Korrelasjon og GPS

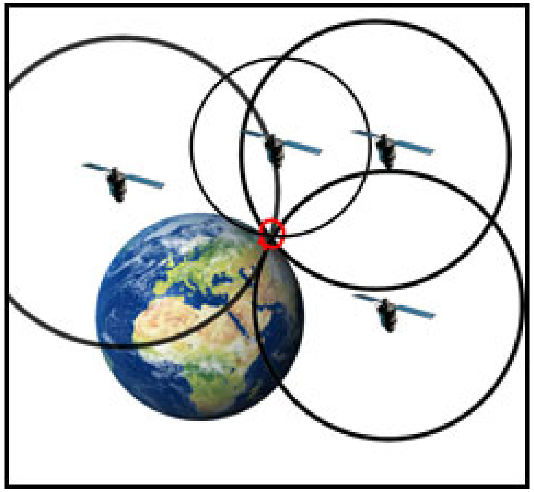
Sverre Holm

UNIVERSITETET I OSLO

3.16 Korrelasjon

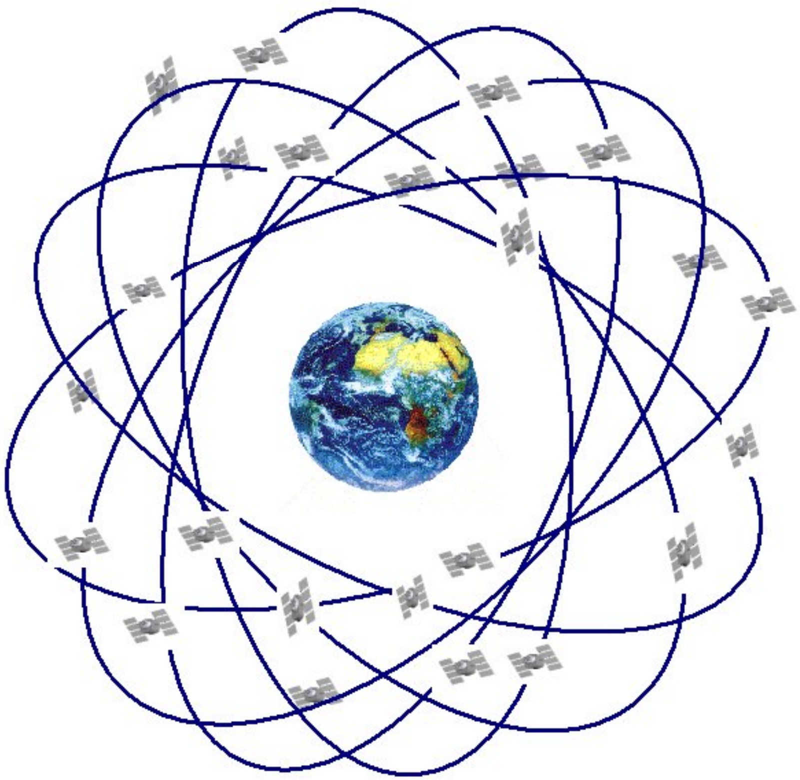
- Et mål på likhet mellom signaler
- Ligner konvolusjon
- En viktig anvendelse: GPS

GPS: Avstand til hver satellitt



- Ved å vite posisjonen til satellittene og avstanden mellom hver satellitt og GPS-mottakeren kan man matematisk regne seg frem til en korrekt posisjon.
- http://www.vg.no/teknologi/artikkel.php?artid=546072
- Atomklokke i hver satellitt
  - Må korrigere for relativistiske effekter pga satellittenes banehastighet

Systembetraktning

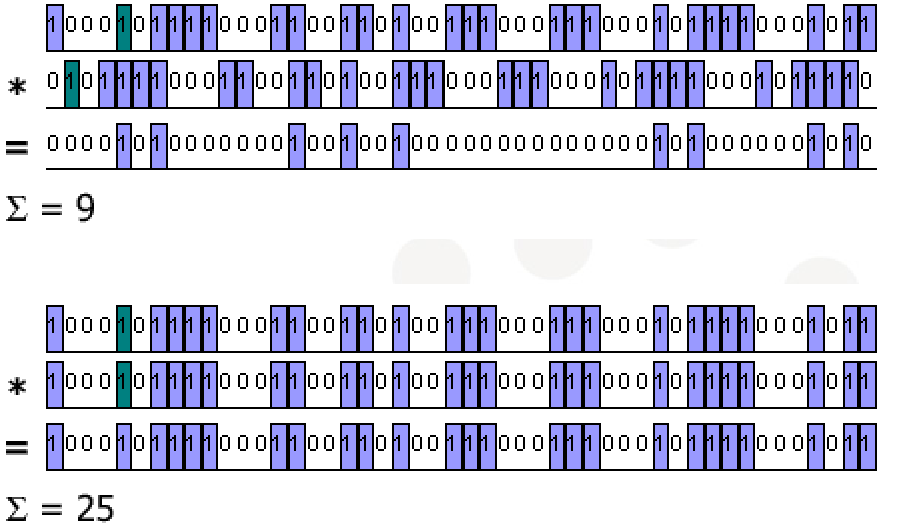


- Hvem vet posisjonen til hvem?
- Kjenner Pentagon posisjonen til alle med GPS?
- To typer posisjoneringssystemer:

1. Brukerbasert (private)
2. Nettverksbasert

GPS

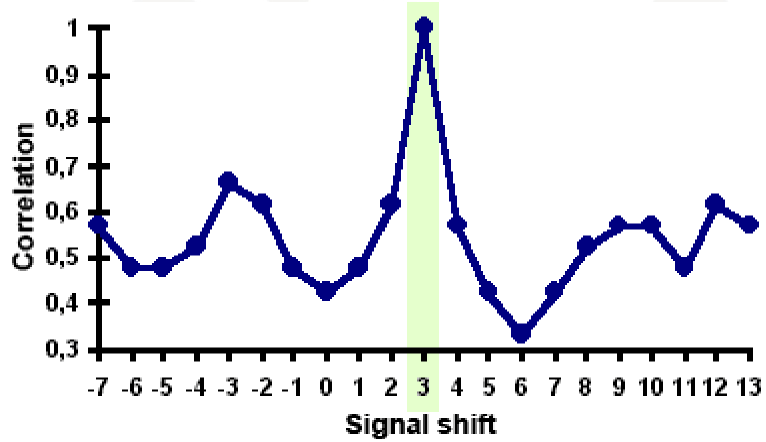
- Hver satellitt sender en pseudo tilfeldig kode (PRN) som er kjent for mottakeren.
- Mottakeren sammenligner de to ved å flytte fram og tilbake i tid til full overlapp



- http://www.kowoma.de/en/gps/signals_runtime.htm

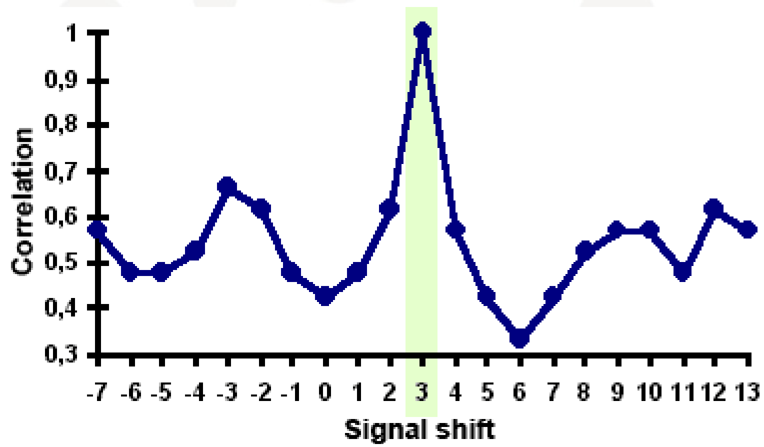
GPS - korrelasjon

- Signal skift fra -7 til 13
- Max for skift på 3
- Normalisert til 1 i maksimum



GPS - korrelajson

- C/A-koden (coarse acquisition): 1023 chips
- Gjentas hvert millisekund ⇔ 1 ms*3e8 m/s = 3e5 = 300 km
- Hvert skift ⇔ en chip i GPS-signalet ⇔ 300km/1023 ≈ 0.3 km.
- Hvordan kan GPS være mer presis?
  - Moderne GPS-mottakere finner skift med 1% av en chip ⇔ 3 m
- Alle avstander til de synlige satellittene settes inn i et ligningssystem, gjerne overbestemt, mange satellitter
  - Løsning: lengde-, breddegrad, høyde, tid



3.16 Korrelasjon

- Et mål på likhet mellom signaler:

$$r_{xh}[n] = x[n]{*}{*}[h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[k-n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k+n]h[k]$$

  - Flytter h forbi x
- Ligner konvolusjon:

$$y[n] = x[k]*h[k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-k]h[k]$$

  - Snur ikke indekseringen
  - x[n]**h[n] = x[n]*h[-n]
  - Tegnet ** for korrelasjon er ikke så universelt som *

Eks 3.33a

- $x[n]=\{2,\underline{5},0,4\}$, $h[n]=\{\underline{3},1,4\}$

- Legger over hverandre:
  - $y[0] = 5*3+0*1+4*4 = 31$
- Negative indekser
  - $y[-3] = 2*4 = 8$
  - $y[-2] = 2*1+5*4= 22$
  - $y[-1] = 2*3+5*1+4*0=11$
- Positive
  - $y[1]=0*3+4*1 = 4$
  - $y[2]=4*3 = 12$

UNIVERSITETET
I OSLO

Eks 3.33b) Autokorrelasjon

- Hvor likt er et signal med seg selv? $r_{xx}[n]$, $x[n]=\{\underline{3},1,-4\}$
- $x[0] = 3^2+1^2+(-4)^2=26$
- $x[1] = 1*3+(-4)*1=-1$
- $x[2] = 3*(-4)=-12$
- Symmetri om n=0
- $r_{xx}[n] = \{-12,-1,\underline{26},-1,-12\}$
  - Lengde 3+3-1=5
  - $r_{xx}[-n]=r_{xx}[n]$
  - $|r_{xx}[n]| \leq |r_{xx}[0]|$

Matchet filtrering – sonar, radar, ...

- Viktige anvendelser av korrelasjon:
  - Avstand til mål i sonar, ultralyd, radar, GPS
  - Finne sinus i støy
- Finne mål:
  - Send x[n], motta etter refleksjon: $s[n]=\alpha\ x[n-D]+p[n]$
    - Dempet, forsinket, additiv støy
  - Anta at støyen er ukorrelert med signalet, dvs $r_{xp} \approx 0$
  - r_{xs} har maks ved n=D
    - Avstand til målet er da d=0.5c D/S
    - c lyd/lys-hastighet, D sample rate
    - Korrelasjonsmottaker
    - Matched filter ⇔ filtrering med h[n]=x[-n] – matchet til utsendt signal