

DFT II

- Ukeoppgavene skal leveres som selvstendige arbeider. Det forventes at alle har satt seg inn i instituttets krav til innleverte oppgaver:
 - Norsk versjon: <http://www.ifi.uio.no/studinf/skjemaer/erklaring.pdf>
 - Engelsk versjon: <http://www.ifi.uio.no/studinf/skjemaer/declaration.doc>
- Krav til godkjenning av innleverte oppgaver er beskrevet i filen:
 - <http://www.ifi.uio.no/inf3470/h07/kursmaterieill/Oppgaver/KravTilGodkjenning.pdf>

Totalt er det mer enn 10 poeng på dette oppgavesettet. Det er likevel ikke mulig å oppnå mer enn 10 poeng.

Oppgave 1

Vekt:2

Gitt et signal $x[n] = \cos(\omega_1 n) + \cos(\omega_2 n)$, og en rektangulær vindusfunksjon

$$\omega_L[n] = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \leq n < L \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

Disse kombineres for å lage et utgangssignal $y[n] = x[n]\omega_L[n]$.

- a) Finn DTFTen $Y(\omega)$ uttrykt ved DTFTen $W(\omega)$.
- b) Finn minste avstand $|\omega_1 - \omega_2|$ uttrykt ved L hvis man ønsker å kunne adskille de to frekvenskomponentene i DTFTen $Y(\omega)$. (Kravet for å kunne adskille komponentene er at hovedlobene ikke overlapper).

a) tips: W trenger ikke regnes ut

b) mellom svar $|W(\omega)| = \left| \frac{\sin(\omega L/2)}{L \sin(\omega/2)} \right|$

Oppgave 2

Vekt:1

Betrakt den 64 punkt lange sekvensen

$$x[n] = A \cos(2\pi f_1 n/64) + B \cos(2\pi f_2 n/64), \quad 0 \leq n \leq 63.$$

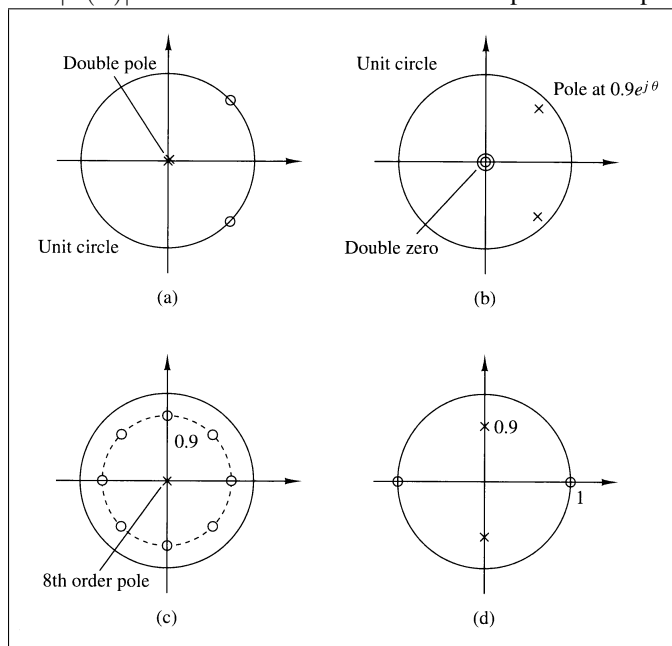
Det er kjent at dens 64-punkts DFT $X[k]$ har verdi null for alle verdier av k med unntak av $k = 15, 27, 37$ og 49 . Hvis $|X[15]| = 32$ og $|X[27]| = 16$, bestem da det eksakte uttrykket for $x[n]$ uten å regne ut IDFT. Er svaret entydig? Hvis ikke, avgjør hvor mange andre sekvenser som har den samme DFT'en og eventuelt eksakte uttrykk for disse.

hint: Finn sammenhengen mellom f_1 og k , og f_2 og k ut fra definisjonen av IDFT.

Oppgave 3

Vekt:1

Skisser grovt magnituderresponsen $|X(\omega)|$ av Fouriertransformene som korresponderer til pol-nullpunkt plottene gitt under.



Oppgave 4 — Oppgave 8.17 fra læreboka: DFT konsept

Vekt: 1

- a) 180 Hz b) 24 c) tips: verdier på $k = 15, 18, 54$ og 57 d) Ingen lekkasje (hvorfor?)

Oppgave 5 — Oppgave 8.19 fra læreboka: DFT konsept

Vekt: 1

- a) $X_{DFT}[k] = 0.5 \frac{1 - e^{-j2\pi N(F_0 - k/N)}}{1 - e^{-j2\pi(F_0 - k/N)}} + 0.5 \frac{1 - e^{-j2\pi N(F_0 + k/N)}}{1 - e^{-j2\pi(F_0 + k/N)}}$
 b) Lekkasje hvis $\frac{N}{S} \neq KT$ (er ikke et helt antall perioder)
 c) Ingen lekkasje. $X_{DFT}[k] = \{0, 0, 4, 0, 0, 0, 4, 0, 0\}$
 d) samme som c) (hvorfor?)
 e) Lekkasje. $X_{DFT}[k] = \{-0.31, -0.64 + j0.49, 3.69 - j2.51, 0.9 - j0.37, 0.71 - j0.09, \dots \text{konjugerte} \dots\}$

Oppgave 6 — Oppgave 8.22 fra læreboka: Frekvensoppløsning

Vekt: 1

- a) $k_1 = 3.125, k_2 = 12.5$ b) $k_1 = 4, k_2 = 16$

Oppgave 7 — Oppgave 8.24 fra læreboka: Frekvensoppløsning

Vekt: 1

- a) $f = 21.0938\text{Hz}$ b) $N = 200$, padding zeros: 72, $k = 42$

Oppgave 8 — Oppgave 8.26 fra læreboka: Sampl.frekvens og oppløsning Vekt: 1

a) $X(f) = \frac{1}{1 + j2\pi f}, D = 1.4979, N \approx 48$

b) $N \approx 31$

Oppgave 9 — Oppgave 8.28 fra læreboka: Samplingsrate og DFT Vekt: 1

tips: Nyquist-frekvensen regnes ikke som en harmonisk komponent

Oppgave 10 — Oppgave 8.29 fra læreboka: Frekvensoppløsning Vekt: 1

Rettelser av hint i boka: b) $\Delta f = \frac{KS}{N}$ hvor $K = 2$ d) $N = \frac{KS}{\Delta f}$

Se ellers faktoren W_M i tabell 8.4.