Løsningsforslag- INF2310 vår 2009, UKEOPPGAVER 6

Oppgave 1 : Randeffekter ved konvolusjon

Diskuter fordeler og ulemper ved "reflected indexing" og "circular indexing når man konvolverer et bilde med en filtermaske.

Løsningsforslag:

Hvis vi skal produsere et ut-bilde som er like stort som inn-bildet, så må senterposisjonen i filtermasken som har en størrelse (2w + 1) x (2w + 1) kunne flyttes helt ut til kanten av inn-bildet. Når dette skjer, vil noen av multiplikasjonene krever en pikselverdi som ikke finnes fordi den ligger utenfor bildekanten. Vi kan da velge å utvide inn-bildet, slik at vi skaffer oss "nye" piksler som kan multipliseres med de filter-vektene som falt utenfor inn-bildet.

"Reflected indexing" betyr vi speiler en w piksler bred stripe av innbildet om høyre og venstre kant av bildet, slik at det utvides til høyre og venstre, og deretter gjentar samme prosedyre om øvre og nedre kant av innbildet – eller i omvendt rekkefølge.

Fordelen med denne teknikken er at det utvidede inn-bildet har en glatt overgang mellom det egentlige inn-bildet og de speilede utvidelses-stripene.

"Circular indexing" vil si at vi kopierer en w piksel bred stripe fra motsatt kant, som om det M x N piksler store bildet gjentar seg selv – horisontalt og vertikalt – med en periode M horisontalt og en periode N vertikalt.

Ulempen med denne teknikken er at den kan innføre veldig skarpe intensitetskanter i overgangen mellom det egentlige inn-bildet og utvidelses-stripene. Dette unngår man bare dersom inn-bildet er slik at pikselverdiene langs høyre kant er lik pikselverdiene langs venstre kant, og tilsvarende langs øvre og nedre kant.

Når vi kommer til Fourier-transformen, skal vi se at denne transformen bygger på en implisitt forutsetning om at det inn-bildet vi har, bare er et utsnitt av et veldig stort bilde, og at utsnittet gjentar seg selv både horisontalt og vertikalt. Da må vi gjøre noen grep for å dempe effektene av de skarpe intensitetskantene som følger av denne antagelsen.

Oppgave 1 : Programmering av Sobel-operatoren

Her skal dere skrive og bruke en Matlab-kode.

<u>Denne får dere bruk for i OBLIG-1. Derfor gir vi ikke noe løsningsforslag.</u>

Oppgave 3: Gjentatt konvolusjon

Diskuter effekten av gjentatt konvolusjon med samme lavpass-filter, f.eks. et 3x3 filter med 1/9 i alle posisjoner. Se bort fra kant-effekter.
Hint: I denne oppgaven har vi ikke sagt noe om hvordan bildet ser ut. Vi betegner bildet med f(x,y) og filteret med h(i,j). Anta for enkelhets skyld at bildet er kvadratisk, NxN piksler. Vil det hjelpe om vi bruker "superposisjon", dvs. At vi betrakter bildet som en sum av høyst NxN bilder, der hvert bilde bare har ett piksel som er forskjellig fra 0?

Løsningsforslag:
Anta at vi har et bilde med NxN piksler, slik at vi kan uttrykke f(x,y) som en sum av høyst N^2 bilder, der hvert bilde bare har ett piksel som er forskjellig fra 0. Konvolusjonen kan da skrives som

$$h(i,j) * f(x,y) = h(i,j) * [f_1(x,y) + f_2(x,y) + \ldots + f_{N2}(x,y)]$$

Anta at $f_k(x,y)$ har verdien 1 i midten, og 0 ellers. Konvolverer vi dette bildet med et 3x3 filter med 1/9 i alle posisjoner, så får vi et nytt bilde med et 3x3 område i midten med pikselverdier 1/9, og 0 ellers. Ny konvolusjon med samme filter gir et 5x5 område i midten med pikselverdier gitt ved

$$\frac{1}{81}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

og 0 ellers.

Merk at summen av pikselverdiene i utbildet fra denne gjentatt konvolusjonen er konstant, fordi summen av filtervektene er 1. Gjentatte konvolusjoner med h(i,j) vil diffundere verdiene av den opprinnelige pikselverdien 1 utover, slik at hver av pikselverdiene blir mindre og mindre, mens summen av dem er konstant lik 1.

Den totale effekten finner vi ved å addere sammen alle de N^2 konvolverte bildene. Nettoeffekten er mer og mer blurring – eller utsmøring, ved at verdiene i hvert piksel i originalbildet fordeles utover.
<u>Men middelverdien over hele bildet er bevart .</u>