

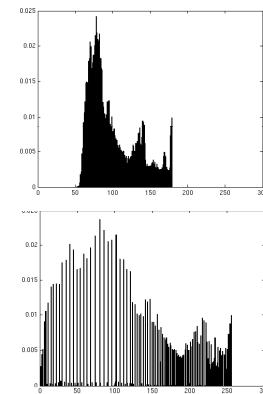
## INF 2310 – Digital bildebehandling

### FORELESNING 5 HISTOGRAM-TRANSFORMASJONER

Fritz Albregtsen

19.02.2013

INF2310



## Repetisjon av histogrammer I

- Gråtonehistogram:  
 $h(i)$  = antall piksler i bildet med pikselverdi  $i$
- Det normaliserte histogrammet  
 $p(i) = \frac{h(i)}{n \times m}, \sum_{i=0}^{G-1} p(i) = 1$
- Det kumulative histogrammet

$$c(j) = \sum_{i=0}^j h(i)$$

19.02.2013

INF2310

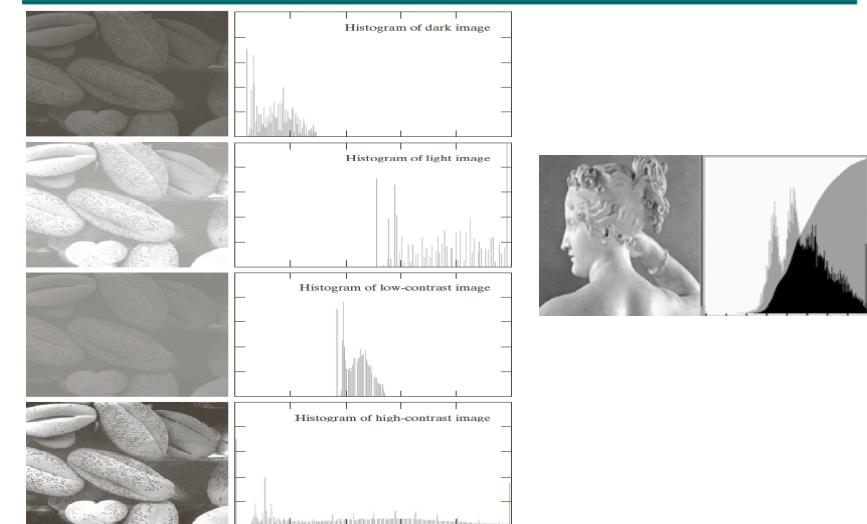
## Temaer i dag

- Histogramtransformasjoner
  - Histogramutjevning
  - Histogramtilpasning
- Standardisering av histogram for billedserier
- Litt om histogramtransformasjoner i fargebilder
- Lokal gråtone-transformasjon
- Pensum: Hovedsakelig 3.3 i DIP
- Neste uke: Naboskapsoperasjoner, konvolusjon, filtrering.

19.02.2013

INF2310

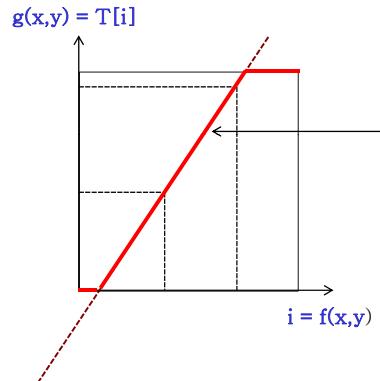
## Repetisjon av histogrammer II



19.02.2013

INF2310

# Repetisjon av gråtonetransform



Forrige uke:

$T[i]$  gitt som parametrisk funksjon.

Feks en linje i  $(f,g)$  planet:

$$T[i] = ai + b$$

NB: Klipping av verdier utenfor  $[0, G-1]$

I dag:

Gitt et bilde, finn  $T[i]$  ved å spesifisere ønsket histogram.

19.02.2013

INF2310

## Histogramutjevning (histogram equalization)

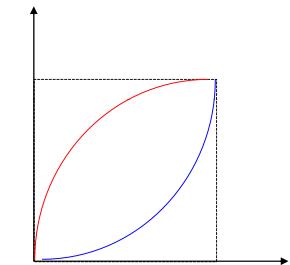
- Maksimal kontrast:  
Alle pikselverdier like sannsynlige  
– Histogrammet er uniformt (flatt)
- Ønsker en transformasjon av bildet slik at det transformerte bildet har uniformt histogram  
– Dvs. at bildet har like mange piksler for hver gråtone
- Tilnærmer ved å flytte på histogramsøyler
- Trenger en oversikt over hvor hvert øyle skal flyttes:  $T[i]$

19.02.2013

INF2310

# Ikke-lineære transformer

- Vi har sett at logaritmiske og eksponensielle transformasjoner endre kontrasten i ulike deler av gråtoneskalaen.



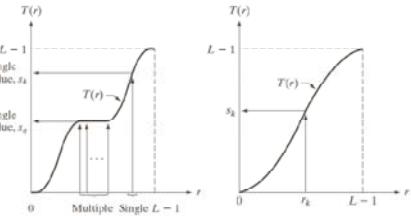
- Kan vi oppnå noe av det samme med histogrammer?

19.02.2013

INF2310

## Gråtonetransformasjon

- Trenger en transform  $s = T(r)$  som tilfredsstiller:
  - $T(r)$  er monoton økende, dvs  $T(r_2) \geq T(r_1)$  hvis  $r_2 > r_1$ .
  - $0 \leq T(r) \leq G-1$
- Hvis den inverse transformen skal være veldefinert, må 1) endres til
  - $T(r_2) > T(r_1)$  hvis  $r_2 > r_1$
- Det siste trenger vi til histogramspesifikasjon.



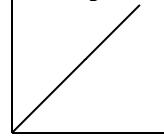
Hvis transformen slår sammen to gråtoner, kan vi ikke finne tilbake til de originale gråtonene.

19.02.2013

INF2310

## Et hint om en løsning:

- Hvis et bilde har uniformt histogram, så vil det kumulative histogrammet være tilnærmet en rett linje



=> Vi må finne en flytting av søylene som gir oss et kumulativt histogram som ligner mest mulig på en rett linje.

19.02.2013

INF2310

- Store mellomrom mellom høye søyler, og lite mellomrom der vi har lave søyler => en transform med høyt stigningstall hvor det er mange piksler, og lavt stigningstall hvor det er få piksler
- Det **kumulative histogrammet** har akkurat disse egenskapene
- Histogramutjenvings-transformen,  $T[i]$ , er gitt ved det skalerte kumulative histogrammet til innbildet.

19.02.2013

INF2310

## Algoritme for histogramutjenvning

- For et  $n \times m$  bilde med  $G$  gråtoner:
  - Lag array  $p$ ,  $c$  og  $T$  av lengde  $G$  med initialverdi 0
- Finn bildets normaliserte histogram
  - Gå igjennom bildet piksel for piksel.
  - Hvis piksel har intensitet  $i$ , la  $p[i] = p[i] + 1$
  - Deretter skalér,  $p[i] = p[i]/(n*m)$ ,  $i=0,1,\dots,G-1$
- Lag det kumulative histogrammet  $c$ 
  - $c[0] = p[0]$ ,  $c[i] = c[i-1] + p[i]$ ,  $i=1,2,\dots,G-1$
- Sett inn verdier i transform-array  $T$ 

$$T[i] = \text{Round}((G-1)*c[i])$$
,  $i=0,1,\dots,G-1$
- Gå igjennom bildet piksel for piksel, Hvis inn-bildet har intensitet  $i$ , sett intensitet i ut-bildet til  $s=T[i]$

19.02.2013

INF2310

## Eksempel - histogramutjenvning

- Tabell over pikselverdier og normalisert histogram,  $p_r(i)$ , 3-bits bilde:

$r_k$	$n_k$	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

Transform = skalert kumulativt histogram

$$T(i) = \text{Round}((G-1)*c(i))$$

$$T(0) = \text{Round}(7*0.19) = \text{Round}(1.33) = 1,$$

$$T(1) = 3, T(2) = 5, T(3) = T(4) = 6,$$

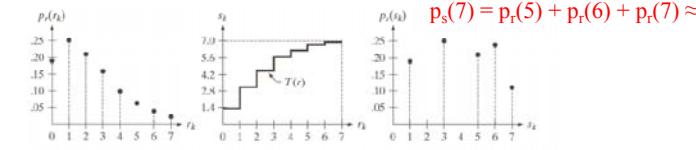
$$T(5) = T(6) = T(7) = 7. \text{ Dette gir en LUT!}$$

$$\text{I ut-histogrammet: } p_s(0) = p_s(2) = p_s(4) = 0,$$

$$p_s(1) = p_r(0), p_s(3) = p_r(1), p_s(5) = p_r(2),$$

$$p_s(6) = p_r(3) + p_r(4) \approx 0.24$$

$$p_s(7) = p_r(5) + p_r(6) + p_r(7) \approx 0.11$$



19.02.2013

INF2310

## Histogramutjevning, forts

- Det resulterende histogrammet ser ikke flatt ut, men det kumulative histogrammet er en rett lineær rampe.



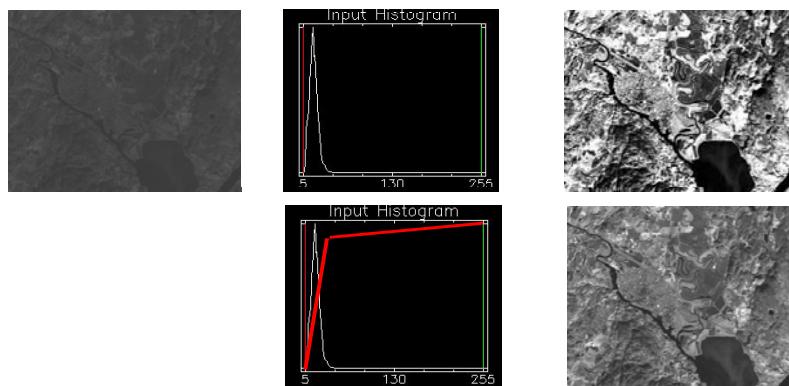
- Søylene kan ikke splittes for å tilfredsstille et flatt histogram.



19.02.2013

INF2310

## Eksempel 2 - histogramutjevning

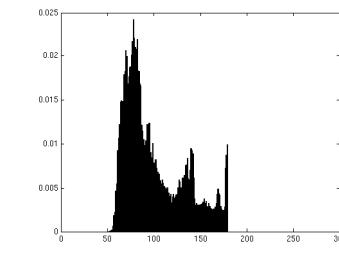


Histogramutjevning gir ikke alltid det beste resultatet!

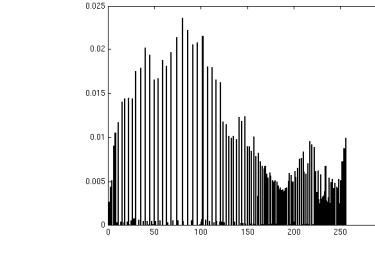
19.02.2013

INF2310

## Eksempel 1 - histogramutjevning



19.02.2013



INF2310

## Histogramtilpasning

- Histogramutjevning gir flatt histogram
- Kan spesifisere annen form på resultathistogrammet:
  - Gjør histogramutjevning på innbildet, finn  $s=T(i)$
  - Spesifiser ønsket nytt histogram  $g(z)$
  - Finn den transformen  $T_g$  som histogramutjevner  $g(z)$  og inverstransformen  $T_g^{-1}$
  - Inverstransformer det histogramutjevnede bildet fra punkt 1 ved  $z=T_g^{-1}(s)$

19.02.2013

INF2310

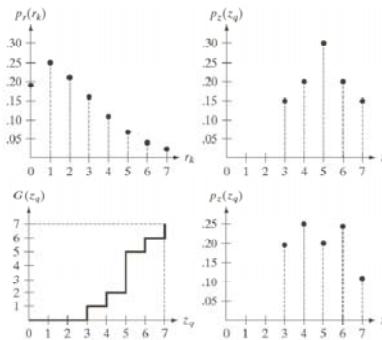
## Algoritme - histogramspesifikasjon

- Finn normalisert histogram,  $p_r(i)$ , for inputbildet,  $f(r)$ .
- Lag det kumulative histogrammet  $c(i)$ .
- Sett  $s(i) = \text{Round}( (G-1)*c[i] )$ ,  $i=0,1,\dots,G-1$
- Gitt ønsket histogram,  $p_z(i)$ , for bildet  $g(z)$ .
- Beregn kumulativt spesifisert histogram, skalér, avrund til nærmeste heltall i  $[0,G-1]$ , og lagre  $G_z(q)$ .
- For  $i=0,1,\dots,G-1$ , finn  $q$  slik at  $G_z(q)$  er nærmest mulig  $s(i)$ , og lagre alle disse matchene i en array  $T_{ny}(i)$ .
  - Hvis flere  $q$  gir samme match, velg den minste.
- Kombiner så de to transformene til en ny mapping.

19.02.2013

INF2310

## Eksempel, forts.



19.02.2013

INF2310

## Eksempel-histogramspesifikasjon

- Gitt:  $r_k$   $n_k$   $p_r(r_k) = n_k/MN$   
 $r_0 = 0$   $790$   $0.19$   
 $r_1 = 1$   $1023$   $0.25$   
 $r_2 = 2$   $850$   $0.21$   
 $r_3 = 3$   $656$   $0.16$   
 $r_4 = 4$   $329$   $0.08$   
 $r_5 = 5$   $245$   $0.06$   
 $r_6 = 6$   $122$   $0.03$   
 $r_7 = 7$   $81$   $0.02$

og spesifisert histogram  $p_z$ :

$z_q$	Specified $p_z(z_q)$	Actual $p_z(z_q)$
$z_0 = 0$	0.00	0.00
$z_1 = 1$	0.00	0.00
$z_2 = 2$	0.00	0.00
$z_3 = 3$	0.15	0.19
$z_4 = 4$	0.20	0.25
$z_5 = 5$	0.30	0.21
$z_6 = 6$	0.20	0.24
$z_7 = 7$	0.15	0.11

- Vi fant at  $T(0)=1, T(1)=3, T(2)=5, T(3)=T(4)=6, T(5)=T(6)=T(7)=7$ .
- Regn ut:  $G(0)=G(1)=G(2)=0.0, G(3)=1.05, G(4)=2.45, G(5)=4.55, G(6)=5.95, G(7)=7.00$ ;
- Avrundet til: 0,0,0,1,2,5,6,7.

Finner mappingen mellom histogram-utjevnet og histogram-spesifisert bilde:

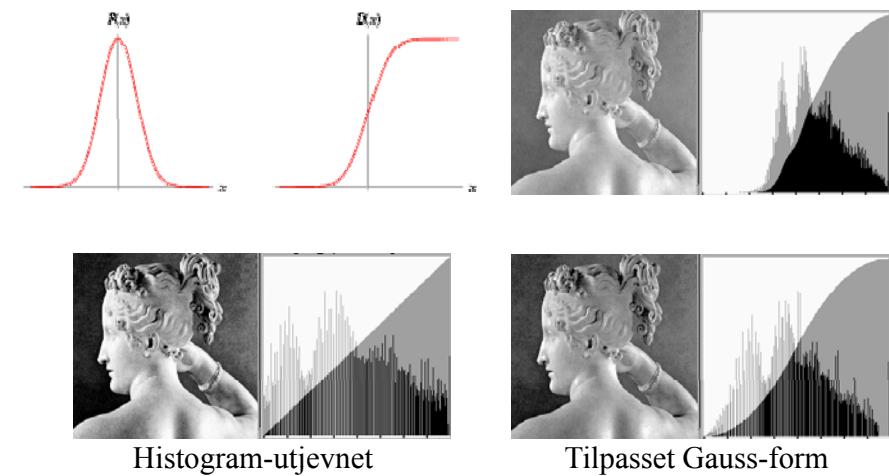
$z_q$	$G(z_q)$
$z_0 = 0$	0
$z_1 = 1$	0
$z_2 = 2$	0
$z_3 = 3$	1
$z_4 = 4$	2
$z_5 = 5$	5
$z_6 = 6$	6
$z_7 = 7$	7

$s_k$	$\rightarrow$	$z_q$
1	$\rightarrow$	3
3	$\rightarrow$	4
5	$\rightarrow$	5
6	$\rightarrow$	6
7	$\rightarrow$	7

19.02.2013

INF2310

## Tilpasning til Gauss-profil

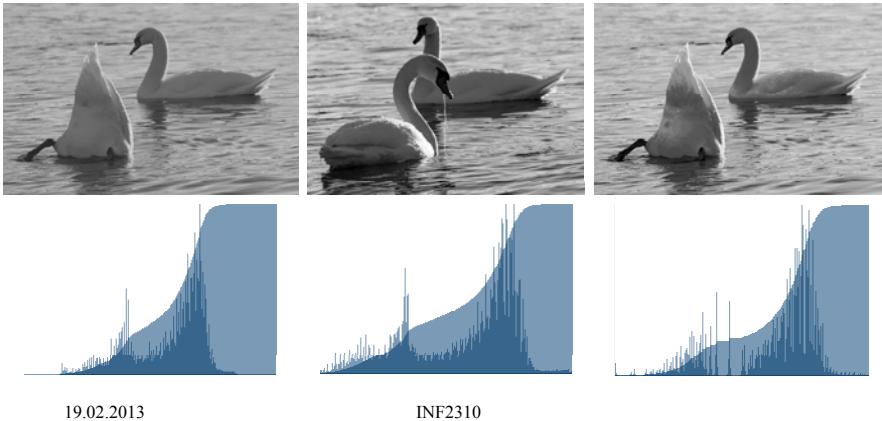


19.02.2013

INF2310

## "Histogram matching"

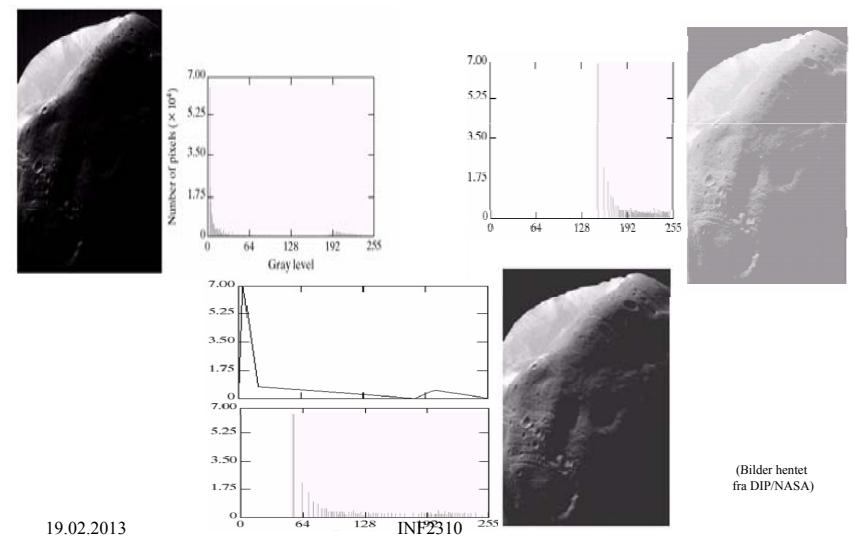
- Histogramtilpasning hvor det ene bildets histogram benyttes som ønsket form



19.02.2013

INF2310

## Tilpasning til annen kurve



(Bilder hentet fra DIP/NASA)

## Standardisering av histogram

- Hensikt:
  - Sørge for at alle bildene i en serie har like histogrammer
- Metoder:
  - Histogramutjevning
  - Histogramspesifikasjon (f.eks. til oppgitt Gauss-profil)
- Hvorfor? Fjerne effekten av
  - Døgnvariasjon i belysning
  - Aldringseffekter i lamper og detektorer
  - Akkumulering av støv på linser etc.
- Hvor:
  - Produkt-inspeksjon i industri
  - Ansiktsgjenkjenning
  - Mikroskopering av celler
  - ...

19.02.2013

INF2310

## Når bør du IKKE gjøre dette?

- Du mener at:
  - Det kan være "reelle" variasjoner i middelverdi og varians til bildene i en bildeserie
- Du vet ikke:
  - Om noen senere vil bruke (1. ordens) histogram-parametre til klassifikasjon av bildene
- Hva gjør du?
  - Behold originalene, og jobb på kopier
  - Gjør lineære gråtonetransformasjoner på bildene
    - Dette vil bevare strukturene i histogrammet, selv om  $(\mu, \sigma)$  endres
- Eksempel:
  - Mikroskopering av kreft-cellær.

19.02.2013

INF2310

## Eksempel RGB-bilde



Bånd 1: R



Bånd 2: G

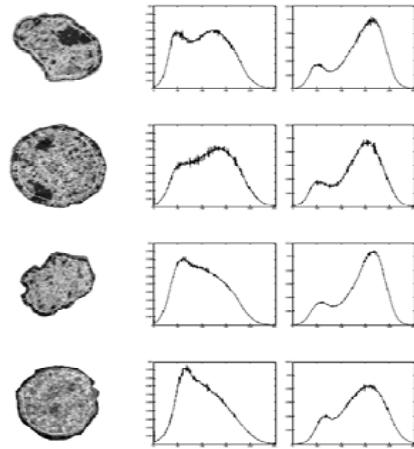


Bånd 3: B



Alle båndene projisert samtidig med forskjellig bølgelengde

19.02.2013 INF2310



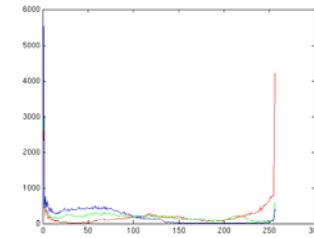
(Fra B. Nielsen et.al)

Figure 1. First column: Examples of liver cell nuclei from normal, regenerative, nodular and tumor samples. The borders between the 30% peripheral and 70% central part are outlined as a thin white line. Second column: The mean gray level histograms from all cell nuclei within each of the four classes, based on the 30% peripheral part of nuclei. Third column: The mean gray level histograms from all cell nuclei within each of the four classes, based on the central 70% of the nuclei.

19.02.2013 INF2310

## 1D histogram fra fargebilder

- Vi kan lage et histogram for hver kanal i et RGB-bilde
- Vi får 3 grafer
- Dette sier ikke noe om mengden av piksler som har verdien  $(r_1, g_1, b_1)$  i forhold til  $(r_2, g_2, b_2)$

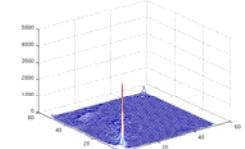
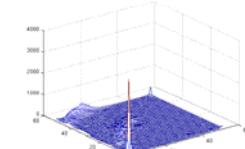
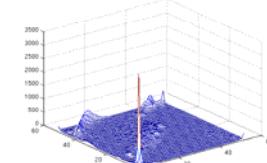


19.02.2013

INF2310

## 2D histogrammer fra fargebilder

- Vi kan lage 2D histogrammer for de tre kombinasjonene av 2 og 2 kanaler.
- Dette gir informasjon om forekomsten av piksler med gitte verdier av  $(r,g)$ ,  $(r,b)$  og  $(b,g)$ .

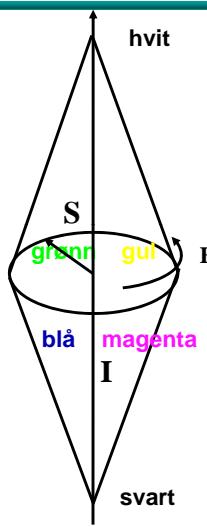


19.02.2013

INF2310

## Histogramutjevning av RGB-bilder

- Histogramutjevning på hver komponent (r,g,b) uavhengig av hverandre
  - Kan føre til endring i fargetonene i bildet
- Alternativt benytte HSI:
  - Transformér bildet fra RGB til HSI
  - Gjør histogramutjevning på I-komponenten
  - Transformer  $HSI_{ny}$  tilbake til RGB



19.02.2013

INF2310

## Eks: Histogramutjevning RGB vs HSI



Originalbilde

Histogramutjevning  
på RGB

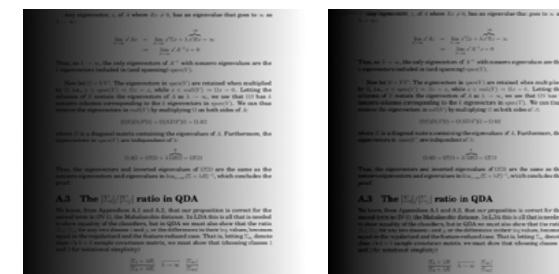
Histogramutjevning i  
intensitet i HSI

19.02.2013

INF2310

## Lokal gråtonetransform (GTT)

- Vil standardisere den **lokale** kontrasten
  - Samme kontrast over hele bildet
- Transformasjonene vi har sett på kan beregnes ut fra piksel-verdiene i en **lokal omegn** (kvadratisk vindu) omkring punktet  $(x,y)$ 
  - Kun pikselverdien  $g(x,y)$  bestemmes av transformen basert på dette vinduets piksler
  - Altså egen transform for hvert piksel i bildet (lokal adaptivitet).



Original

Global histogram-  
utjevning

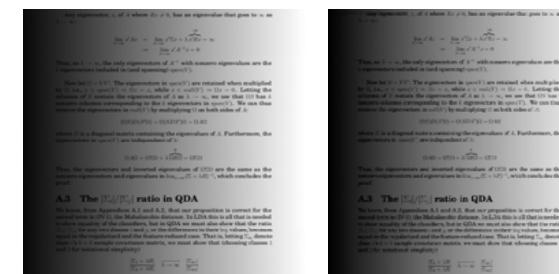
19.02.2013

INF2310

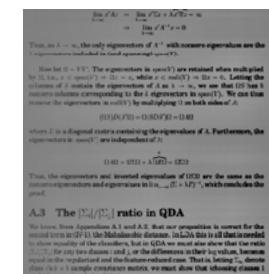
19.02.2013

INF2310

## Lokal GTT – Eksempel I



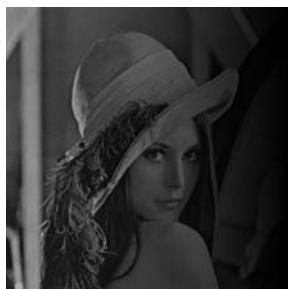
Global histogram-  
utjevning



Global histogram-  
utjevning

Lokal endring av  
middelverdi og kontrast

## Lokal GTT – Eksempel II



”Original”



Global histogram-  
utgjeving



Lokal endring av  
middelverdi og kontrast

Endret bildeutsnitt.  
Hvorfor ?

19.02.2013

INF2310

## Global HistEq vs Lokal HistEq



a b c

FIGURE 3.26 (a) Original image. (b) Result of global histogram equalization. (c) Result of local histogram equalization applied to (a), using a neighborhood of size  $3 \times 3$ .

(Fra DIP, Gonzales & Woods)

19.02.2013

INF2310

## Lokal GTT - 2

- Utfør lokal GTT som gir samme kontrast over hele bildet

- Histogramspesifikasjon

- Beregn kumulativt histogram i et vindu sentrert om  $(x,y)$
- Endre senterpikselen ved den resulterende transformen

- Lineær standardisering av  $\sigma$  til  $\sigma_0$

- Beregn  $\mu(x,y)$  og  $\sigma(x,y)$  i et vindu sentrert om  $(x,y)$
- Transformer  $f(x,y)$  til  $g(x,y)$  med en lineær transform som gir nytt standardavvik  $\sigma_0$  innenfor vinduet

$$g_1(x, y) = \mu(x, y) + (f(x, y) - \mu(x, y)) \frac{\sigma_0}{\sigma(x, y)}$$

Vi kom fram til disse uttrykkene forrige uke!

19.02.2013

INF2310

## Lokal GTT - 3

- Ønsker vi lokal GTT som også gir en ny middelverdi  $\mu_0$ , så bruker vi transformen

$$g_2(x, y) = \mu_0 + (f(x, y) - \mu(x, y)) \left( \frac{\sigma_0}{\sigma(x, y)} \right)$$

- Men dette vil gi et ”flatt” bilde

- Parameteren  $\beta$  kan styre hvor kraftig vi endrer  $\mu$ :

- $\beta = 0 \Rightarrow$  uforandret middelverdi over hele bildet
- $\beta = 1 \Rightarrow$  lik middelverdi over hele bildet

$$g_3(x, y) = \beta \mu_0 + (1 - \beta) \mu(x, y) + (f(x, y) - \mu(x, y)) \left( \frac{\sigma_0}{\sigma(x, y)} \right)$$

19.02.2013

INF2310

## Lokal GTT - 4

- Hva er karakteristisk for homogene områder i et bilde?

$$\sigma(x, y) = 0$$

- Her får vi problemer, fordi vi har  $\sigma$  i nevneren:

$$g_3(x, y) = \dots + (f(x, y) - \mu(x, y)) \frac{\sigma_0}{\sigma(x, y)}$$

- Innfører parameteren  $\delta$ :

$$g_4(x, y) = \beta \mu_0 + (1 - \beta) \mu(x, y) + (f(x, y) - \mu(x, y)) \left( \frac{\sigma_0}{\sigma(x, y) + \delta \sigma_0} \right)$$

- Lokal pikselverdi-mapping gir økt regnearbeid.

19.02.2013

INF2310

## Lokal GTT - Implementasjon

- Lokal kontrast-endring er regnekrevende

- Histogramspesifikasjon: Beregne nytt lokalt kumulativt histogram for hver piksel

- Lineær transform:

Beregne ny  $\mu$  og  $\sigma$  for hver piksel

- Benytt overlappet mellom vinduene i det man flytter til neste piksel

- Løpende oppdatere både histogrammet,  $\mu$  og  $\sigma$

- Alternativ: Bruk median og percentil.

19.02.2013

INF2310

## Sentrale temaer i dag

- Histogramtransformasjoner
  - Histogramutjevning
  - Histogramtilpasning
- Standardisering av histogram for bildeserier
  - Fjerne effekten av variasjoner i avbildningsforhold (døgnvariasjon, lampe, støv etc)
  - Ikke lurt med histogramtilpasning hvis histogram-formen inneholder informasjon som senere skal benyttes
  - Alternativ til standardisering av bilder med lineær transform
- Litt om histogramtransformasjoner i fargebilder
- Lokal gråtone-transformasjon
  - Samme kontrast (og middelverdi) over hele bildet
  - Beregn og benytt transformene på lokalt vindu rundt hver piksel
  - Dette er regnekrevende.

19.02.2013

INF2310