



UNIVERSITETET  
I OSLO

# Relasjonsdatabasedesign (forts.)

Flerverdiavhengigheter  
Høyere normalformer

# Flerverdiavhengigheter

- Generalisering av FDer
- Flerverdiavhengigheter gir opphav til en større klasse integritetsregler enn de som kan uttrykkes ved bare FDer

# Eksempel: Emnedatabase

Emne(Kode, Lærebok, Foreleser)

Integritetsregler:

- Et emne har et sett av lærebøker
- Et emne kan ha flere forelesere
- Det er ingen sammenheng mellom forelesere og lærebøker

# Eksempelekstensjon

~~Emne~~

Kode	Lærebok	Foreleser
------	---------	-----------

INF1010	Java-II	Arne
INF1010	OOhefte	Ellen
INF1050	Kjernen	Erik
INF1050	PHP	Tone
INF1050	Web	Gerhard

**Emne**

Kode	Lærebok	Foreleser
------	---------	-----------

INF1010	Java-II	Arne
INF1010	Java-II	Ellen
INF1010	OOhefte	Arne
INF1010	OOhefte	Ellen
INF1050	Kjernen	Erik
INF1050	Kjernen	Tone
INF1050	Kjernen	Gerhard
INF1050	PHP	Erik
INF1050	PHP	Tone
INF1050	PHP	Gerhard
INF1050	Web	Erik
INF1050	Web	Tone
INF1050	Web	Gerhard

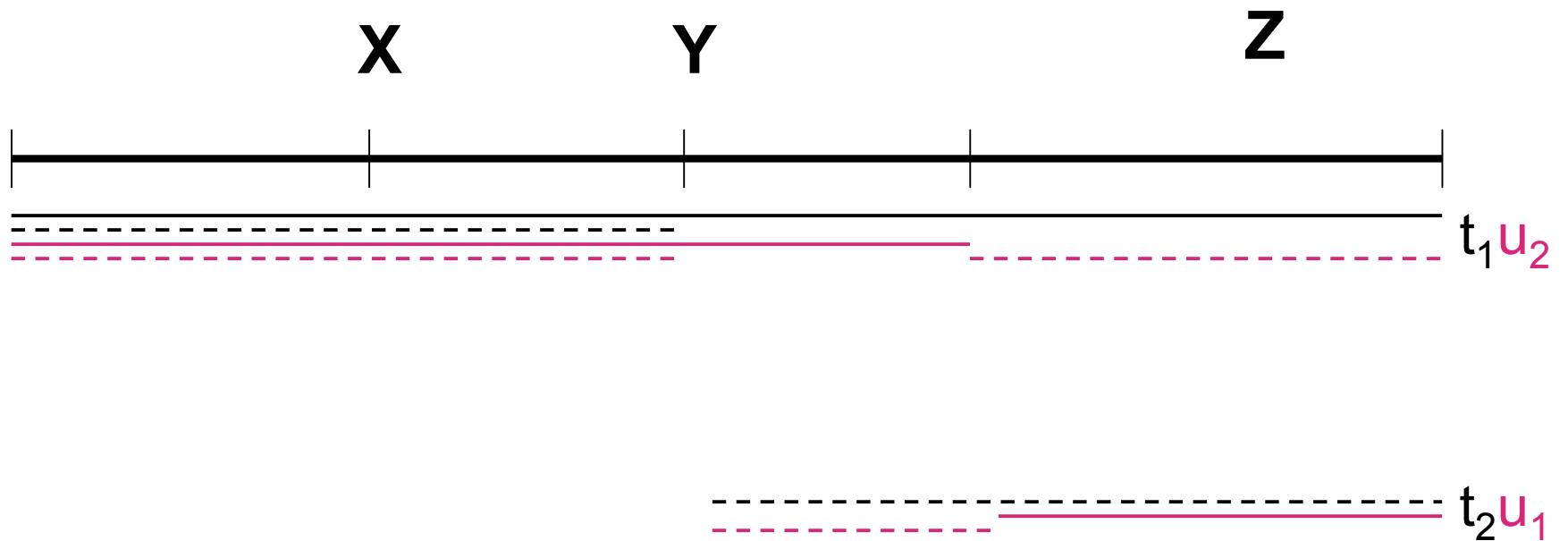
# Definisjon flerverdiavhengighet

- Gitt et relasjonsskjema  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$   
La  $X, Y$  være delmengder av  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$   
La  $Z$  være de attributtene som hverken er med i  $X$  eller  $Y$   
 $Y$  **er flerverdiavhengig av  $X$**  hvis vi for enhver lovlig instans av  $R$  har at hvis instansen inneholder to tupler  $t_1$  og  $t_2$  hvor  $t_1[X]=t_2[X]$ , så fins det også to tupler  $u_1$  og  $u_2$  hvor
  - 1)  $u_1[X]=u_2[X]=t_1[X]=t_2[X]$
  - 2)  $u_1[Y]=t_1[Y], u_2[Y]=t_2[Y]$
  - 3)  $u_1[Z]=t_2[Z], u_2[Z]=t_1[Z]$

# Definisjon på norsk

- $Y$  er flerverdiavhengig av  $X$  hvis vi for alle lovlige instanser av  $R$  har at hvis instansen inneholder to tupler  $t_1$  og  $t_2$  som er like på  $X$ , så må den også inneholde to tupler  $u_1$  og  $u_2$  hvor
  - 1)  $u_1$  er lik  $t_1$  på  $X$  og lik  $t_2$  utenfor  $Y$
  - 2)  $u_2$  er lik  $t_2$  på  $X$  og lik  $t_1$  utenfor  $Y$

# Illustrasjon av flerverdiavhengighet



# MVD

- Vi skriver  $X \rightarrow\!\!\!> Y$  hvis  $Y$  er flerverdiavhengig av  $X$
- Ofte snakker vi for korthets skyld om  
“MVDen  $X \rightarrow\!\!\!> Y$ ” der MVD står for Multi-Valued Dependency
- Hvis  $Y \subseteq X$ , så  $X \rightarrow\!\!\!> Y$

Bevis:

La  $t_1$  og  $t_2$  være to tupler som er like på  $X$

Velg  $u_1=t_2$  og  $u_2=t_1$

Da er  $u_1=t_1$  på  $X$  og  $Y$  og  $u_1=t_2$  utenfor  $Y$ ,

mens  $u_2=t_2$  på  $X$  og  $Y$  og  $u_2=t_1$  utenfor  $Y$

Det er definisjonen på at  $X \rightarrow\!\!\!> Y$

# Trivielle MVD-er

- Hvis  $XY$  er samtlige attributter i  $R$ , så  $X \rightarrow\!\!\!\rightarrow Y$

Bevis:

La  $t_1$  og  $t_2$  være to tupler som er like på  $X$

Velg  $u_1=t_1$  og  $u_2=t_2$

Da er  $u_1=t_1$  på  $X$  og  $Y$  og  $u_1=t_2$  utenfor  $Y$ ,  
mens  $u_2=t_2$  på  $X$  og  $Y$  og  $u_2=t_1$  utenfor  $Y$

Det er definisjonen på at  $X \rightarrow\!\!\!\rightarrow Y$

- **Definisjon av trivielle MVD-er:**

$X \rightarrow\!\!\!\rightarrow Y$  kalles triviell hvis, og bare hvis,  
vi enten har at  $Y \subseteq X$

eller at  $XY$  er samtlige attributter i  $R$

# Ekte MVD-er

- Hvis  $X \rightarrow Y$ , så  $X \rightarrow\!\!\! \rightarrow Y$   
(Bevis følger senere)
- En ikke-triviell  $X \rightarrow\!\!\! \rightarrow Y$  hvor  $X \rightarrow Y$  ikke holder, kalles en **ekte MVD**
- MVDer benyttes til å uttrykke integritetsregler:  
Kode  $\rightarrow\!\!\! \rightarrow$  Lærebok,      Kode  $\rightarrow\!\!\! \rightarrow$  Foreleser
- MVDer opptrer hvis man plasserer to m:n-forhold ( $m \geq 1$ ) i samme relasjon, og de to forholdene ikke har avhengigheter seg imellom

# Armstrongs slutningsregler utvidet til MVDer (for spesielt interesserte)

1. Refleksivitet FD: Hvis  $Y \subseteq X$ , så  $X \rightarrow Y$
2. Utvidelse FD: Hvis  $X \rightarrow Y$ , så  $XZ \rightarrow YZ$
3. Transitivitet FD: Hvis  $X \rightarrow Y$  og  $Y \rightarrow Z$ , så  $X \rightarrow Z$
4. Komplement: Hvis  $Z$  er de attributtene som  $XY$  ikke omfatter, og  $X \rightarrow\!\!\!> Y$ , så  $X \rightarrow\!\!\!> Z$ .
5. Utvidelse MVD: Hvis  $X \rightarrow\!\!\!> Y$  og  $Z \subseteq W$ , så  $XW \rightarrow\!\!\!> YZ$
6. Transitivitet MVD:  
Hvis  $X \rightarrow\!\!\!> Y$  og  $Y \rightarrow\!\!\!> Z$ , så  $X \rightarrow\!\!\!> Z - Y$
7. FDer er MVDer: Hvis  $X \rightarrow Y$  så  $X \rightarrow\!\!\!> Y$
8. Sammensmelting:  
Hvis  $X \rightarrow\!\!\!> Y$ ,  $W \rightarrow Z$ ,  $W \cap Y = \emptyset$  og  $Z \subseteq Y$ , så  $X \rightarrow Z$

Regelsettet er sunt og komplett for MVDer og FDer

# Bevis for slutningsregel 7

- Hvis  $X \rightarrow Y$ , så  $X \rightarrow\!\!\! \rightarrow Y$
- Bevis:
  - Anta at  $t_1[X] = t_2[X]$
  - Siden  $X \rightarrow Y$ , er  $t_1[Y] = t_2[Y]$
  - Velg  $u_1 = t_2$  og  $u_2 = t_1$
  - Da er  $u_1$  lik  $t_1$  på  $X$  og  $Y$  og lik  $t_2$  utenfor  $Y$ , mens  $u_2$  er lik  $t_2$  på  $X$  og  $Y$  og lik  $t_1$  utenfor  $Y$
  - Men da har vi per def. en MVD  $X \rightarrow\!\!\! \rightarrow Y$

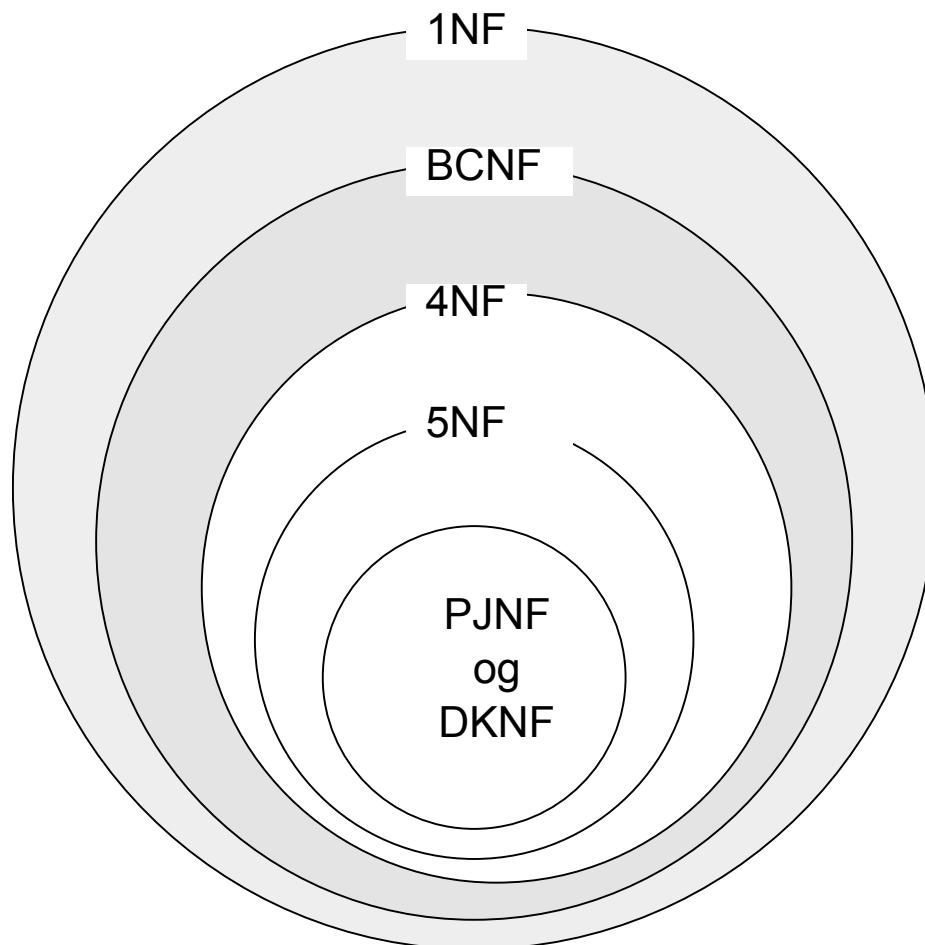
# Bevis for slutningsregel 8

Hvis  $X \rightarrow\!\!\! \rightarrow Y$ ,  $W \rightarrow Z$ ,  $W \cap Y = \emptyset$  og  $Z \subseteq Y$ , så  $X \rightarrow Z$

Bevis:

- Anta at  $t_1[X] = t_2[X]$
- Siden  $X \rightarrow\!\!\! \rightarrow Y$ , finnes  $u_1$  og  $u_2$   
der  $u_1$  er lik  $t_1$  på  $X$  og  $Y$  og lik  $t_2$  utenfor  $Y$ ,  
og  $u_2$  er lik  $t_2$  på  $X$  og  $Y$  og lik  $t_1$  utenfor  $Y$
- Spesielt er  $t_1[W] = u_2[W]$ , og siden  $W \rightarrow Z$ ,  
er  $t_1[Z] = u_2[Z] = t_2[Z]$  (den siste fordi  $Z \subseteq Y$ )
- Altså har vi en FD  $X \rightarrow Z$

# Høyere normalformer, oversikt



# Utgangspunkt for normalformen

## 4NF

- Alle integritetsregler er i form av FDer og MVDer  
(foruten domeneskranker og fremmednøkler)

# Fjerde normalform

- **Definisjon 4NF** (Fagin 1977):  
En relasjon R er på **fjerde normalform** hvis alle ikke-trivielle MVDer  $X \rightarrow\!\!\!> Y$  tilfredsstiller følgende:
  - i. X er en supernøkkel i R

# Egenskaper ved 4NF

- $4NF \subseteq BCNF$

For å bevise det må vi vise at hvis  $R$  er 4NF og  $X \rightarrow Y$  er en ikke-triviell FD i  $R$ , så er  $X$  en supernøkkel (Beviset følger på neste lysark)

- Når er en relasjon BCNF, men ikke 4NF?

Svar:

- Når alle ikke-trivielle FDer  $X \rightarrow Y$  er slik at  $X$  er en supernøkkel, samtidig som det fins en ekte MVD  $Z \rightarrow\!\!\!> W$  der  $Z$  ikke er en supernøkkel

# Bevis for at $4NF \subseteq BCNF$

- Anta at  $R$  er  $4NF$  og at vi har en ikke-triviell FD  $X \rightarrow Y$  i  $R$
- Siden FD-er er MVD-er, har vi at  $X \twoheadrightarrow Y$
- Hvis denne MVD-en er ikke-triviell, er  $X$  en supernøkkel (fordi  $R$  er  $4NF$ )
- Hvis MVD-en er triviell, er  $R = XY$ , så  $X$  er en supernøkkel da også
- Altså er  $R$  på  $BCNF$

# Eksempel på brudd på 4NF

Emne

Kode	Lærebok	Foreleser
INF1010	Java-II	Arne
INF1010	Java-II	Ellen
INF1010	OOhefte	Arne
INF1010	OOhefte	Ellen
INF1050	Kjernen	Erik
INF1050	Kjernen	Tone
INF1050	Kjernen	Gerhard
INF1050	PHP	Erik
INF1050	PHP	Tone
INF1050	PHP	Gerhard
INF1050	Web	Erik
INF1050	Web	Tone
INF1050	Web	Gerhard

Emne har ingen ikke-trivielle FD-er,  
men en ekte MVD: kode →→ lærebok

Emne kan dekomponeres slik:

Lærebok

Kode	Lærebok
INF1010	Java-II
INF1010	OOhefte
INF1050	Kjernen
INF1050	PHP
INF1050	Web

Foreleser

Kode	Foreleser
INF1010	Arne
INF1010	Ellen
INF1050	Erik
INF1050	Tone
INF1050	Gerhard

# Normalformer utover 4NF

## (Kursorisk pensum)

- 5NF (Maier 1983)
- PJNF: Project-Join Normal Form  
(Fagin 1979)
- DKNF: Domain Key Normal Form  
(Fagin 1981)

# Joinavhengigheter

- La  $R$  være en relasjon og la  $D=\{R_1, \dots, R_m\}$  være en dekomposisjon av  $R$ . Dersom  $D$  er tapsfri, sier vi at  $D$  tilfredsstiller en **JD** (Join Dependency)
- En JD kalles triviell dersom  $R \in D$
- Teorem (Fagin 1977): Hvis  $m=2$ , dvs  $D=\{R_1, R_2\}$ , tilfredsstiller  $D$  en JD hvis, og bare hvis, vi har en MVD  $X \twoheadrightarrow Y$  der  $X=R_1 \cap R_2$  og  $Y=R_2 - R_1$
- Dette betyr at en MVD er det samme som en JD for en dekomposisjon med 2 komponenter

# Ekte dekomposisjoner og 5NF

- En dekomposisjon  $D=\{R_1, \dots, R_m\}$  kalles **ekte** hvis det ikke finnes  $i$  og  $j$  med  $i \neq j$  og  $R_i \subseteq R_j$  (en slik  $R_i$  vil alltid være overflødig fordi den ikke kan bidra til å gjøre  $D$  tapsfri)
- En relasjon  $R$  er på **5NF** hvis alle ekte tapsfri dekomposisjoner av  $R$  bare består av supernøkler
- Hvis vi fortsetter å tapsfritt dekomponere en relasjon på 5NF, så vil ikke dekomposisjonen bety noen reduksjon i antall tupler eller verdier som må lagres, tvert imot vil lagerbehovet øke

# PJNF (Project/Join Normal Form)

- En relasjon  $R$  er på PJNF hvis alle JD-er i  $R$  er en konsekvens av kandidatnøklene
- Mer presist:  $R$  er på PJNF hvis alle ekte tapsfri dekomposisjoner  $D$  er nøkkelsammenhengende i henhold til følgende algoritme:
  - Så lenge det finnes to komponenter i  $D$  hvor snittet er en supernøkkel, så bytt ut de to komponentene med deres union
  - Hvis prosessen terminerer med  $D=\{R\}$ , er  $D$  nøkkelsammenhengende, ellers ikke

# DKNF (Domain-Key Normal Form)

- En relasjon R er på DKNF hvis de eneste integritetsreglene i R er nøkkelrestriksjoner og domenerestriksjoner
- DKNF er lett å håndheve, men det er for mange integritetsregler som ikke kan uttrykkes på denne måten til at vi kan begrense oss til å ha komponenter på DKNF

# Oppsummering av høye normalformer

- En relasjon R er på 4NF hvis, og bare hvis, alle ekte tapsfri dekomposisjoner med to komponenter består av to supernøkler  
(Dette bevises ved å vise at en join av to supernøkler er tapsfri hvis, og bare hvis, deres snitt er en supernøkkel)
- 5NF er (ekte) inneholdt i 4NF
- Både PJNF og DKNF er (ekte) inneholdt i 5NF
- Det finnes relasjoner som er i PJNF, men ikke i DKNF, og omvendt
- Ragnar Normann: “5NF og PJNF burde bytte navn  
(det burde 3NF og BCNF også, men vi kan ikke forandre historien)”