {d[key]} ligger i dictionary')
else:
    print(f'Ingen regel med nøkkel {key} i dictionary')
```

## Eksempel

```
d = {'Berkeley': 'US', 'Cambridge': 'UK'}
key = 'Berkeley'
value = d.get(key)
if value != None:
    print(f'Regelen {key} --> {d[key]} ligger i dictionary')
else:
    print(f'Ingen regel med nøkkel {key} i dictionary')
```

**Kjøreresultat:**

```
Regelen Berkeley --> US ligger i dictionary
```

## Å løpe gjennom elementene i en dictionary

Løpe gjennom elementene i **vilkårlig** rekkefølge:

```
d = {-2:6, 6:3, 3:7}
for key in d:
    print(f'Key = {key} and value = {d[key]}')
```

Løpe gjennom elementene i **sortert** nøkkelrekkefølge:

```
d = {-2:6, 6:3, 3:7}
for key in sorted(d):
    print(f'Key = {key} and value = {d[key]}')
```

## Lage liste over alle nøkler/verdier

```
d = {'Paris': 17.5, 'London': 15.4, 'Madrid': 26.0}
```

```
> d.keys()
```

```
dict_keys(['Paris', 'London', 'Madrid'])
```

```
> list(d.keys())
```

```
['Paris', 'London', 'Madrid']
```

```
> d.values()
```

```
dict_values([17.5, 15.4, 26.0])
```

```
> list(d.values())
```

```
[17.5, 15.4, 26.0]
```

## Eksempel A: Lese to-kolonne fil til dictionary

### *Datafil:*

MB.0000	0.00096
MB.0002	0.24787
MB.0005	0.2779
MB.0006	0.29428
MB.0010	0.61225
...	...

## Datafil:

MB.0000	0.00096
MB.0002	0.24787
MB.0005	0.2779
MB.0006	0.29428
MB.0010	0.61225
...	...

Første oppgave: å bestemme hva som skal være nøkkel og hva som skal være verdi.



## Datafil:

MB.0000	0.00096
MB.0002	0.24787
MB.0005	0.2779
MB.0006	0.29428
MB.0010	0.61225
...	...

Første oppgave: å bestemme hva som skal være nøkkel og hva som skal være verdi.

**Nøkkel:** første kolonne

**Verdi:** andre kolonne

## Datafil:

MB.0000	0.00096
MB.0002	0.24787
MB.0005	0.2779
MB.0006	0.29428
MB.0010	0.61225
...	...

```
bloodtest = {}
with open('blood_test.txt', 'r') as infile:
    for line in infile:
        words = line.split()
        bloodtest[words[0]] = float(words[1])

# Skrive ut verdien til nøkkel MB.0005:
print(bloodtest['MB.0005'])           # 0.2779
```

## Eksempel B: Lese tre-kolonne fil til dictionary

### Datafil:

Oslo	21.8	'Norway'
Bergen	17.6	'Norway'
London	18.1	'UK'
Berlin	19	'Germany'
Paris	23	'France'
Rome	26	'Italy'
Helsinki	17.8	'Finland'

## Datafil:

Oslo	21.8	'Norway'
Bergen	17.6	'Norway'
London	18.1	'UK'
Berlin	19	'Germany'
Paris	23	'France'
Rome	26	'Italy'
Helsinki	17.8	'Finland'

Første oppgave: å bestemme hva som skal være nøkkel og hva som skal være verdi.

**Nøkkel:** første kolonne

**Verdi:** andre og tredje kolonne (som liste/tupple)

## Datafil:

Oslo	21.8	'Norway'
Bergen	17.6	'Norway'
London	18.1	'UK'
Berlin	19	'Germany'
Paris	23	'France'
Rome	26	'Italy'
Helsinki	17.8	'Finland'

```
data = {}
# Les fil
with open('cityinfo.txt', 'r') as infile:
    for line in infile:
        words = line.split()
        data[words[0]] = [float(words[1]), words[2]]

# Skriv ut informasjonen til nøkkel Paris
print(data['Paris'])      # [23.0, 'France']
print(data['Paris'][0])  # 23.0
print(data['Paris'][1])  # 'France'
```

## Eksempel C: Lese fil med navngitte kolonner

Datafilen `table.dat`:

Navn	Alder	Utdanningssted
Anne	10	Eiksmarka
Tom	15	Marienlyst
Vidar	18	Persbråten
Johanne	17	Wang
Silje	16	Eikeli
Per	19	UiO

## Eksempel C: Lese fil med navngitte kolonner

### Datafilen table.dat:

Navn	Alder	Utdanningssted
Anne	10	Eiksmarka
Tom	15	Marienlyst
Vidar	18	Persbråten
Johanne	17	Wang
Silje	16	Eikeli
Per	19	UiO

```
data = {}
with open('table.dat', 'r') as infile:
    headers = infile.readline().split()
    for i in range(len(headers)):
        data[headers[i]] = []
    for line in infile:
        words = line.split()
        for i in range(len(headers)):
            data[headers[i]].append(words[i])
```

# Eksempel C: Lese fil med navngitte kolonner

## Datafilen table.dat:

Navn	Alder	Utdanningssted
Anne	10	Eiksmarka
Tom	15	Marienlyst
Vidar	18	Persbråten
Johanne	17	Wang
Silje	16	Eikeli
Per	19	UiO

```
data = {}  
with open('table.dat', 'r') as infile:  
    headers = infile.readline().split()  
    for i in range(len(headers)):  
        data[headers[i]] = []  
    for line in infile:  
        words = line.split()  
        for i in range(len(headers)):  
            data[headers[i]].append(words[i])
```

Les overskrifter

Les data



Hva skrives ut?

Spørsmål A:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[0])
```

Spørsmål B:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[d[0]])
```

Spørsmål C:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[-2]*d[2])
```

# Quiz 1

Hva skrives ut?

Spørsmål A:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[0])
```

# 1

Spørsmål B:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[d[0]])
```

Spørsmål C:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[-2]*d[2])
```

# Quiz 1

Hva skrives ut?

Spørsmål A:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[0])           # 1
```

Spørsmål B:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[d[0]])       # 2
```

Spørsmål C:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[-2]*d[2])
```

# Quiz 1

Hva skrives ut?

Spørsmål A:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[0])           # 1
```

Spørsmål B:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[d[0]])       # 2
```

Spørsmål C:

```
d = {-2:-1, -1:0, 0:1, 1:2, 2:-2}
print(d[-2]*d[2])    # 2
```

Hva skrives ut?

```
table = {'age':[35,20], 'name':['Anna','Peter']}  
for key in table:  
    print(f'{key}: {table[key]}')
```

Hva skrives ut?

```
table = {'age':[35,20], 'name':['Anna','Peter']}  
for key in table:  
    print(f'{key}: {table[key]}')
```

SVAR:

```
age: [35, 20]  
name: ['Anna', 'Peter']
```

*(rekkefølgen til linjene kan være omvendt)*

```
name: ['Anna', 'Peter']  
age: [35, 20]
```

## Quiz 3

Hva skrives ut:

```
table = {'age':[35,20], 'name':['Anna','Peter']}  
vals = list(table.values())  
print(vals)  
print(vals[0])  
print(vals[0][0])
```

## Quiz 3

Hva skrives ut:

```
table = {'age':[35,20], 'name':['Anna','Peter']}  
vals = list(table.values())  
print(vals)  
print(vals[0])  
print(vals[0][0])
```

SVAR:

```
[[35, 20], ['Anna', 'Peter']]      (evt i omvendt rekkeflg)  
[35, 20]  
35
```



Hva skrives ut?

```
table = {'age':[35,20], 'name':['Anna','Peter']}  
print(f'{table["name"][1]} er {table["age"][1]}')
```

NB: Merk at vi bruker doble anførelstegn når vi ønsker å angi en tekststreng (f.eks. "name") inni en annen tekststreng (f.eks. f-strengen over). Dette glemte jeg på forelesningen i dag (takktil studenten som sa fra!).

## Quiz 4

Hva skrives ut?

```
table = {'age':[35,20], 'name':['Anna','Peter']}  
print(f'{table["name"][1]} er {table["age"][1]}')
```

SVAR:

Peter er 20

## Quiz 5

Hva blir innholdet i oppslagstabellen d?

Spørsmål A:

```
d = {3:5, 6:7}
e = {4:6, 7:8}
d.update(e)
```

Spørsmål B:

```
d = {3:5, 6:7}
e = {4:6, 7:8}
d.update(e)
d.update(e)
```

Spørsmål C:

```
d = {6:100}
e = {6:6, 7:8}
d.update(e)
```

## Quiz 5

Hva blir innholdet i oppslagstabellen d?

Spørsmål A:

d = {3:5, 6:7}

e = {4:6, 7:8}

d.update(e)

{3:5, 4:6, 6:7, 7:8}

Spørsmål B:

d = {3:5, 6:7}

e = {4:6, 7:8}

d.update(e)

d.update(e)

Spørsmål C:

d = {6:100}

e = {6:6, 7:8}

d.update(e)

## Quiz 5

Hva blir innholdet i oppslagstabellen d?

Spørsmål A:

d = {3:5, 6:7}

e = {4:6, 7:8}

d.update(e)

{3:5, 4:6, 6:7, 7:8}

Spørsmål B:

d = {3:5, 6:7}

e = {4:6, 7:8}

d.update(e)

d.update(e)

{3:5, 4:6, 6:7, 7:8}

Spørsmål C:

d = {6:100}

e = {6:6, 7:8}

d.update(e)

## Quiz 5

Hva blir innholdet i oppslagstabellen d?

Spørsmål A:

d = {3:5, 6:7}

e = {4:6, 7:8}

d.update(e)

{3:5, 4:6, 6:7, 7:8}

Spørsmål B:

d = {3:5, 6:7}

e = {4:6, 7:8}

d.update(e)

d.update(e)

{3:5, 4:6, 6:7, 7:8}

Spørsmål C:

d = {6:100}

e = {6:6, 7:8}

d.update(e)

{6:6, 7:8}

Filen 'teledata.txt' inneholder info om mobilkunder:

Age	Income	Calls	ID
45	720k	46	A001
27	440k	3	A002
17	0k	52	A006
24	60k	18	A014

Kom med forslag til hvordan vi kan:

- a) lagre dataene som fire lister
- b) lagre dataene som én liste
- c) lagre dataene som en dictionary

## Quiz 6

Fire lister:

```
age      = [45, 27, 17, 24]
income   = ['720k', '440k', '0k', '60k']
calls    = [46, 3, 52, 18]
id       = ['A001', 'A002', 'A006', 'A014']
```

En liste:

```
table = [[45, 27, 17, 24],
          ['720k', '440k', '0k', '60k'],
          [46, 3, 52, 18],
          ['A001', 'A002', 'A006', 'A014']]
```

En dictionary:

```
table = {'Age':[45, 27, 17, 24],
         'Income':['720k', '440k', '0k', '60k'],
         'Calls':[46, 3, 52, 18],
         'ID':['A001', 'A002', 'A006', 'A014']}
```



# Nestet dictionary

Vi har allerede sett eksempler på at verdiene i en dictionary kan være lister.

Verdiene kan også være dictionaries:

```
avstand = {'Oslo':{'Bergen':463, 'Trondheim':491, 'Tromsø':1798},  
          'Bergen':{'Oslo':463, 'Trondheim':627},  
          'Trondheim':{'Oslo':491, 'Tromsø':1129}}
```

```
> avstand['Oslo']['Bergen']  
463
```

```
> avstand['Trondheim']['Tromsø']  
1129
```

## Exercise A.14: Find difference equations for computing $\sin x$

The purpose of this exercise is to derive and implement difference equations for computing a Taylor polynomial approximation to  $\sin x$ :

$$\sin x \approx S(x; n) = \sum_{j=0}^n (-1)^j \frac{x^{2j+1}}{(2j+1)!}. \quad (\text{A.60})$$

To compute  $S(x; n)$  efficiently, write the sum as  $S(x; n) = \sum_{j=0}^n a_j$ , and derive a relation between two consecutive terms in the series:

$$a_j = -\frac{x^2}{(2j+1)2j} a_{j-1}. \quad (\text{A.61})$$

Introduce  $s_j = S(x; j-1)$  and  $a_j$  as the two sequences to compute. We have  $s_0 = 0$  and  $a_0 = x$ .

a) Formulate the two difference equations for  $s_j$  and  $a_j$ .

## Exercise A.14

Taylor approksimasjon til  $\sin x$ :

$$\sin x \approx \sum_{j=0}^n (-1)^j \frac{x^{2j+1}}{(2j+1)!}$$

## Exercise A.14

Taylor approksimasjon til  $\sin x$ :

$$\sin x \approx \sum_{j=0}^n (-1)^j \frac{x^{2j+1}}{(2j+1)!}$$

For å regne ut det  $j$ te leddet må vi regne ut:

$$x^{2j+1}$$

$$(2j+1)!$$

$$(-1)^j$$

... og så multiplisere og dividere

## Exercise A.14

Taylor approksimasjon til  $\sin x$ :

$$\sin x \approx \sum_{j=0}^n (-1)^j \frac{x^{2j+1}}{(2j+1)!}$$

For å regne ut det  $j$ te leddet må vi regne ut:

$$x^{2j+1}$$

$$(2j+1)!$$

$$(-1)^j$$

... og så multiplisere og dividere

Kan vi gjøre det mer effektivt?

**Ide:** Det er lett å komme fra ledd  $j-1$  til ledd  $j$ .

## Exercise A.14

Ledd  $j - 1$ :

$$a_{j-1} = (-1)^{j-1} \frac{x^{2(j-1)+1}}{(2(j-1)+1)!} = (-1)^{j-1} \frac{x^{2j-1}}{(2j-1)!}$$

## Exercise A.14

Ledd  $j - 1$ :

$$a_{j-1} = (-1)^{j-1} \frac{x^{2(j-1)+1}}{(2(j-1)+1)!} = (-1)^{j-1} \frac{x^{2j-1}}{(2j-1)!}$$

Ledd  $j$ :

$$a_j = (-1)^j \frac{x^{2j+1}}{(2j+1)!} = -\frac{x^2}{2j(2j+1)} \cdot a_{j-1}$$

## Exercise A.14

Ledd  $j - 1$ :

$$a_{j-1} = (-1)^{j-1} \frac{x^{2(j-1)+1}}{(2(j-1)+1)!} = (-1)^{j-1} \frac{x^{2j-1}}{(2j-1)!}$$

Ledd  $j$ :

$$a_j = (-1)^j \frac{x^{2j+1}}{(2j+1)!} = -\frac{x^2}{2j(2j+1)} \cdot a_{j-1}$$

**Dermed:** hvis vi allerede har regnet ut forrige ledd, trenger vi bare tre multiplikasjoner + en divisjon + et fortegnsskift for å finne neste!



Oppsummert har vi nå at

$$\sin x \approx \sum_{j=0}^n a_j$$

hvor

$$a_j = -\frac{x^2}{2j(2j+1)} \cdot a_{j-1} \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

I tillegg må vi sette initialbetingelsen  $a_0 = x$ .

## Exercise A.14

Vi kan skrive Taylor-approksimasjonen  $\sin x \approx \sum_{j=0}^n a_j$  på en litt annen måte:

$$\sin x \approx s_{n+1}$$

hvor

$$\begin{aligned} s_{n+1} &= s_n + a_n \\ a_n &= -\frac{x^2}{2n(2n+1)} \cdot a_{n-1} \end{aligned}$$

og  $a_0 = x$ .

**Spørsmål:** I hvilken rekkefølge må vi beregne de to formlene for å løse dette settet av to differenslikninger?

- b) Implement the system of difference equations in a function `sin_Taylor(x, n)`, which returns  $s_{n+1}$  and  $|a_{n+1}|$ . The latter is the first neglected term in the sum (since  $s_{n+1} = \sum_{j=0}^n a_j$ ) and may act as a rough measure of the size of the error in the Taylor polynomial approximation.
- c) Verify the implementation by computing the difference equations for  $n = 2$  by hand (or in a separate program) and comparing with the output from the `sin_Taylor` function. Automate this comparison in a test function.
- d) Make a table or plot of  $s_n$  for various  $x$  and  $n$  values to illustrate that the accuracy of a Taylor polynomial (around  $x = 0$ ) improves as  $n$  increases and  $x$  decreases.

### Exercise 5.14: Plot data in a two-column file

The file `src/plot/xy.dat`<sup>12</sup> contains two columns of numbers, corresponding to  $x$  and  $y$  coordinates on a curve. The start of the file looks as this:

```
-1.0000    -0.0000
-0.9933    -0.0087
-0.9867    -0.0179
-0.9800    -0.0274
-0.9733    -0.0374
```

Make a program that reads the first column into a list `x` and the second column into a list `y`. Plot the curve. Print out the mean  $y$  value as well as the maximum and minimum  $y$  values.

*Hint* Read the file line by line, split each line into words, convert to `float`, and append to `x` and `y`. The computations with `y` are simpler if the list is converted to an array.

Filename: `read_2columns`.