Ekstra innleveringsoppgave i INF1080 – Logiske metoder for informatikk
Innleveringsfrist: fredag 24. oktober kl. 23.59.

Oppgave 1 «Grunnleggende mengdelære»

Hvilket alternativ er rett?

(a) $\emptyset \in \emptyset$ (b) $\emptyset \in \{\emptyset\}$ (c) $\emptyset \not\subseteq \emptyset$ (d) $\emptyset = \{\emptyset\}$

Oppgave 2 «Utsagnslogikk»

Hvordan kan vi representere følgende utsagn?

Hvis griser ikke liker disco, så liker de polka.

(a) $(\neg Q \land P)$ (b) $(\neg Q \to P)$ (c) $(P \to \neg Q)$ (d) $\neg(Q \to P)$

Oppgave 3 «Semantikk for utsagnslogikk»

Hvilken rad mangler i følgende sannhetsverditabell?

P	Q	$\neg$	(	P	$\to$	Q	)
1	**1**	**0**		**1**	**1**	**1**	
1	**0**	**1**		**1**	**0**	**0**	
0	**1**						
0	**0**	**0**		**0**	**1**	**0**	

(a) **0** **1** **1** **1**
(b) **0** **0** **1** **1**
(c) **0** **1** **0** **0**
(d) **1** **0** **0** **1**

Oppgave 4 «Utsagnslogiske begreper»

Hvilken av følgende mengder har $P \land Q$ som logisk konsekvens?

(a) $\{P \to Q, Q \to P\}$
(b) $\{P, P \lor Q\}$
(c) $\{P \lor \neg P, Q \lor \neg Q\}$
(d) $\{P \to Q, P\}$

Oppgave 5 «Bevis, formodninger og moteksempler»

Hva er et moteksempel til følgende påstand?

Alle valuasjoner som oppfyller $P \lor Q$, vil også oppfylle P.

(a) En valuasjon som gjør P sann og Q sann.
(b) En valuasjon som gjør P sann og Q usann.
(c) En valuasjon som gjør P usann og Q sann.
(d) En valuasjon som gjør P usann og Q usann.

Oppgave 6 «Relasjoner»

Her er fire forsøk på å angi en relasjon.

$$R = \langle 0, 0\rangle, \langle 0, 1\rangle, \langle 0, 2\rangle$$
$$R = \{\langle 0, 0\rangle, \langle 0, 1\rangle, \langle 0, 2\rangle\}$$
$$R = \{\{0, 0\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}\}$$
$$R = \{0R0, 0R1, 0R2\}$$

Hvor mange av disse er lovlige måter å angi en relasjon på?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) ingen

Oppgave 7 «Funksjoner»

Hvilken av følgende funksjoner er *ikke* en operator på mengden av heltall, det vil si mengden som består av tallene

$$\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots.$$

(a) $+$ (addisjon)
(b) $-$ (subtraksjon)
(c) $\cdot$ (multiplikasjon)
(d) $\div$ (divisjon)

Oppgave 8 «Tillukninger og induktivt definerte mengder»

La $R = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ være en relasjon på $\{1, 2, 3\}$. Hvilke par må legges til for at denne skal bli transitiv og symmetrisk?

(a) Ingen. Den er allerede en transitiv og symmetrisk.
(b) $\langle 2, 1\rangle$, $\langle 3, 2\rangle$
(c) $\langle 2, 1\rangle$, $\langle 3, 2\rangle$, $\langle 1, 1\rangle$, $\langle 3, 3\rangle$
(d) $\langle 2, 1\rangle$, $\langle 3, 2\rangle$, $\langle 1, 3\rangle$, $\langle 3, 1\rangle$
(e) $\langle 2, 1\rangle$, $\langle 3, 2\rangle$, $\langle 1, 1\rangle$, $\langle 3, 3\rangle$, $\langle 1, 3\rangle$, $\langle 3, 1\rangle$

Oppgave 9 «Tillukninger og induktivt definerte mengder»

La S være den minste mengden som inneholder 0 og som er slik at hvis x er med, så er $x + 3$ og $x + 5$ med. Hvilken påstand er sann?

(a) Både 13 og 14 er med i S.
(b) Kun 13, og ikke 14, er med i S.
(c) Kun 14, og ikke 13, er med i S.
(d) Hverken 13 eller 14 er med i S.

Oppgave 10 «Rekursive funksjoner»

Vi kan definere en rekursiv funksjon f fra bitstrenger til naturlige tall på følgende måte. La $f(0) = 0$ og $f(1) = 1$. Hvis b er en bitstreng, la

$$f(b0) = f(b) \text{ og}$$
$$f(b1) = f(b) + 1.$$

Med denne definisjonen, hva blir verdien av $f(1011)$?

(a) Verdien er udefinert.
(b) 3
(c) 4
(d) 11

Oppgave 11 «Representasjon av kvantifiserte utsagn»

Anta at $O(x)$ representerer «x gjør oppgaver» og at $S(x)$ representerer «x står på eksamen». Hvilken av formlene under representerer best følgende utsagn:

Ingen andre enn de som gjør oppgaver står på eksamen.

(a) $\exists x(O(x) \wedge S(x))$
(b) $\forall x(O(x) \vee S(x))$
(c) $\forall x(S(x) \rightarrow O(x))$
(d) $\forall x(O(x) \rightarrow S(x))$

Oppgave 12 «Tolkning i modeller»

Se på formelen

$$\forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryy).$$

Hvilken av følgende tolkninger av R *falsifiserer* formelen? Med andre ord: Hvilken tolkning gjør formelen *usann*?

(a) $R^{\mathcal{M}} = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle\}$
(b) $R^{\mathcal{M}} = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 2, 2\rangle\}$
(c) $R^{\mathcal{M}} = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle\}$
(d) $R^{\mathcal{M}} = \{\langle 1, 1\rangle\}$