

INF2310 – Digital bildebehandling

Forelesning 13

Morfologiske operasjoner på binære bilder

Andreas Kleppe

Repetisjon av grunnleggende mengdeteori

Fundamentale operasjoner

Sammensatte operasjoner

Eksempler på anvendelser

G&W: 9.1-9.5.2 og 9.5.5, og deler av 2.6.4 og 9.5.9

F13 05.05.2014

INF2310

1 / 40

Introduksjon

- ❑ **Matematisk morfologi** brukes ofte som et steg i analyse av bilder.
- ❑ **Modifiserer formen** (eng.: *shape*) **til objekter** vba. lokale operasjoner.
- ❑ Kan brukes til å **fjerne uønskede effekter** etter segmentering:
 - Fjerne små objekter (antas å være støy).
 - Glatte omrisset til større objekter.
 - Fylle hull i objekter.
 - Lenke sammen objekter.
- ❑ Kan brukes som et steg for å **beskrive/analysere objekter**:
 - Finne omriss av objekter.
 - Tynne objekter.
 - Finne objekter som inneholder en viss struktur.
 - Finne mønstre i et bilde.
- ❑ Operasjonene er ofte enkle og kan utføres svært raskt.
- ❑ Kan generaliseres til gråtonebilder (har da enda flere anvendelser).

F13 05.05.2014

INF2310

2 / 40

Eksempel: Lenke sammen objekter

- ❑ Morfologiske operasjoner er ofte velegnet til å forbedre en segmentering.
- ❑ Eks.: Lenke sammen defragmentere objekter:

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

FIGURE 9.7
(a) Sample text of poor resolution with broken characters (see magnified view). (b) Structuring element. (c) Dilation of (a) by (b). Broken segments were joined.

0	1	0
1	1	1
0	1	0

F13 05.05.2014

INF2310

3 / 40

Litt mengdeteori

- ❑ En **mengde** (eng.: *set*) består av **elementer**.
 - **Rekkefølgen** av elementene og **antallet** av hver element er **ubestemt**.
- ❑ Dersom elementet a er inneholdt i mengden A skriver vi: $a \in A$
- ❑ Dersom elementet a ikke er inneholdt i mengden A skriver vi: $a \notin A$
- ❑ \emptyset er mengden uten noen elementer og kalles **den tomme mengden**.
- ❑ A^c er **komplementet til A** og består av alle elementene som ikke er i A .
- ❑ **A er en delmengde av B** dersom alle elementene i A også er elementer i B , og dette betegnes: $A \subseteq B$
- ❑ **Unionen av to mengder A og B** er mengden som består av alle elementer som er i A og/eller B , og dette betegnes: $A \cup B$
- ❑ **Snittet av to mengder A og B** er mengden som består av alle elementer som er i både A og B , dette betegnes: $A \cap B$

F13 05.05.2014

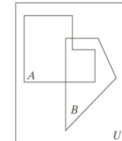
INF2310

4 / 40

Mengder og binære bilder

- La A være en mengde i Z^2 .
 - Hvert element i A er da et punkt (a_1, a_2) der a_1 og a_2 er heltall.
- Et binært bilde kan beskrives ved forgrunns pikslenes koordinater. Mengden av disse pikslene er en mengde i Z^2 .

Konturen av to binære bilder, A og B



I figurene markerer grått med i mengden, og hvitt ikke med. (Fra figur 2.31 i G&W)

- Komplementet** til et binært bilde f:

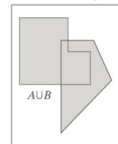
$$h(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{hvis } f(x, y) = 0 \\ 0 & \text{hvis } f(x, y) = 1 \end{cases}$$



Komplementet til A

- Unionen** av to bilder f og g:

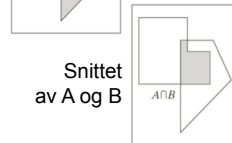
$$h = f \cup g \equiv h(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{hvis } f(x, y) = 1 \text{ eller } g(x, y) = 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$



Unionen av A og B

- Snittet** av to bilder f og g:

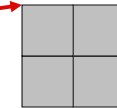
$$h = f \cap g \equiv h(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{hvis } f(x, y) = 1 \text{ og } g(x, y) = 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$



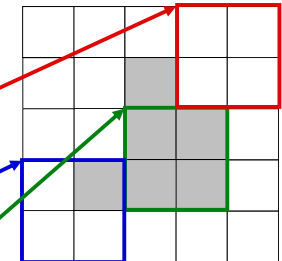
Snittet av A og B

Tre sentrale begrep

- Et **strukturelement** for et binært bilde er et **naboskap**.
 - Typisk definert ved en binær matrise der 1 markerer med i naboskapet.



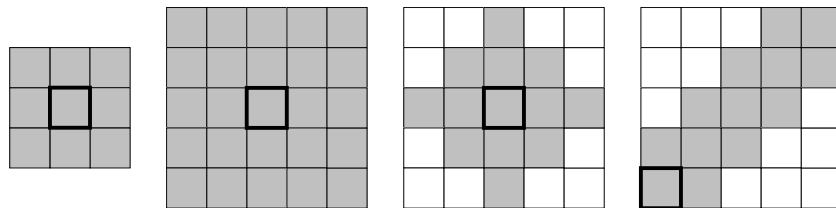
- Når vi fører strukturelementet over det binære bildet vil vi finne:



- Posisjoner der strukturelementet **ikke overlapper** objektet.
- Posisjoner der strukturelementet delvis overlapper objektet, vi sier at elementet **treffer** objektet.
- Posisjoner der strukturelementet ligger inni objektet, vi sier at elementet **passer** i objektet.

I figurene markerer grått med i mengden (forgrunns piksel), og hvitt ikke med (bakgrunns piksel).

Strukturelementenes form og origo



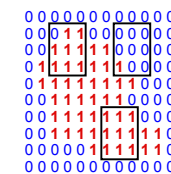
I figurene markerer grått med i naboskapet / strukturelementet, og hvitt ikke med.

- Strukturelementer kan ha ulik form og størrelse.
- Må bestemme et **origo**.
 - Origo markerer pikselen som evt. endrer verdi.
 - Origo **kan** ligge utenfor strukturelementet.
 - Origo bør markeres når man angir strukturelementet, f.eks. ved

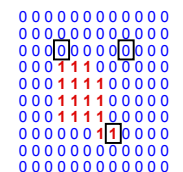
Passer strukturelementet til det binære bildet?

- Vi flytter strukturelementet rundt over et binært bilde.
- Strukturelementet **passer** i posisjonen (x, y) i bildet hvis hvert element $\neq 0$ i strukturelementet overlapper en pikselverdi $\neq 0$ i bildet.
- Kan tenkes på som en **«minimums-korrelasjon»**.

Et bilde



To forskjellige strukturelementer



To forskjellige resultater



- I denne sammenhengen vil vi alltid:
 - Ignorere pikselverdier som overlapper 0 i strukturelementet.
 - 0 markerer jo «ikke er med i naboskapet».
 - Anta at piksler utenfor bildet er 0.

Erosjon

- Plasser strukturelementet S slik at origo overlapper posisjon (x,y) i inn-bildet f, og beregn ut-bildet g ved å bruke regelen:

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{hvis S passer f} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

```
01000001100
11100011110
01110111100
00111111000
00011111100
00111101110
01111000111
00110000100
```

erodert med

- Erosjon av et bilde f med strukturelementet S betegnes:

$$f \ominus S$$

```
111      010
111      111
111      010

gir      gir
```

- Mer presist: Erosjonen av mengden A med strukturelementet B er definert som posisjonene til alle piksler z som er slik at B er inkludert i A når origo i B plasseres i z:

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

```
00000000000 00000000000
00000000000 01000001100
00000000000 00100011000
00000010000 00010110000
00001000000 00001101000
00000000000 00011000100
00000000000 00110000100
00000000000 00110000100
00000000000 00000000000
```

Effekter av erosjon

- Erodering **krymper** objekter.
- Piksler fjernes også innenfra, hvis objektet har hull.
- Erosjon fjerner «små» utstikk i objektets omriss.

```
00111101110
01111111110
01111111110
11110111111
01111111111
01111111110
01111111110
01111111110
00000111000
```

erodert med

- «Små» er relativt til størrelsen av strukturelementet.
- Erosjon utvider innbuktninger i objektets omriss.

```
111      010
111      111
111      010

gir      gir
```

- Resultatet er avhengig av strukturelementet.
- Større strukturelement gir mer erosjon/fjerning.

```
00000000000 00000000000
00011000100 001110101100
00100001100 0011010111100
00100001100 011000111100
00100001100 0011010111100
00111111100 00111111100
00000010000 00000111000
00000000000 00000000000
```

Iterativ erosjon

- Vi sa at «Større strukturelement gir mer erosjon/fjerning».

```
00111101110
01111111110
01111111110
11110111111
01111111111
01111111110
01111111110
00000111000
```

- Resultatet av erosjon med et **stort strukturelement** er (nesten) **lik** resultatet av **gjentatt** erosjon med et **mindre strukturelement** med samme form.

erodert 2 ganger med

```
111      010
111      111
111      010

gir      gir
```

- Hvis s_2 er formlik s_1 , men dobbelt så stort, så er:

$$f \ominus s_2 \approx (f \ominus s_1) \ominus s_1$$

```
00000000000 00000000000
00000000000 00000000000
00000000000 00000001000
00000001000 00000011000
00000001000 00000011100
00000000000 00000111000
00000000000 00000000000
00000000000 00000000000
```

Anvendelse av erosjon: Kantdeteksjon

- Erodering fjerner piksler langs omrisset av et objekt.
- Vi kan finne kantene av objektene i bildet ved å subtrahere et erodert bilde fra originalbildet: $g = f - (f \ominus S)$
- Det benyttede strukturelementet avgjør kantens tilkoblingstype:

Et bilde	erodert med	gir	=>	differanse
	010	00000000000		00111101110
	111	00111101110		01000010010
	111	00110111100		01001000010
		01100011110		10010100001
		00110111100		01001000001
		00111111100		01000000010
		00000111000		01111000110
		00000000000		00000111000
00111101110		00000000000		00111101110
01111111110		00011000100		01100111010
01111111110		00100011100		01011100010
01111111110		00100011100		11010100011
01111111110		00100011100		01011100011
00000111000		00111111100		01000000010
00000000000		00000100000		01111101110
00000000000		00000000000		00000111000

Sammenhengende kanter hvis (og bare hvis) man bruker **8-tilkobling**

Sammenhengende kanter ved bruk av **4-tilkobling**

Eksempel: Kantdeteksjon ved erosjon

Et bilde erodert med \Rightarrow differanse

I bildene markerer hvit forgrunn og svart bakgrunn.

F13 05.05.2014

INF2310

13 / 40

Treffer strukturelementet det binære bildet?

- Vi flytter strukturelementet rundt over et binært bilde.
- Strukturelementet **treffer** i posisjonen (x,y) i bildet hvis et element $\neq 0$ i strukturelementet overlapper en pikselverdi $\neq 0$ i bildet.
- Her reflekterer vi (roterer 180°) strukturelementet før vi flytter det rundt.
- Kan tenkes på som en **«maximums-konvolusjon»**.

Et bilde

To forskjellige strukturelementer

To forskjellige resultater

Fortsatt vil vi:

- Ignorere pikselverdier som overlapper 0 i strukturelementet.
- Anta at piksler utenfor bildet er 0.

F13 05.05.2014

INF2310

14 / 40

Dilasjon (dilatasjon)

- Roter S og plasser det slik at origo overlapper (x,y) i inn-bildet f, og beregn ut-bildet g ved:

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{hvis S treffer f} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

- Dilasjon av et bilde f med strukturelementet S betegnes:

$$f \oplus S$$

- Mer presist: Dilasjonen av mengden A med strukturelementet B er definert som posisjonene til alle piksler z som er slik at en 180° rotert B har minst ett felles element med A når origo i B plasseres i z:

$$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$$

dilatert med

gir gir

F13 05.05.2014

INF2310

15 / 40

Effekter av dilasjon

- Dilasjon **utvider** objekter.
- Dilasjon fyller i hull i objektet.
 - Fyller igjen hullet hvis strukturelementet er stort nok i forhold til hullet.
- Dilasjon glatter ut innbuktninger i objektets omriss.
- Resultatet er avhengig av strukturelementet.
- Større strukturelement gir større dilasjons-effekt.

dilatert med

gir gir

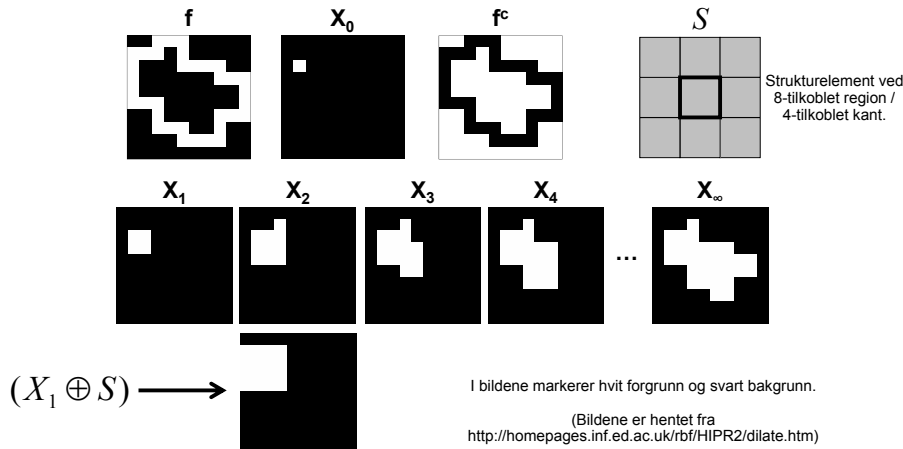
F13 05.05.2014

INF2310

16 / 40

Anvendelse av dilasjon: Region-fylling

- La X_0 inneholde et punkt i regionen som skal fylles.
- Iterativt beregn $X_k = (X_{k-1} \oplus S) \cap f^c$ inntil konvergens:



F13 05.05.2014

INF2310

17 / 40

Effekter av sirkulære strukturelementer på hjørner

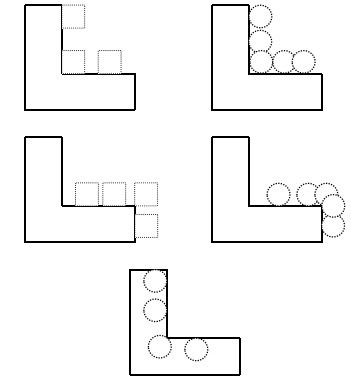
- Både dilatering og erosjon med **rektangulære strukturelementer bevarer formen til hjørner.**

- Dilatering av konkave hjørner med sirkulære strukturelementer bevarer hjørnens form.**

- Dilatering av konvekse hjørner med sirkulære strukturelementer avrunder hjørnene.**

- Omvendt for erosjon:

- Avrundede hjørner ved erosjon av konkave hjørner.**
- Formen til **konvekse hjørner bevares.**



F13 05.05.2014

INF2310

18 / 40

Dualitet

- Dilasjon og erosjon er duale**

med hensyn til komplementering og reflektering (180° rotering), dvs. at dilasjon og erosjon kan uttrykkes ved hverandre:

$$f \oplus S = (f^c \ominus \hat{S})^c$$

$$f \ominus S = (f^c \oplus \hat{S})^c$$

- For å dilatere f med **symmetrisk** S kan vi erodere komplementet til f med S , og ta komplementet av resultatet.

- Tilsvarende for å erodere.

- => Dilasjon og erosjon kan utføres av samme prosedyre, forutsatt at vi kan 180° rotere et strukturelement og finne komplementet til et binært bilde.

et bilde	komplementet
0000000000	1111111111
0000000000	1111111111
0011001110	1100110011
0001110010	1110001101
0001000010	1110111101
0000100010	1111011101
0000010100	1111101101
0000001010	1111110101
0000000000	1111111111
0000000000	1111111111

dilatert med	erodert med
010	010
111	111
010	010

gir	gir
0000000000	1111111111
0011001110	1100110011
0111111110	1000000001
0011111110	1100000001
0011110110	1100010001
0001110110	1110001001
0000111110	1111000001
0000011110	1111100001
0000001010	1111110101
0000000000	1111111111

og disse bildene er komplementære.

De to matrisene til høyre er 1 utenfor randen.

19 / 40

F13 05.05.2014

INF2310

Dualitet og effekter av sirkulære strukturelementer på hjørner

- Erosjon er å finne de posisjonene der strukturelementet passer inni forgrunnen.

- Dilasjon er å finne de posisjonene der (det 180° roterte) strukturelementet passer inni bakgrunnen, og så komplementere resultatet.

- Det er dette den ene dualitetsformelen sier.

- => Siden **erosjonen** av **konkave** hjørner med et **sirkulært strukturelement avrunder** hjørnene, så vil **dilasjonen** avrunde **konvekse** hjørner når vi benytter samme strukturelement.

- Merk: Et konvekst forgrunns-hjørne er også et konkavt bakgrunns-hjørne.

- Logikken fungerer like bra omvendt vei.

F13 05.05.2014

INF2310

20 / 40

Dilasjon: Andre egenskaper

- Dilasjon er **kommutativ**.

$$f \oplus S = S \oplus f$$

- Selv om det er en konvensjon at første operand er bildet og andre er strukturelementet, så har dette altså ingen betydning.

- Dilasjon er **assosiativ**.

$$f \oplus (S_1 \oplus S_2) = (f \oplus S_1) \oplus S_2$$

- Hvis S kan dekomponeres, dvs. at S er S_1 dilatert med S_2 , kan vi spare en del regnetid, spesielt hvis S_1 og S_2 er én-dimensjonale. Eksempel:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Erosjon: Andre egenskaper

- Erosjon er **IKKE** kommutativ:

$$f \ominus S \neq S \ominus f$$

- Erosjon er heller **IKKE** assosiativ, men suksessiv erosjon av bildet f med A og så med B er ekvivalent med erosjon av bildet f med A **dilatert** med B:

$$(f \ominus A) \ominus B = f \ominus (A \oplus B)$$

- Passer det med denne tidligere påstanden? «Hvis s_2 er formlik s_1 , men dobbelt så stort, så er $f \ominus s_2 \approx (f \ominus s_1) \ominus s_1$ »

Åpning

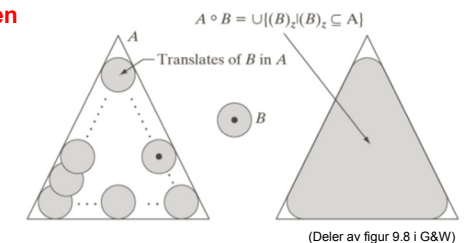
- **Erosjon** av et bilde **fjerner** alle strukturer som ikke kan inneholde strukturelementet, og «**krymper**» alle andre strukturer.
- Hvis vi **dilaterer** resultatet av en erosjon med samme strukturelement, vil de strukturene som «**overlevde**» erosjonen bli omtrentlig **gjenskapt**.
- Dette er en **morfologisk åpning**;

$$f \circ S = (f \ominus S) \oplus S$$

- Navnet kommer av at operasjonen kan skape en åpning (et mellomrom) mellom to strukturer som bare henger sammen ved en tynn «bro», uten å krympe disse to strukturene i noen betydelig grad.
 - Bare erosjon kan også skape en slik åpning/mellomrom, men vil også krympe begge strukturene.

Geometrisk tolkning av åpning

- Tenk at strukturelementet definerer **størrelsen og formen til spissen av en tusjpen**.
- Det er bare tillatt å **fargelegge innenfor objekter**.
 - Et par detaljer: Man må holde tusjen vinkelrett på tegneflaten og med samme rotasjon som strukturelementet.
- **Åpningen er resultatet av å fargelegge så mye man har lov til.**



- For runde strukturelementer: Konkave hjørner blir avrundet, konkave hjørner beholdes rette.
 - Akkurat som ved dilasjon (skyldes at enhver åpning avsluttes med en dilasjon).

Åpning er **idemponent**:

$$(f \circ S) \circ S = f \circ S$$

dvs. at gjentatte anvendelser med samme strukturelement gir ingen endring.

Lukking

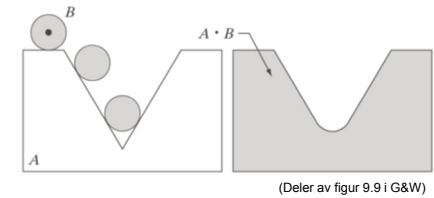
- **Dilasjon** av et bilde **utvider** strukturer, **fyller i hull og innbuktninger** i omrisset.
- Hvis vi **eroderer** resultatet av en dilasjon med samme strukturelement, vil strukturene **stort sett** få **gjenskapt** sin opprinnelige størrelse og form, men **hull og innbuktninger** som ble fylt igjen ved dilasjonen vil **ikke gjenoppstå**.
- Dette er en **morfologisk lukking**;

$$f \bullet S = (f \oplus S) \ominus S$$

- Navnet kommer av at operasjonen kan lukke en åpning mellom to strukturer som bare er adskilt med et lite gap, uten at de to strukturene vokser i noen betydelig grad.
 - Bare dilasjon kan også lukke en slik åpning, men vil også forstørre begge strukturene.

Geometrisk tolkning av lukking

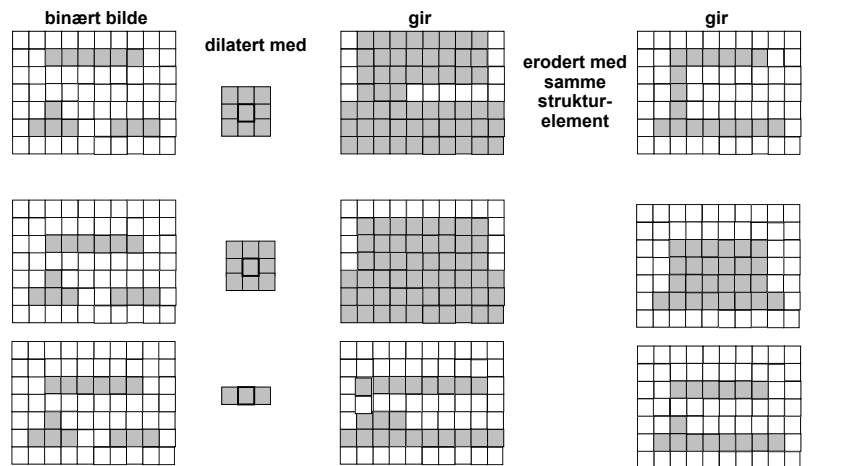
- Vi kan benytte **samme metafor** som for åpning:
 - Strukturelementet definerer størrelsen og formen til spissen av en tusjpen.
 - Man holder tusjen vinkelrett på tegneflaten og fargelegger så mye man har lov til.
- **Denne gangen** er det bare tillatt å **fargelegge utenfor objekter**.
 - En detalj: Denne gangen skal tusjen holdes speilvendt (180° rotert) av strukturelementet.
- **Lukkingen er det som ikke fargelegges**.
 - Denne gangen fargelegger vi altså bakgrunnen, sist fargela vi forgrunnen.
- For runde strukturelementer: Konkave hjørner blir avrundet, konvekse hjørner beholdes rette.
 - Akkurat som ved erosjon (skyldes at enhver lukking avsluttes med en erosjon).



Også lukking er **idempotent**:

$$(f \bullet S) \bullet S = f \bullet S$$

Lukking lukker små åpninger



- Strukturelementets størrelse og form, og strukturenes mellomrommer er avgjørende for resultatet.

I figurene markerer grått forgrunn og hvitt bakgrunn.

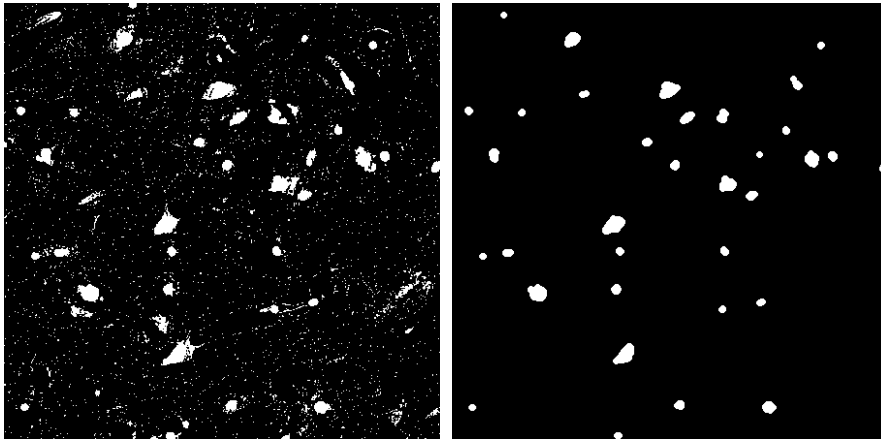
Dualitet mellom åpning og lukking

- **Lukking** er en **dual** operasjon til **åpning** med hensyn til komplementering og reflektering (180° rotering), og omvendt:

$$f \bullet S = (f^c \circ \hat{S})^c \quad f \circ S = (f^c \bullet \hat{S})^c$$
- Lukking kan utføres ved å komplementere bildet, åpne det med det speilvendte (180° rotere) strukturelementet, og ta komplementet av resultatet.
 - Tilsvarende for åpning.
- Vi kan altså utføre begge operasjonene med kode bare for den ene, hvis vi har kode å speilvende og komplementere et binært bilde.
- **Lukking** er en **ekstensiv** transformasjon (pikslar legges til).
- **Åpning** er en **antiekstensiv** transformasjon (pikslar fjernes).

$$f \circ S \subseteq f \subseteq f \bullet S$$

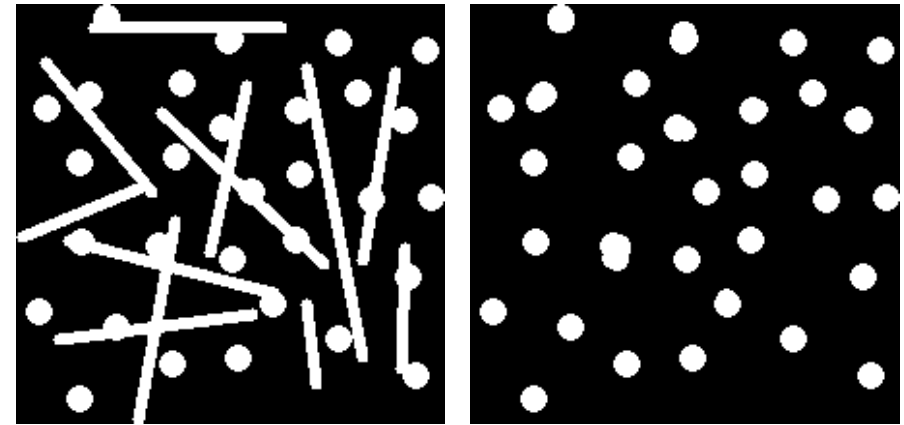
Eksempel: Støyfjerning med åpning



Åpning med et (7x7) sirkulært strukturelement

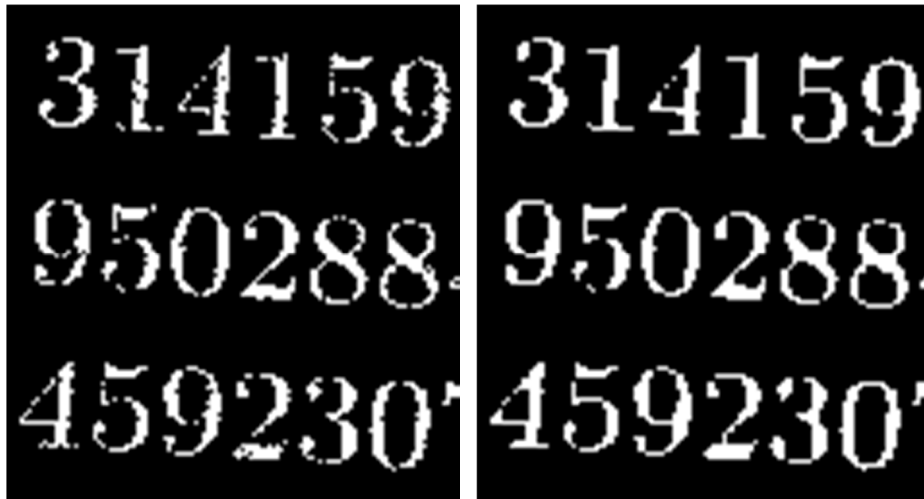
I bildene markerer hvit forgrunn og svart bakgrunn.
 (Bildene er hentet fra
<http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/>)
 29 / 40

Eksempel: Formseparering ved åpning



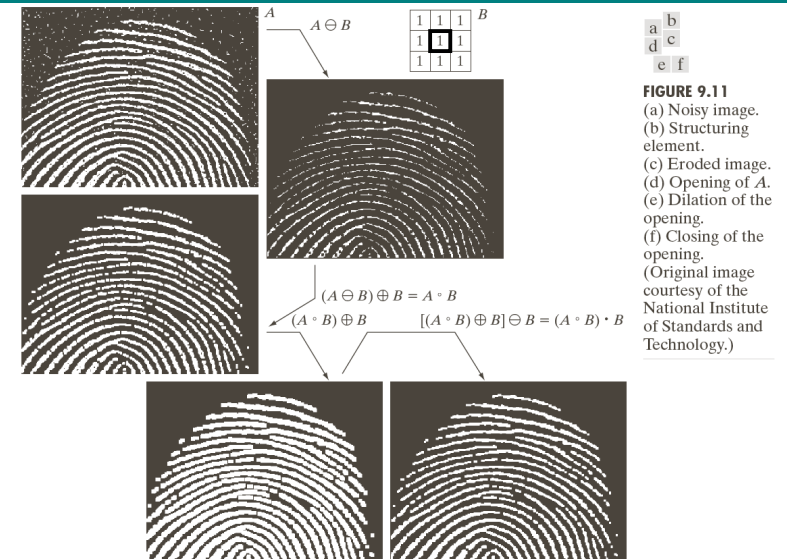
Åpning med et sirkulært strukturelement

Eksempel: Filtrering ved lukking



Lukking med et (3x3) kvadratisk strukturelement

Eksempel: Filtrering ved åpning og lukking



Morfologisk rekonstruksjon

- Tidligere: Bilde f og strukturelement S
- Nå: Markørbilde F (startpunktene), maskebilde G og et strukturelement B som definerer tilkoblingstypen

□ **Morfologisk rekonstruksjon ved dilasjon:**

$$F^k = (F^{k-1} \oplus B) \cap G$$

der $F^0 = F$.

- Med ord: Iterativt dilater F med B, og begrens resultatet med G, inntil ingen endring.

$$B = \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & & & & 1 & 1 & 1 \\ & 1 & 1 & 1 & & & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 & & & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

definerer 4-tilkobling 8-tilkobling i markørbildet

- Merk: Omvendt som for kantdeteksjonen! ... fordi ut-bildet da var det som ble erodert vba. strukturelementet.

Morfologisk rekonstruksjon Åpning ved rekonstruksjon

- Tidligere: Bilde f og strukturelement S
- Nå: Markørbilde F (startpunktene), maskebilde G og et strukturelement B som definerer tilkoblingstypen

□ **Morfologisk rekonstruksjon ved dilasjon:**

$$F^k = (F^{k-1} \oplus B) \cap G$$

der $F^0 = F$.

- Med ord: Iterativt dilater F med B, og begrens resultatet med G, inntil ingen endring.

□ **Åpning ved rekonstruksjon (f med S):**

- Lag markørbildet F ved å n ganger erodere f med S (n er en tilleggsparameter).
 - Kunne vært definert uten parameteren n. Da må S definerer hele eroderingen.
- Utfør morfologisk rekonstruksjon ved dilasjon der $G = f$.

□ Tilsvarende vanlig åpning, bare at de gjenværende objektene blir *nøyaktig bevart*.

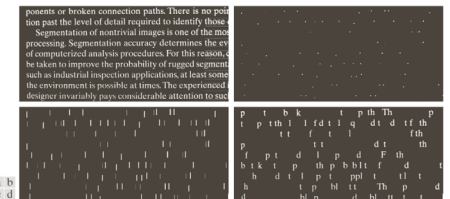


FIGURE 9.29 (a) Text image of size 918 × 2018 pixels. The approximate average height of the tall characters is 50 pixels. (b) Erosion of (a) with a structuring element of size 51 × 1 pixels. (c) Opening of (a) with the same structuring element, shown for reference. (d) Result of opening by reconstruction.

Morfologisk rekonstruksjon Helautomatisk hullfylling

- Tidligere: Bilde f og strukturelement S
- Nå: Markørbilde F (startpunktene), maskebilde G og et strukturelement B som definerer tilkoblingstypen

□ **Morfologisk rekonstruksjon ved dilasjon:**

$$F^k = (F^{k-1} \oplus B) \cap G$$

der $F^0 = F$.

- Med ord: Iterativt dilater F med B, og begrens resultatet med G, inntil ingen endring.

□ **Helautomatisk hullfylling (av bildet f):**

- La markørbildet $F(x,y)$ være $1-f(x,y)$ når (x,y) er på bildekanten, og ellers 0;

$$F(x,y) = \begin{cases} 1-f(x,y) & \text{hvis } (x,y) \text{ er på bildekanten} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

- Utfør morfologisk rekonstruksjon ved dilasjon der $G = f^c$ og komplementer resultatet.

Morfologisk rekonstruksjon Kantrydding

- Tidligere: Bilde f og strukturelement S
- Nå: Markørbilde F (startpunktene), maskebilde G og et strukturelement B som definerer tilkoblingstypen

□ **Morfologisk rekonstruksjon ved dilasjon:**

$$F^k = (F^{k-1} \oplus B) \cap G$$

der $F^0 = F$.

- Med ord: Iterativt dilater F med B, og begrens resultatet med G, inntil ingen endring.

□ **Kantrydding (av bildet f) (er også helautomatisk):**

- La markørbildet F være lik f på bildekanten, og ellers 0;

$$F(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & \text{hvis } (x,y) \text{ er på bildekanten} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

- Utfør morfologisk rekonstruksjon ved dilasjon der $G = f$ og subtraher resultatet fra f.

a b
c d

FIGURE 9.31

(a) Text image of size 918 × 2018 pixels. (b) Complement of (a) for use as a mask image. (c) Marker image. (d) Result of hole-filling using Eq. (9.5-29).

ponents or broken connection paths. There is no position past the level of detail required to identify those Segmentation of nontrivial images is one of the most processing. Segmentation accuracy determines the ev of computerized analysis procedures. For this reason, be taken to improve the probability of rugged segment such as industrial inspection applications, at least some the environment is possible at times. The experienced designer invariably pays considerable attention to suc

ponents or broken connection paths. There is no position past the level of detail required to identify those Segmentation of nontrivial images is one of the most processing. Segmentation accuracy determines the ev of computerized analysis procedures. For this reason, be taken to improve the probability of rugged segment such as industrial inspection applications, at least some the environment is possible at times. The experienced designer invariably pays considerable attention to suc

ponents or broken connection paths. There is no position past the level of detail required to identify those Segmentation of nontrivial images is one of the most processing. Segmentation accuracy determines the ev of computerized analysis procedures. For this reason, be taken to improve the probability of rugged segment such as industrial inspection applications, at least some the environment is possible at times. The experienced designer invariably pays considerable attention to suc

ponents or broken connection paths. There is no position past the level of detail required to identify those Segmentation of nontrivial images is one of the most processing. Segmentation accuracy determines the ev of computerized analysis procedures. For this reason, be taken to improve the probability of rugged segment such as industrial inspection applications, at least some the environment is possible at times. The experienced designer invariably pays considerable attention to suc

FIGURE 9.32

Border clearing.

(a) Reconstruction-by-dilation of marker image.

(b) Image with no objects touching the border. The original image is Fig. 9.29(a).



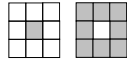
ponents or broken connection paths. There is no position past the level of detail required to identify those Segmentation of nontrivial images is one of the most processing. Segmentation accuracy determines the ev of computerized analysis procedures. For this reason, be taken to improve the probability of rugged segment such as industrial inspection applications, at least some the environment is possible at times. The experienced designer invariably pays considerable attention to suc

«Hit-or-miss»-transformasjonen

- Tilbake til den opprinnelige situasjonen: Bilde f og strukturelement S
- Men strukturelementet S er nå definert ved et par $[S_1, S_2]$ binære strukturelementer som har ingen felles elementer.
- «Hit-or-miss»-transformasjonen av f med $S = [S_1, S_2]$ er definert som:

$$f(*)S = f(*)[S_1, S_2] = (f \theta S_1) \cap (f^c \theta S_2)$$

- En **forgrunnpiksel** i ut-bildet **oppnås** kun hvis:
 - S₁ passer forgrunnen** rundt pikselen **og**
 - S₂ passer bakgrunnen** rundt pikselen.
- Kan brukes til å finne/behandle bestemte mønstre i et bilde, f.eks. til å:
 - Finne bestemte strukturer.
 - Fjerne enkeltpikslers.
 - Benyttet i "tynning" (om to slides).



Eksempel: «Hit-or-miss»

0000000000000000
0010000000000000
0010001111000000
0111000000001100
0010000000001100
0000010000000100
0000011000000000
0000010000000000
0000000000000000
0000000000000000

Et bilde A

1111111111111111
1101111111111111
1101110000111111
1000111111100111
1101111111100011
1111101111110111
1111000111111111
1111101111111111
1111111111111111

A^c - komplementet til bildet
(er 1 utenfor randen)

010
101
010

Strukturelement S₁

0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0010000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000

Resultat etter erosjon med S₁

101
000
101

Strukturelement S₂

1010111111111111
1010100000011111
0000011111000011
1010100000000000
0000010111100001
1010000011100000
1111010111101011
1110000011111111
1111010111111111

A^c erodert med S₂

0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0010000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000
0000000000000000

«Hit-or-miss»-resultatet

Logisk AND av de to delresultatene

Morfologisk tynning

- Morfologisk tynning:

$$f \otimes S = f - (f(*)S)$$

gjentatt med en sekvens av strukturelementer, S^k for k=1,...,n, inntil ingen av strukturelementene skaper noen endring.

- Fjerner grovt sett alle pikslers utenom de som:
 - er isolerte,
 - definerer utstrekningen av et objekt, eller
 - trengs for å ikke dele et objekt.

En vanlig sekvens for tynning:

x = don't care (<=> verken med i S₁ eller S₂)

Eksempel på bruk av denne sekvensen på bildet A:

A₁ = A ⊗ B¹
A₂ = A₁ ⊗ B²
A₃ = A₂ ⊗ B³
A₄ = A₃ ⊗ B⁴
A₅ = A₄ ⊗ B⁵
A₆ = A₅ ⊗ B⁶
A₈ = A₆ ⊗ B^{7,8}
A_{8,4} = A₈ ⊗ B^{1,2,3,4}
A_{8,5} = A_{8,4} ⊗ B⁵
A_{8,6} = A_{8,5} ⊗ B⁶
No more changes after this.

(Figur 9.21 i G&W)

□ og □ markerer to korreksjoner. Grå markerer forgrunn og hvit bakgrunn.

Oppsummering

- Grunnleggende begreper:
 - Strukturelement (med origo)
 - Erosjon
 - Dilasjon
 - Dualitet
 - Åpning (erosjon etterfulgt av dilasjon)
 - Lukking (dilasjon etterfulgt av erosjon)
 - Morfologisk rekonstruksjon
 - Hit-or-miss
- Eksempler på anvendelser.