z-TRANSFORMASJONEN

- Ukeoppgavene skal leveres som selvstendige arbeider. Det forventes at alle har satt seg inn i instituttets krav til innleverte oppgaver:
  - Norsk versjon: `http://www.ifi.uio.no/studinf/skjemaer/erklaring.pdf`
  - Engelsk versjon: `http://www.ifi.uio.no/studinf/skjemaer/declaration.doc`
- Krav til godkjenning av innleverte oppgaver er beskrevet i filen:
  - `http://www.ifi.uio.no/inf3470/h07/kursmateriell/Oppgaver/KravTilGodkjenning.pdf`

Oppgave 1 — Oppgave 4.8 fra læreboka: Poler, nullpunkter og ROC Vekt:1

a), b), c) inngår.
d), e) er overkurs.

$y[n]+A_1y[n-1]+A_2y[n-2]+\ldots+A_Ny[n-N] = B_0x[n]+B_1x[n-1]+B_2x[n-2]+\ldots+B_Mx[n-M] \Leftrightarrow H(z) = \dfrac{B_0+B_1z^{-1}+B_2z^{-2}+\ldots+B_Mz^{-M}}{1+A_0+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}+\ldots+A_Nz^{-N}}$

		zeros	poles
a)	stable	anywhere	not on the unit circle, ROC must include the unit circle
b)	causal + stable	anywhere	inside (and exclude) the unit circle, # poles $\geq$ # zeros
c)	FIR w/ real coeffs.	Anywhere	FIR: only poles at origin
d)	Linear-phase FIR, real coeffs	conjugate reciprocal symmetry: if z_0 is zero $\Rightarrow z_0^H, 1/z_0, 1/z_0^H$ are also zeros	FIR: only poles at origin
e)	Causal, linear-phase FIR, real coeffs	conjugate reciprocal symmetry	only at origin. # poles $\geq$ # zeros

Oppgave 2 — Oppgave 4.9 fra læreboka: z-transf. og ROC Vekt:1

Løs ikke a), b), c); besvar i steden: For hvilket område i det komplekse planet er $X(z)$ en gydlig z-transform?

$\boxed{|\alpha| < |z| < |\beta|}$

Oppgave 3 — Oppgave 4.11 fra læreboka: z-transf. og ROC Vekt:1

[Note the misprint in the book, wher the | signs are lacking around α: The initial text of the exercise should say: "The causal signal $x[n] = \alpha^n u[n]$ has the transform $X(z)$ whose ROC is $|z| > |\alpha|$. Find the ROC of the z-transform of the following:

$\vdots$

a) $\boxed{|z| > |\alpha|}$, b) $\boxed{|z| > |\alpha|}$, c) $\boxed{|z| < 1/|\alpha|}$, d) $\boxed{|z| > |\alpha|}$, e) $\boxed{|z| > |\alpha^2|}$.

Oppgave 4 — Oppgave 4.18 fra læreboka: Egenskaper, z-transf. Vekt:1

a) $\boxed{f[n] = (-2)^n u[n]}$, b) $\boxed{g[n] = 2^{-n} u[-n]}$, c) $\boxed{h[n] = -n(-2)^n u[n]}$.

Oppgave 5 — Oppgave 4.24 fra læreboka: Realiseringer Vekt:1

a) $\boxed{y[n]-2y[n-1]=4x[n]+3x[n-1], H(z)=\frac{4z+3}{z-2}}$, b) $\boxed{y[n]+2y[n-2]=4x[n]+3x[n-1], H(z)=\frac{4z^2+3z}{z^2+2}}$

Oppgave 6 (tidl. eks. oppg.) Vekt:2

a)

z-transformen er kjent for å ha følgende egenskap ("tids skift"):
Hvis

$$x(n) \xleftrightarrow{z} X(z)$$

så er

$$x(n-k) \xleftrightarrow{z} z^{-k}X(z).$$

Vis denne egenskapen.

b)

Bestem z-transformen til signalet

$$x_1(n) = \alpha^n u(n) = \begin{cases} \alpha^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$

Er $x_1(n)$ et effekt-signal (power-signal) eller et energi-signal? Begrunn svaret!

$\boxed{\text{See Chapter 2 in Ambardar.}}$

c)

Bestem z-transformen til signalet

$$x_2(n) = u(n) - u(n-N).$$

Er $x_2(n)$ et effekt-signal (power-signal) eller et energi-signal? Begrunn svaret!

$\boxed{\text{See Chapter 2 in Ambardar.}}$

Oppgave 7 (tidl. eks. oppg.) Vekt:2

Gitt et IIR filter definer ved differenslikningen

$$y[n] = -\frac{1}{2}y[n-1] + x[n].$$

a) Bestem systemfunksjonen $H(z)$ og dens poler og nullpunkter. $\boxed{H(z)=\frac{z}{z+1/2}}$

b) Bestem utgangssignalet $y[n]$ når input til systemet er

$$x[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2].$$

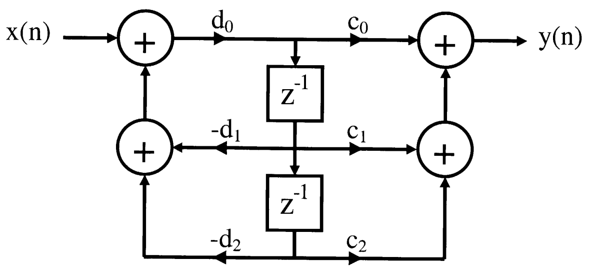
Anta at $y[n]$ er lik null for $n < 0$. $\boxed{h[n]=\left(-\frac{1}{2}\right)^n(\delta[n]-\delta[n-1]+3u[n-2])}$

Oppgave 8 (tidl. eks. oppg.) **Vekt:1**

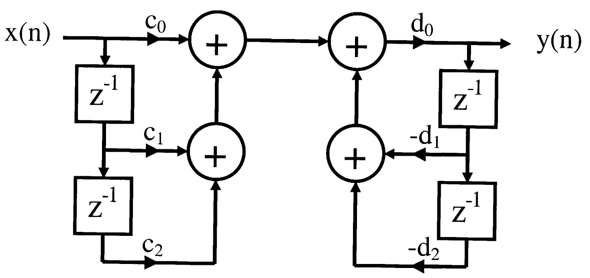
To systemfunksjoner, $G(z)$ og $H(z)$, er gitt som følger:

$$
\begin{aligned}
G(z) &= \frac{c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}{1/d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}} \\
\text{og} \quad H(z) &= \frac{1/d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}{c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}.
\end{aligned}
$$

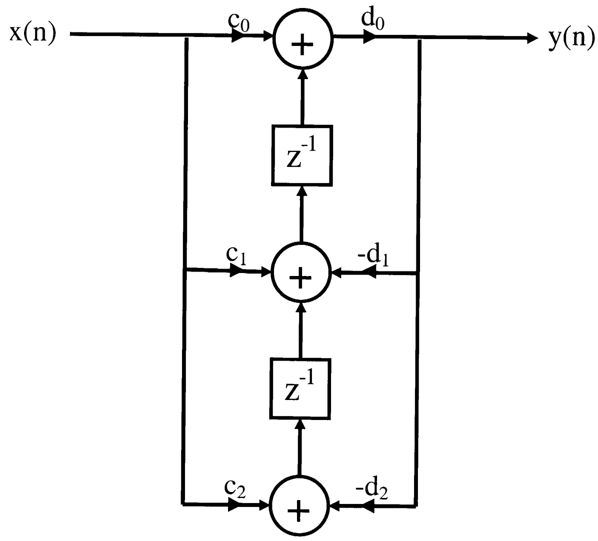
Struktur 1:



Struktur 2:



Struktur 3:



Figuren over viser 3 forskjellige filterstrukturer. For filterstruktur 1-3, avgjør om strukturen implementerer filteret beskrevet av systemfunksjon $G(z)$, $H(z)$ eller eventuelt et annet filter.