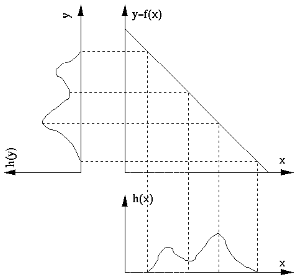
INF 2310 – Digital bildebehandling

FORELESNING 4
GRÅTONE-TRANSFORMASJONER

Fritz Albregtsen



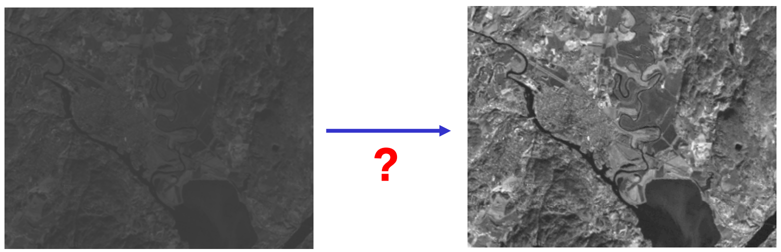
Temaer i dag

- Histogrammer
- Lineære gråtonetransformer
- Standardisering av bilder med lineær transform
- Ikke-lineære, parametriske transformer

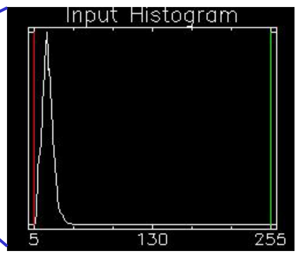
- Pensum: Kap. 3.1 - 3.2 i DIP

- Neste uke: Histogrambaserte operasjoner og lokale gråtonetransformer

Hvordan endre kontrasten i et bilde?



Matematisk verktøykasse



Histogrammer

- En diskret funksjon som viser antall målinger innenfor (som oftest) uniforme intervaller i et datasett

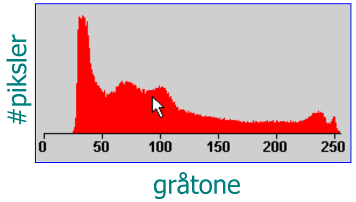
- Vi jobber med bilder og får
  - Et bilde som datasett
  - Piksel-intensiteter som målinger

- En oversikt over hyppigheten til intensitetene i bildet

- Kan også ha histogrammer over andre parametre.

Gråtonehistogrammer

- Gitt et gråtonebilde med n×m piksler og G gråtoner
- Et histogram, h(i), er slik at:
  h(i) = antall piksler i bildet
  med pikselverdi i



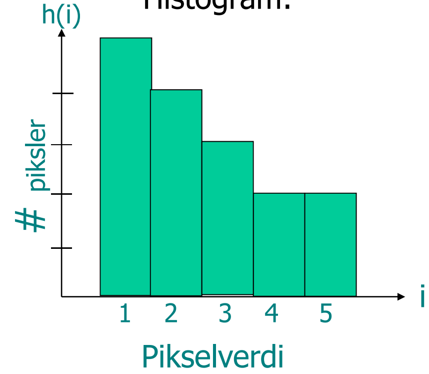
- Dannes ved å gå igjennom alle pikslene og telle gråtoner
- Vi har naturligvis at $\sum_{i=0}^{G-1} h(i) = n \times m$

Eksempel - histogram

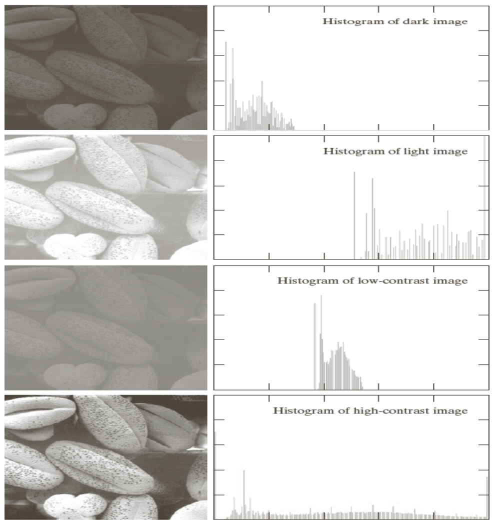
Bilde:

1	3	2	1
5	4	5	3
4	1	1	2
2	3	2	1

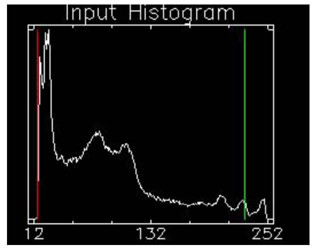
Histogram:

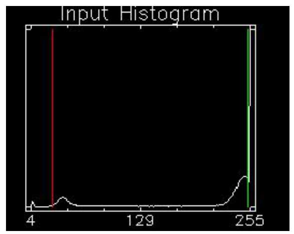


Eksempler

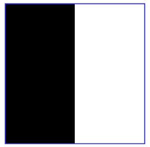


Eksempler II

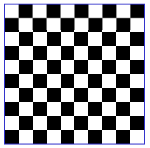




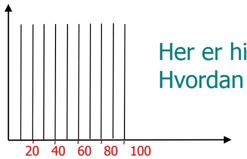
Oppgaver



Hvordan ser histogrammet ut?



Hvordan ser histogrammet ut?



Her er histogrammet. Hvordan ser bildet ut?

Normalisert histogram

- Vi har at $\sum_{i=0}^{G-1} h(i) = n \times m$
- Det normaliserte histogrammet er:

$$p(i) = \frac{h(i)}{n \times m}, \quad \sum_{i=0}^{G-1} p(i) = 1$$

- p(i) kan ses på som en sannsynlighetsfordeling for pikselverdiene i
  - "Uavhengig" av antall piksler i bildet
- Man kan si en del om bildet ut fra denne sannsynlighets-tetthetsfunksjonen

Kumulativt histogram

- Hvor mange piksler har gråtone mindre enn eller lik gråtone j?

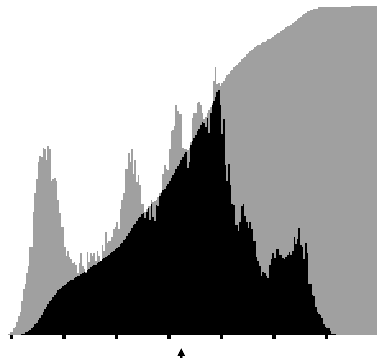
$$c(j) = \sum_{i=0}^{j} h(i)$$

- Normalisert kumulativt histogram:

$$\frac{c(j)}{n \times m}$$

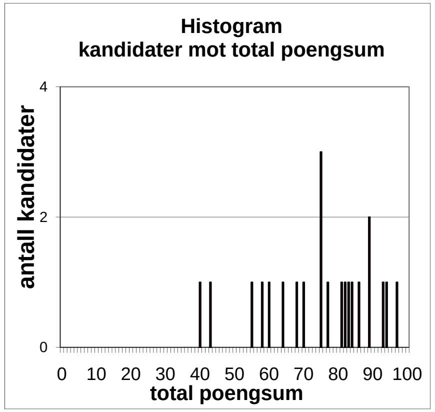
(Sannsynligheten for at en tilfeldig piksel er mindre eller lik gråtone j)

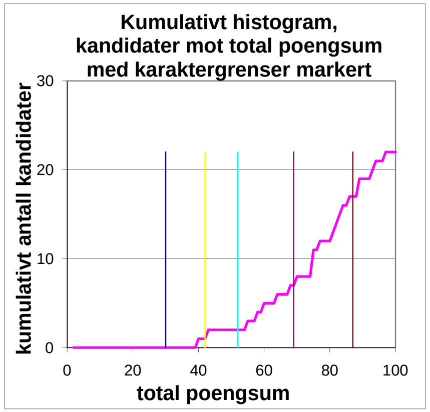
Eksempel, kumulativt histogram



Histogram og kumulativt histogram i samme figur

Histogrammer – full oppløsning

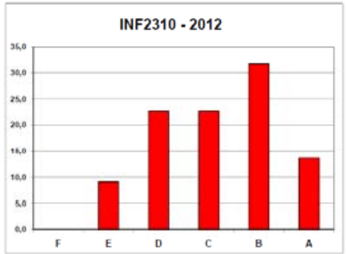


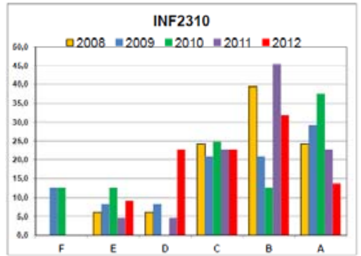


Skalerte histogrammer – redusert oppløsning

* Oppløsningen i histogrammer kan reduseres
 - for eksempel ved overgang fra poengsum til karakter.

* Histogrammet kan skaleres til sum = 1 eller sum = 100%.





”Normen” er 10%, 25%, 30% 25%, 10%.
Er dere bedre enn ”normen”, så får dere gode karakterer.

Histogrammer av objekt-egenskaper

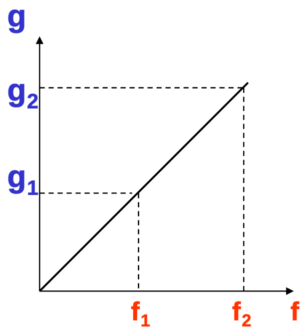
- Begrepsapparatet omkring histogrammer vil også komme til nytte i digital bildeanalyse
- Vi kan lage histogrammer over egenskaper, feks:
  - Objekt-størrelse:
    - Viser fordelingen av størrelsen på objektene, og danner grunnlag for å sette en terskel for å kunne fjerne små og uvesentlige objekter fra bildet (støy)
  - Objekt-momenter:
    - Viser fordelingen av beregnede momenter fra hvert objekt, og danner grunnlag for å samle grupper av objekter i klasser eller ”clustre”

Gråtonetransformasjon

- Når vi viser et bilde på skjermen er intensiteten kontrollert av den tilsvarende verdien i bildematrisen
- Vi kan opprette en avbildnings-funksjon mellom de tallene som finnes i bildematrisen, v_{in}, og den intensiteten vi ønsker på skjermen, v_{out}
- For ett-båndsbilder er $v_{out}=T[v_{in}]$
- T kan være en parametrisk funksjon eller en tabell
- Ren gråtonetransformasjon, så ett og ett piksel transformeres uavhengig av nabopiksler
- **Global** transformasjon.

Identitetsmapping

- Figuren viser sammenhengen mellom pikselverdien i inn-bildet (f) og pikselverdien til den samme pikselen i utbildet (g) etter en gråtonetransformasjon.
- Hvis transformasjon er en identitetsmapping, g=f, vil figuren vise en rett linje gjennom origo, med stigningstall 1.
- T[i] = i



Lineær avbilding

- Lineær strekking

$$T[i] = a\,i \; + \; b$$

$$g(x,y) = a\; f(x,y) \; + \; b$$

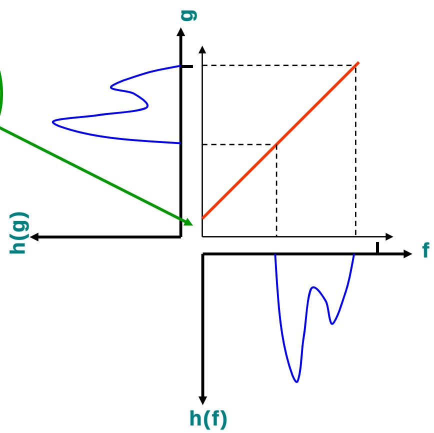
- a regulerer kontrasten, og b ”lysheten”
- a>1: mer kontrast
- a<1: mindre kontrast
- b: flytter alle gråtoner b nivåer
- Negativer: a=-1 , b=maxverdi for bildetype

Endre ”lysheten” (brightness)

- Legge til en konstant ***b*** til alle pikselverdiene

$$g(x,y) = f(x,y) \; + b$$

  - Hvis ***b > 0***, alle pikselverdiene øker, og bildet blir lysere
  - Hvis ***b < 0***, bildet blir mørkere
  - Histogrammet flyttes opp eller ned med ***b***
  - ***Middelverdien endres!***



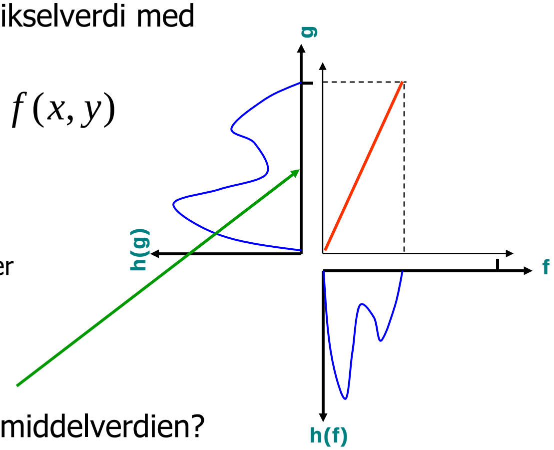
Endre kontrasten

- Multiplisere hver pikselverdi med en faktor a:

$$g(x,y) = a\; f(x,y)$$

  - Hvis ***a > 1***, kontrasten øker
  - Hvis ***a < 1***, kontrasten minker

- Eks: Bruke hele intensitetsskalaen
- **Q:** Hva skjer med middelverdien?

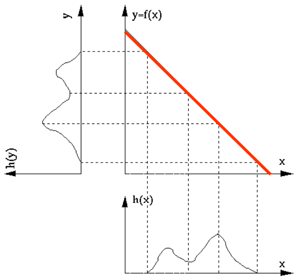


Invertert gråtonebilde

- Danner bildets "negativ" ved å sett a=-1 og b=maksverdien (antall gråtoner = G)

$$g(x,y) = (G-1) - f(x,y)$$

- Bildet får ikke negative verdier, men avbildningsfunksjonen har negativt stigningstall



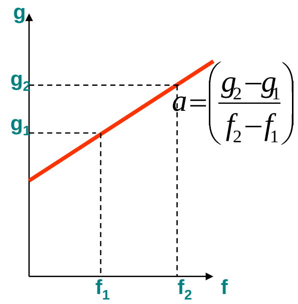
Fra gråtonenivå $[f_1,f_2]$ til $[g_1,g_2]$

- Endre intervallet $[f_1, f_2]$ til å bli $[g_1,g_2]$
- En lineær mapping fra f til g:

$$g(x,y) = g_1 + \left(\frac{g_2 - g_1}{f_2 - f_1}\right)\left[f(x,y) - f_1\right]$$

  – Rett linje med stigningstall

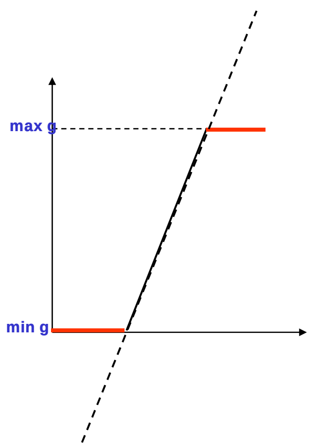
  $a=(g_2-g_1)/(f_2-f_1)$



Klipping etter transform

- Om g(x,y) får verdier utenfor det støttede intervallet, foretas som oftest klipping av verdiene

- F.eks vil et unsigned byte bilde g bli tvunget innenfor intervallet [0, 255]



Standardisering av bilder

- Hensikt:
  - Sørge for at alle bildene i en serie er statistisk like (1. orden)
- Metode:
  - Justere middelverdien og variansen til gråtoneverdiene i bildet ved hjelp av en lineær gråtonetransform
- Hvorfor? Fjerne effekten av
  - Døgnvariasjon i belysning
  - Aldringseffekter i lamper og detektorer
  - Akkumulering av støv på linser etc.
- Hvor:
  - Produkt-inspeksjon i industri
  - Mikroskopering av celler
  - ...

Neste uke: Kan også standardisere bildene med **histogramspesifikasjon**, men vil da ikke beholde "formen" på histogrammet

Middelverdien av gråtonene

- Middelverdien av pikselverdiene i et bilde med nxm piksler og G gråtoner kan finnes
  - enten fra bildet
  - eller fra bildets histogram, evt fra normalisert histogram

$$\mu = \frac{1}{n \times m} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)$$

$$= \frac{1}{n \times m} \left[0 \times h(0) + 1 \times h(1) + \ldots + (G-1) \times h(G-1) \right]$$

$$= \frac{1}{n \times m} \sum_{i=0}^{G-1} i\, h(i) = \sum_{i=0}^{G-1} i\, p(i)$$

Hvorfor en fordel med det siste alternativet?

$$der: \quad p(i) = \frac{h(i)}{nm}, \qquad \sum_{i=0}^{G-1} p(i) = 1$$

(Normalisert histogram)

Varians av gråtonene

- Variansen av pikselverdiene i et bilde med nxm piksler og G gråtoner kan også finnes fra bildets histogram

$$\sigma^2 = \frac{1}{n \times m} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} [f(x,y) - \mu]^2$$

$$= \frac{1}{n \times m} \sum_{i=0}^{G-1} h(i) [i - \mu]^2$$

$$= \sum_{i=0}^{G-1} p(i) [i - \mu]^2$$

$$= \sum_{i=0}^{G-1} i^2 p(i) - \left(\sum_{i=0}^{G-1} i\, p(i) \right)^2$$

Justering av μ og σ²

- Gitt inn-bilde med middelverdi μ og varians σ^2
- Anta en lineær gråtone-transform T[i]=ai+b
- Ny middelverdi μ_T og varians σ_T^2 er da gitt ved

$$\mu_T = \sum_{i=0}^{G-1} T[i]\, p(i) = a\mu + b$$

$$\sigma_T^2 = \sum_{i=0}^{G-1} T[i]^2 p(i) - \left(\sum_{i=0}^{G-1} T[i]\, p(i) \right)^2$$

$$= \sum_{i=0}^{G-1} \left(a^2 i^2 + 2aib + b^2 \right) p(i) - \left(\sum_{i=0}^{G-1} (ai + b)\, p(i) \right)^2$$

$$= a^2 \left(\sum_{i=0}^{G-1} i^2 p(i) - \left(\sum_{i=0}^{G-1} i\, p(i) \right)^2 \right) = a^2 \sigma^2$$

- Dvs.
  $a = \sigma_T / \sigma$, $b = \mu_T - a\mu$
- Vi kan altså
  - velge nye μ_T og σ_T^2,
  - beregne a og b,
  - anvende T[i]=ai + b på inn-bildet
  - og få et ut-bilde med riktig μ_T og σ_T^2

Eksempel 1: Justering av σ

- Vil beholde middelverdien, slik at
  $\mu_T = \mu$,
  men ønsker ny σ_T.

- Bestem a og b i ligningen T[i]=ai+b:

$$a = \frac{\sigma_T}{\sigma}, \quad b = \mu_T - a\mu = \mu \left(1 - \frac{\sigma_T}{\sigma} \right)$$

$$\Rightarrow \quad T[i] = \frac{\sigma_T}{\sigma} i + \mu \left(1 - \frac{\sigma_T}{\sigma} \right) = \boxed{\mu + (i - \mu) \left(\frac{\sigma_T}{\sigma} \right)}$$

Eksempel 2: Justering av μ og σ

- Ønsker at alle bildene i en serie skal ha samme (μ_T,σ_T).
- Bestem a og b i ligningen T[i]=ai+b:

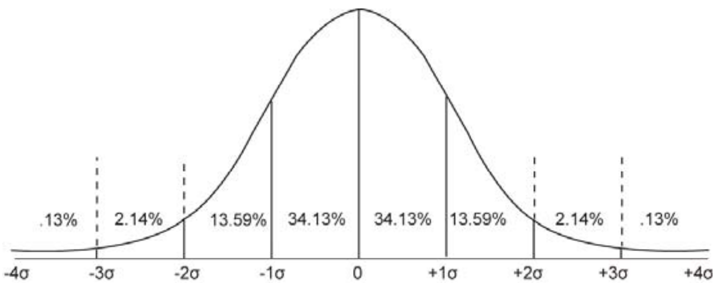
$$a=\frac{\sigma_T}{\sigma},\quad b=\mu_T-a\mu=\mu_T-\mu\frac{\sigma_T}{\sigma}$$

$$\Rightarrow\quad T[i]=\frac{\sigma_T}{\sigma}i+\mu_T-\mu\frac{\sigma_T}{\sigma}=\boxed{\mu_T+(i-\mu)\left(\frac{\sigma_T}{\sigma}\right)}$$

- For hvert bilde må vi finne bildets (μ,σ)

Valg av standardavvik

- Anta at histogrammet til innbildet er normalfordelt N(μ,σ), og at vi velger $\mu_T \approx G/2$.
- Hva er da optimalt valg av σ_T?
- Hvor stor percentil blir klipt?



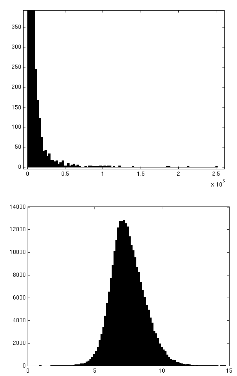
Ikke-lineær transform

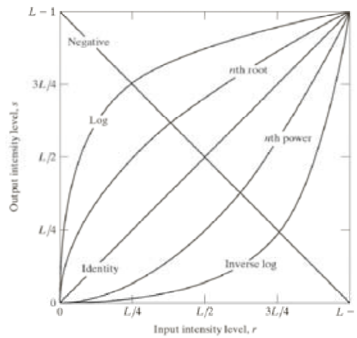
- Logaritmisk skalering
  - Eks: Desibel og radarbilder, Fourier-transform
- Eksponentiell skalering
- Gamma-skalering
- Stykkevis-lineær skalering

- Hva gjøres med kontrasten i de mørke og lyse delene av bildet etter slike skaleringer
  - Tegn skisse av funksjonene og se Δf mot Δg

Logaritmiske transformasjoner

- Hvilken av transformasjonene til høyre er brukt her?





(Fig 3.3 i DIP)

Power-law (gamma)-transformasjoner

- Mange bildeproduserende apparater har et input/output-forhold som kan beskrives som:

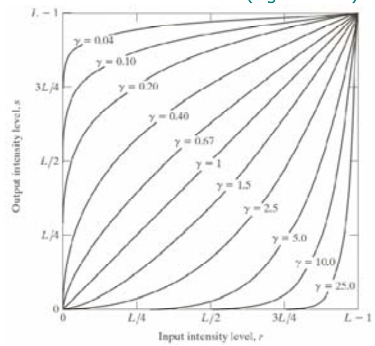
$$s = ci^{\gamma}$$

  der s er ut-intensiteten ved en input i

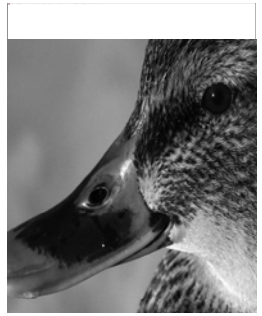
- Kan korrigeres ved gråtonetransformen $T[i] = i^{1/\gamma}$

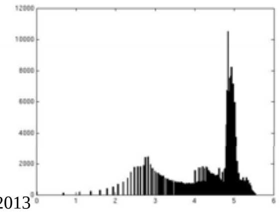
- Generell kontrast-manipulasjon
  - Brukervennlig med kun én variabel

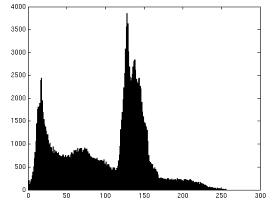
(Fig 3.6 i DIP)



Eksponentiell mapping

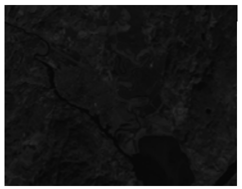


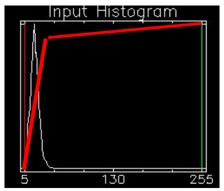


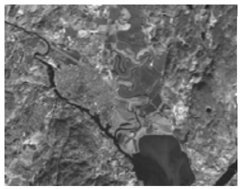


Stykkevis lineær mapping

- Brukerspesifisert stykkevis lineær mapping for å fremheve visse intervaller

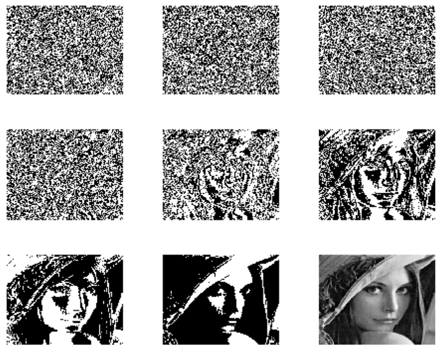






Bit-plan-oppdeling

- Gir binært bilde basert på om pikslenes *n*-te bit er satt
- I eksemplet, kun de siste 4 bit inneholder visuell signifikans
- Kan benyttes i kompresjon
  - Kun beholde visse bit-plan
  - Effektivt å kode binære bilder (f.eks ”runlength”)



Terskling

- Dette er et grense-tilfelle av lineær transformasjon, der alle ut-verdiene g settes lik 0 for inn-verdier f i et intervall 0-T, mens alle andre ut-verdier settes lik 1
- Dette gir et to-nivå (binært) ut-bilde

Implementasjon: Oppslagstabeller (LUT)

- Mål: Effektivisere implementasjonen
- Avbildningsfunksjonen utføres på alle mulige intensiteter og resultatene lagres i en tabell (LUT=look up table)
- Gråtone-avbildingen utføres så som oppslag i en tabell
- Hardware
  - LUT-operasjonen utføres på data-strømmen mellom hukommelse og display "on the fly" (på grafikkortet)
  - Innholdet i bilde-matrisen endres ikke
  - Kontrastendring ved kun å endre tabellverdiene
- Software
  - Utregning av avbildningsfunksjonen for hvert piksel blir byttet ut med enkelt tabelloppslag

Implementasjon av gråtoneoperasjoner

for x=0:width-1
for y=0:height-1
*g(x,y)=a*f(x,y) + b*

} direkte implementasjon

for g=0:nGreyLevels-1
*T[g]=a*g+b*

} ved bruk av LUT

for x=0:width-1
for y=0:height-1
g(x,y)=T[f(x,y)]

} endring av pikselverdiene

Oppsummering

- Gråtonehistogrammer
- Lineær transform
  - Forstå effekten av parametrene **a** og **b**
- Standardisering av bilder med lineær transform
  - Fjerner effekten av variasjoner i avbildningsforhold (døgnvariasjon, lampe, støv etc)
  - Hvordan bestemme **a** og **b** for å få ønsket μ_T og σ_T
- Ikke-lineære, parametriske transformer
  - Logaritmisk, eksponentiell, "gamma", stykkevis lineær
  - Hva gjøres med kontrasten i de mørke og lyse delene av bildet etter slike skaleringer
  - Tegn skisse av funksjonene og se på Δf mot Δg