Løsningsforslag- INF2310 vår 2012, UKEOPPGAVER 5

Merk at :
Når vi konvolverer to filterkjerner, vil vi at resultatet skal bli større enn hver av de to filterkjernene, fordi vi gjerne ønsker å bruke denne teknikken til å lage en effektiv implementasjon av filtre.
Når vi konvolverer et bilde med et filter, vil vi vanligvis at ut-bildet skal ha samme størrelse som inn-bildet.

Oppgave 1 – 1D konvolusjon av to filtre

Vi har gitt et 1D-filer h=[1 2 1] som vi skal konvolvere med etannet filter b=[1 3 4 3 4]. Konvolusjonen skal beregnes for alle mulige pikselposisjoner. Der hvor vi bare har delvis overlapp, utvider vi med 0-er.

g=h*f=[1 2 1]*[1 3 4 3 4] = [1 5 11 14 14 11 4]
Merk at størrelsen på resultatet blir større enn hvert av de to filtrene.
Hvis lengden på de to filtrene er hhv k og $m=2w+1$,
blir lengden på resultatet $k+2w$.

Oppgave 2 – 2D konvolusjon av to filtre

Vi skal konvolvere et 2D-filter h :
1 1
1 1

med et annet 2-D filter b:
4 1
2 3

Utfør konvolusjonen (manuelt) og finn resultatet. Beregn konvolusjonen for alle mulige pikselposisjoner. Der hvor vi bare har delvis overlapp, utvider vi med 0-er.

Utbildet g=h*b blir:
4 5 1
6 10 4
2 5 3

Oppgave 3 - Middelverdi

Et bilde glattes med 3x3 middelverdi-fillter.
Det inneholder fremdeles mye støy,og resultatet filtreres en gang til med samme filter.
Hvilket filter vil gi samme resultat i ett steg?
Er dette filteret separabelt?
Gir en vilkårlig kombinasjon av separable filtre et nytt separabelt filter?

Konvolusjon er kommutativ, dvs f*g = g*f og assosiativ, dvs. (f*g)*h = f*(g*h).
Det spiller altså ingen rolle hvilken rekkefølge sammensatte konvolusjoner utføres i.
Hvis vi har et bilde f som vi konvolverer med filteret h, og konvolverer resultatet med h igjen, så kan vi skrive det som

$$G = (f*h)*h = f*(h*h)$$

Så hvis filteret vårt er et homogent lavpassfilter, finner vi svaret på det første spørsmålet ved å konvolvere filteret med seg selv:

$$h(i,j)*h(i,j) = \frac{1}{9}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}*\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}=\frac{1}{81}\begin{bmatrix}1&2&3&2&1\\2&4&6&4&2\\3&6&9&6&3\\2&4&6&4&2\\1&2&3&2&1\end{bmatrix}$$

Er dette et separabelt filter? Ja, for det kan skrives som

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}*\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}=\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}*\begin{bmatrix}1&1&1\end{bmatrix}*\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}*\begin{bmatrix}1&1&1\end{bmatrix}$$

Og dette kan stokkes om til

$$\frac{1}{81}\begin{bmatrix}1&2&3&2&1\end{bmatrix}^T*\begin{bmatrix}1&2&3&2&1\end{bmatrix}$$

Gir en vilkårlig kombinasjon av separable filtre et nytt separabelt filter? Nei, vi kan ikke garantere dette for ”en vilkårlig kombinasjon” – for eksempel hvis vi adderer to separable filtre, men en **konvolusjon** av to separable filtre gir et nytt separabelt filter, etter samme oppskrift som ovenfor.

Oppgave 4 : Randeffekter ved konvolusjon

Diskuter fordeler og ulemper ved “reflected indexing” og ”circular indexing når man konvolverer et bilde med en filtermaske.

Løsningsforslag:

Hvis vi skal produsere et ut-bilde som er like stort som inn-bildet, så må senterposisjonen i filtermasken som har en størrelse (2w + 1) x (2w + 1) kunne flyttes helt ut til kanten av inn-bildet. Når dette skjer, vil noen av multiplikasjonene krever en pikselverdi som ikke finnes fordi den ligger utenfor bildekanten. Vi kan da velge å utvide inn-bildet, slik at vi skaffer oss ”nye” piksler som kan multipliseres med de filter-vektene som falt utenfor inn-bildet.

”Reflected indexing” betyr vi speiler en w piksler bred stripe av innbildet om høyre og venstre kant av bildet, slik at det utvides til høyre og venstre, og deretter gjentar samme prosedyre om øvre og nedre kant av innbildet – eller i omvendt rekkefølge.

Fordelen med denne teknikken er at det utvidede inn-bildet har en glatt overgang mellom det egentlige inn-bildet og de speilede utvidelses-stripene.

”Circular indexing” vil si at vi kopierer en w piksel bred stripe fra motsatt kant, som om det M x N piksler store bildet gjentar seg selv – horisontalt og vertikalt – med en periode M horisontalt og en periode N vertikalt.

Ulempen med denne teknikken er at den kan innføre veldig skarpe intensitetskanter i overgangen mellom det egentlige inn-bildet og utvidelses-stripene. Dette unngår man bare dersom inn-bildet er slik at pikselverdiene langs høyre kant er lik pikselverdiene langs venstre kant, og tilsvarende langs øvre og nedre kant.

Når vi kommer til Fourier-transformen, skal vi se at denne transformen bygger på en implisitt forutsetning om at det inn-bildet vi har, bare er et utsnitt av et veldig stort bilde, og at utsnittet gjentar seg selv både horisontalt og vertikalt. Da må vi gjøre noen grep for å dempe effektene av de skarpe intensitetskantene som følger av denne antagelsen.

Oppgave 5 : Programmering av Sobel-operatoren

Her skal dere skrive og bruke en Matlab-kode.
<u>Denne får dere bruk for i OBLIG-1. Derfor gir vi ikke noe løsningsforslag.</u>