INF 2310 – Digital bildebehandling

Forelesning II
Sampling og kvantisering

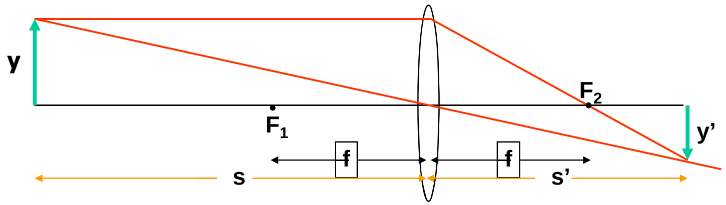
Fritz Albregtsen

Temaer i dag

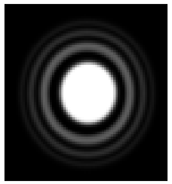
- Romlig oppløsning i bilder
- Sampling av bilder
- Kvantisering i bilder
- Avstandsmål i bilder

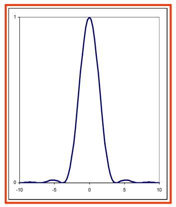
- Pensum: Kap. 2.3 - 2.5 i DIP

Optisk avbildning



En punktkilde avbildes som en skive med mørke og lyse ringer rundt =>

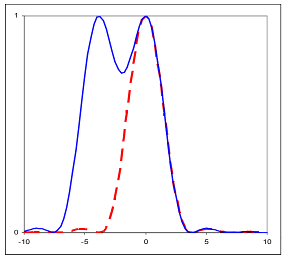




(Punktspredningsfunksjon)
(PSF)

Mer om romlig oppløsning

- Romlig oppløsning angis ofte som hvor langt fra hverandre to punktkilder må være for at vi skal kunne skille dem.
- Romlig oppløsning angis som en vinkel, oftest gitt i radianer.

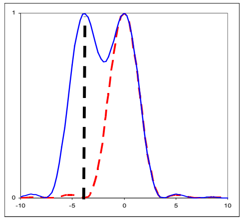


Rayleigh-kriteriet

- Anta en "**perfekt**" linse med aperture-diameter D, og at lysets bølgelengde er λ.
- To punkter i et objekt kan akkurat adskilles i bildet hvis vinkelen mellom dem er gitt ved

$\sin\theta = 1.22\,\lambda / D$ radianer.

  - Dette er "Rayleigh-kriteriet".



Rayleigh-kriteriet, eksempel

$$y' = \frac{y\,f}{(s-f)}$$

$$\sin(\theta) \approx \tan(\theta) \approx \theta$$

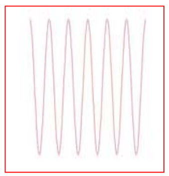
f=35mm og D=10mm	(Tilnærmet vanlig kamera)
s=5m	(Avstanden til det som avbildes)
$\lambda=500 \cdot 10^{-9}$ meter	(Grønt lys)

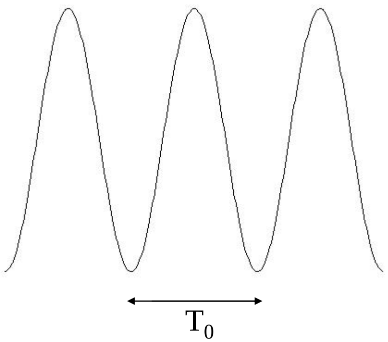
$\tan\theta \approx \sin\theta = 1.22\,\lambda / D = 6.1 \cdot 10^{-5}$ (Rayleigh)

$y = \tan\theta \cdot s \approx 3.05\times10^{-4}$m $\approx$ **0.3mm** (I objektplanet)

$y' = 0.3\text{mm} \cdot 35 / (5000-35) \approx$ **2.1µm** (I bildeplanet)

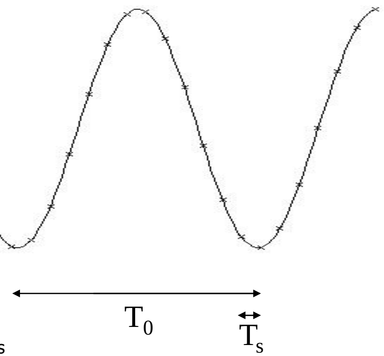
Romlig frekvens





- Periode T_0 (f.eks. i mm eller µm)
- Frekvens $f_0 = 1/T_0$ (med benevning "per mm" eller "per µm)

Sampling av kontinuerlige signaler



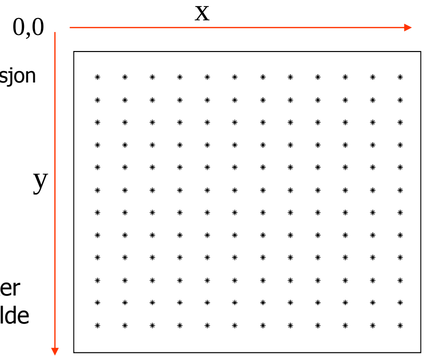
- Samplingsperiode T_s
- Signalets periode = T_0 (=> $f_0 = 1/T_0$)
- Samplingsfrekvens $f_s = 1/T_s$ (også kalt samplingsrate)
- Hvor ofte må man sample for å kunne rekonstruere signalet?

Samplingsteoremet (Shannon/Nyquist)

- Anta at det kontinuerlige bildet er båndbegrenset, dvs. det inneholder ikke høyere frekvenser enn f_{max}
- Det kontinuerlige bildet kan rekonstrueres fra det digitale bildet dersom samplingsraten $f_s=1/T_s$ er større enn 2 f_{max} (altså $T_s < ½T_0$)
- 2 f_{max} kalles Nyquist-raten
- I praksis oversampler vi med en viss faktor for å kunne få god rekonstruksjon

Sampling av bilder

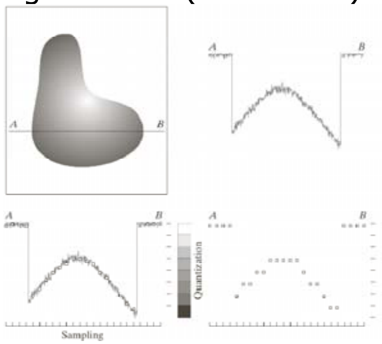
- Naturen er kontinuerlig
  - Et bilde er en kontinuerlig funksjon av to kontinuerlige variable
- Digitalt bilde består av diskrete bildeverdier på et endelig 2D punktnett
- Sampling: Prosessen som plukker ut punkter fra et kontinuerlig bilde til et 2D punktnett



- For en viss **romlig oppløsning**, hvor tett må punktene i rutenettet ligge? (Hvor mange piksler pr. arealenhet?)

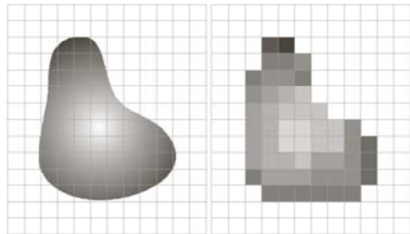
1D-sampling og kvantisering

- Analogt: En kontinuerlig variabel – intensitet finnes for alle (kontinuerlige) posisjoner.
- Digitalt: Intensiteten samples for diskrete posisjoner, og skaleres og avrundes (kvantiseres)



2D sampling og kvantisering

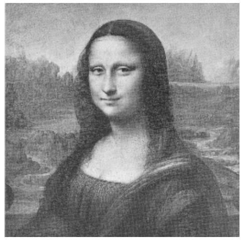
- Et kontinuerlig bilde projiseres på et detektor-array.
- Detektor-tettheten bestemmes av Nyquist-kriteriet.
- Hver detektor måler intensitet som et arealgjennomsnitt.
- Antall gråtoner bestemmes av ordlengden (antall bits).



a b

FIGURE 2.17 (a) Continuous image projected onto a sensor array. (b) Result of image sampling and quantization.

Romlig oppløsning, eksempler


256x256

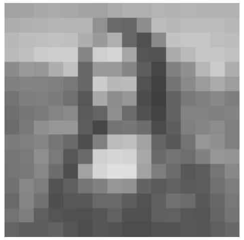

128x128


64x64

(Hvert tall i matrisen er her opptegnet som et kvadrat)

Romlig oppløsning sier noe om graden av fine detaljer som kan representeres i bildet


32x32


16x16

Redusert romlig oppløsning


32x32 piksler


256x256 piksler

Forskjellig antall piksler, men lik romlig oppløsning.

Undersampling/aliasing

- Undersampling (sample med lavere samplingsrate enn Nyquist-kriteriet) medfører **aliasing.**
- Ved undersampling forvrenges frekvensinnholdet og det digitale bildet inneholder ikke de samme frekvenser som det kontinuerlige bildet.
- Sampling av en sinusoid med for lav samplingsrate gir en diskret sinusoid med lavere frekvens.
- Alias-frekvensen er altså lavere enn sann frekvens.

Under-sampling gir aliasing

- En sinusoid med periode T=2s.
- Samplet med uniform samplingsperiode > 2s.
- Gir en rekonstruert sinusoid med for lav frekvens.

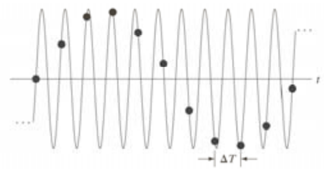
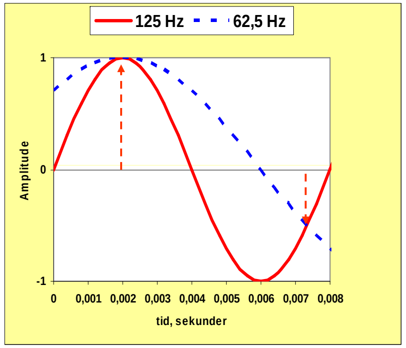


FIGURE 4.10 Illustration of aliasing. The under-sampled function (black dots) looks like a sine wave having a frequency much lower than the frequency of the continuous signal. The period of the sine wave is 2 s, so the zero crossings of the horizontal axis occur every second. ΔT is the separation between samples.

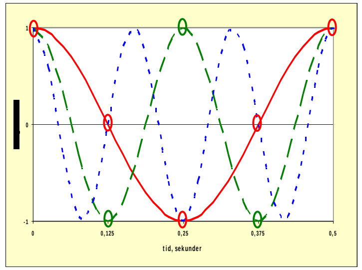
Undersampling og aliasing

- Aliasing betegner det fenomenet at en sinusoid ved for lav samplingsrate gir opphav til samme diskrete signal som en sinusoid med lavere frekvens.
- Vi sampler en f =125 Hz sinus med f_s = 1.5 f = 187.5 Hz.
- Dette gir for eksempel sampler ved t = 0.002 og ved t = 0.733 (stiplede røde piler).
- Rekonstruksjon gir sinus med f_a= 62.5 Hz (stiplet kurve).
- Vi har fått en "aliasing".
- Merk at $f_a = f_s - f$ når $f < f_s < 2f$



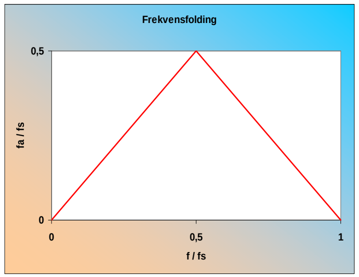
Frekvensfolding

- I figuren til høyre vises ½ sek. av tre sinus-funksjoner med frekvenser 2, 4 og 6 Hz.
- Vi sampler alle tre funksjonene med en fast f_s = 8Hz
- Vi får rekonstruert tre sinusoider med hhv. f = 2, 4 og 2 Hz.
- Frekvenser f som er under halvparten av f_s blir rekonstruert til korrekt frekvens
- f mellom ½ f_s og f_s, blir rekonstruert til $f_a = f_s - f$

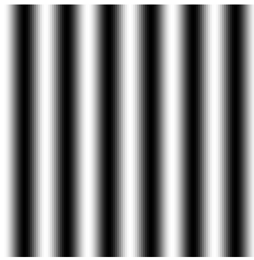


Frekvensfolding

- Aliasfrekvens er gitt ved $f_a = f_s - f$ når $f < f_s < 2f$
- frekvenser under halvparten av f_s blir korrekt rekonstruert.
- frekvenser mellom ½ f_s og f_s, blir rekonstruert til $f_a = f_s - f$



Oppgave

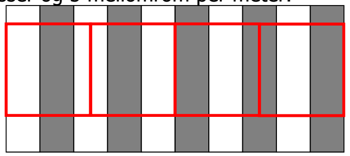


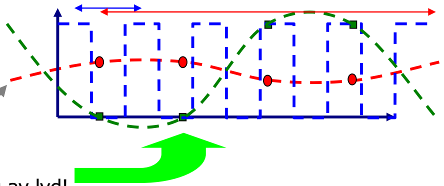
12cm

- Du tar bilde av et gjerde som består av hvite gjerdestolper som er 6 cm brede og mørke mellomrom som er 6 cm brede.
- Bildet dekker 30 m av gjerdet.
- Bildet er 256 piksler bredt.
- Går dette bra?
- Hva er perioden i bildet og hva er samplingsperioden?

Et undersamplet Nyquist-stakitt …

- Ta et analogt bilde av et stakitt med 5 sprosser og 5 mellomrom per meter.
  - Vi har en periodisk struktur
    - f = 5 svingninger per meter
    - Periode T = 20 cm
- Vi må ha MINST to piksler per periode!
  - Anta nå at pikslene svarer til 25 · 25 cm, dvs f_s = 4 sampler per meter.
  - Finner gjennomsnitt i hvert piksel …
    - Amplituden reduseres …
    - Vi får aliasing, fa = $|f_s - f| = |4 - 5| = 1$
    - Perioden $T_a = 1/f_a = 1$ meter





- Dette er annerledes enn ved sampling av lyd!
  - Vi får redusert amplitude i forhold til lydsampling
  - Vi får samme aliasingfrekvens
  - Vi kan få faseforskyvning i bildet. Fasen til lyden hører vi ikke!

Anti-aliasing

- Effekten av aliasing kan reduseres.
- Dette MÅ gjøres FØR samplingen.
- Hvis vi filtrerer bort de høyeste frekvensene først, vil det finnes færre eller ingen frekvenser som kan gi opphav til aliasing.
- Aliasing er en samplings-effekt.
- Aliasing kan IKKE fjernes *post*-sampling.
- Mange SW-pakker tilbyr "anti-aliasing" !
- Digitale kamera kan ha en "anti-alias"-funksjon.

Anti-aliasing

- Ved *anti-aliasing* fjerner / demper vi de høyere frekvensene **før** vi sampler bildet

Originalbilde →

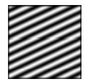
Nedsample ↓

Resultatmatrise/ resultatbilde opptegnet med store, kvadratiske piksler →

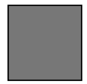
(Figurer fra ImageProcessingBasics.com)

Mer reell sampling av bilder

- Når et kamera tar bilde av et objekt, vil hvert piksel i bildet inneholde lys målt fra hele det området som pikselen dekker
- Eksempel: La oss si at 1 piksel dekker det området som er vist til høyre, og at dette lille området inneholder noe fin-struktur:



- Dette representeres etter samplingen ved gjennomsnittlig lysstyrke i området:



- Vi har målt en middelverdi over et areal
  - Implisitt fjernet høyfrekvent bidrag
  - Vi har utført en "anti-aliasing" filtrering.

Samplingsmønster/skanningsmønster

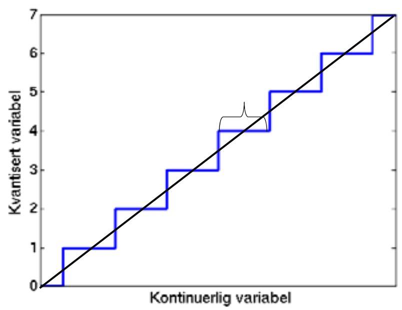
- Vanligvis rektangulært grid
  - Konnektivitets-problemer
    (Merk: avstanden mellom diagonale punkter)
  - Avstandsmål
  - Mer om dette i morfologi-forelesningen
- Andre eksempler:
  - Hexagonalt grid
  - Varierende tetthet (f. eks. netthinnen)
  - Polarkoordinater (f.eks ultralyd)

Kvantisering

- f(x,y) er intensitet/lysstyrke i (x,y) og i naturen *kontinuerlig* variabel
- Når skal lagres digitalt må man velge et *visst antall nivåer* (og hvor nivåene skal ligge)
- ***Kvantisering**:* Prosessen som transformeren et kontinuerlig sampel $f_k(x,y)$ til et diskret sampel f(x,y)

Kvantisering, forts.

- Hvert piksel lagres vha. *n* bit
- Pikselet kan da inneholde heltallsverdier fra 0 til 2^n-1
- Eks 3bit:



- 8 bit er vanlig for gråtonebilder, 3*8 bit for fargebilder.

Kvantiseringsfeil

- Kvantiseringsfeil
  - Summen av hver piksels avrundingsfeil
- Kan velge intervaller og rekonstruksjonsintensiteter som minimerer feilen for et gitt bilde
  => Ikke-uniform fordeling av kvantiseringsnivåer
- Sentrale stikkord:
  - Lagringsplass
  - Behov for presisjon/akseptabelt informasjonstap
  - Hardware-kompleksitet, eller fysiske begrensninger
- Merk: Fremvisning og videre bildeanalyse av det kvantiserte bildet stiller ulike krav til presisjon

Eksempel: Plassbehov

- Typisk kamera (6 megapiksel)
  - 3264 × 1832 = 5,979,648 piksler
  - RGB -> 3 * 5,979,648 * 8 bit = 143 Mb = 18 **MB**
- Radarbilde fra ERS-satellitten:
  - Overføring fra satellitt kostbart
  - Dekker 100 x 100 km
  - Pikseldekning 20 x 20 m
  - 5000 x 5000 piksler

    8-bit: **25 MB**

    16 bit: **50 MB**

    32 bit: **100 MB**

Prefiks for lagringsbehov

Decimal			Binary		
Kilo	k/K	10^3	Kibi	Ki	2^{10}
Mega	M	10^6	Mebi	Mi	2^{20}
Giga	G	10^9	Gibi	Gi	2^{30}
Tera	T	10^{12}	Tebi	Ti	2^{40}
Peta	P	10^{15}	Pebi	Pi	2^{50}

- Elektroniske minner (RAM, ROM) er gitt i binære enheter
- Harddisk-kapasitet er gitt i desimale enheter.
  - Sektorstørrelsen på disker gis binært (siden de mapper til RAM).
  - Forvirrende hybrider som flasminner med X GB, som ikke er X*10^9 byte eller X*2^{30} byte, men X*10^6*1024
- Kapasiteten til en CD er alltid gitt binært.
- Kapasiteten til en DVD er gitt desimalt.
- Båndbredden gis desimalt, siden klokkeraten gis desimalt
  - (1 Mbit/s = 10^9 biter per sekund, 1 GHz = 10^9 sykler per sekund).

Krav til kvantiseringsnivåer

- Øyet vårt ser bare noen titalls gråtoner samtidig,
  - trenger vi mer enn 256 nivåer (1 byte) pr. piksel?
- Tilfeller hvor *input*-intensitetsnivå varierer (for eksempel lysnivå ute og innendørs).
- Videre bildeanalyse kan kreve flere kvantiseringsnivåer
- Eksempler på datatyper som ulike sensorer leverer:
  - Byte (0-255): Mest vanlig
  - Unsigned short(16 bit): ERS SAR radarbilder vanlig format
  - 10 – 12 bit: MR-bilder (Magnetisk Resonnans)
  - 64 bit complex: ERS single look complex radarbilder (rådata) med amplitude og faseinformasjon

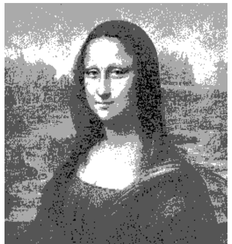
Eksempler - antall bit pr. piksel

8 bit

6 bit

4 bit

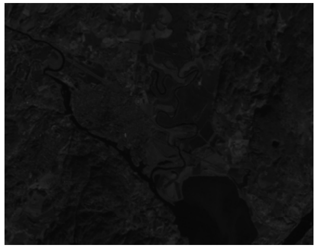
3 bit

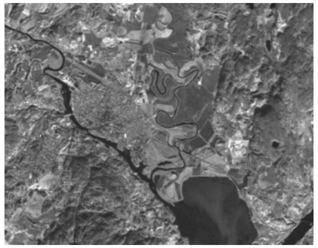


2 bit

1 bit

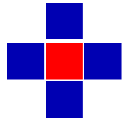
Eksempel – varierende belysning



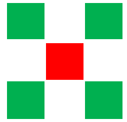


Naboer til piksler

- Et piksel *p* i posisjon (x,y) har flere nabo-piksler.
- 4-naboene $N_4(p)$ med koordinater
  (x+1,y), (x-1,y), (x,y+1), (x,y-1)



- Diagonal-naboene $N_D(p)$ med koordinater
  (x+1,y+1), (x+1,y-1), (x-1,y+1), (x-1,y-1)



- Tilsammen utgjør disse 8-naboene til *p*, $N_8(p)$.

Euklidsk avstand mellom piksler

- Gitt to piksler p,q i planet med koordinater (x,y), (s,t)
- Euklidsk avstand mellom p og q
  - $D_e(p,q) = [(x-s)^2 + (y-t)^2]^{1/2}$
  - I n dimensjoner: $D_e(p,q) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (q_i - p_i)^2}$

"City block" avstand mellom piksler

- Også kalt "Taxi-avstand", "Manhattan-distance", L_1
- Gitt to piksler p,q i et bilde med koordinater (x,y), (s,t)
- City-block avstand (D_4)
  - $D_4(p,q) = |x-s| + |y-t|$
  - Piksler med avstand 1 er 4-naboer til senterpikslet
  - $D_4(p,q)$ er lengden av den korteste 4-nabo veien fra p til q, men det kan finnes mange slike veier!

4	3	2	3	4
3	2	1	2	3
2	1	**0**	1	2
3	2	1	2	3
4	3	2	3	4

- I n dimensjoner: $D_4(p,q) = \sum_{i=1}^{n} |q_i - p_i|$

Sjakk-avstand mellom piksler

- Også kalt Chebyshev-avstand, L_∞
- Gitt to piksler p,q i et bilde med koordinater (x,y), (s,t)
- Sjakk-avstand (D_8)
  - $D_8(p,q) = \max(|x-s|, |y-t|)$
  - Piksler med $D_8=1$ er 8-naboer til senterpikslet
  - $D_8(p,q)$ er lengden av den korteste 8-nabo veien fra p til q, men det kan finnes mange slike veier!
- I n dimensjoner: $D_8(p,q) = \max |q_i - p_i|$

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

Avstandsmetrikker

- Tre piksler p,q,z med koordinater (x,y), (s,t) og (v,w)
- Avstandsfunksjonen D(p,q) er en metrikk hvis
  - $D(p,q) \geq 0$ (*ikke-negativitet*)
  - $D(p,q) = 0$ hvis og bare hvis p=q (*identitet*)
  - $D(p,q) = D(q,p)$ (*symmetri*)
  - $D(p,z) \leq D(p,q) + D(q,z)$ (*trekant-ulikhet*)

Avstandsmetrikker - II

- Gitt avstandsmålene D_4 og D_8 :
- Q: Tilfredsstiller D_4 og D_8 alle kravene til en metrikk?

0	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

0	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	2	3	4
3	3	3	3	4
4	4	4	4	4

- Q: Er *floor* (D_e) = (største heltall $\leq D_e$) en metrikk?

0	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	2	3	4
3	3	3	4	5
4	4	4	5	5

Sentrale temaer i dag

- Romlig oppløsning
  - Punktspredningsfunksjon (PSF)
  - Rayleigh-kriteriet
  - Romlig frekvens
- Sampling
  - Samplingsteoremet (Shannon/Nyquist)
  - Aliasing
  - Anti-aliasing
- Kvantisering
  - Kvantiseringsfeil
  - Ikke-uniform fordeling av nivåer
- Avstandsmål, metrikker