

Mot 7:

Modellering av systemstøy

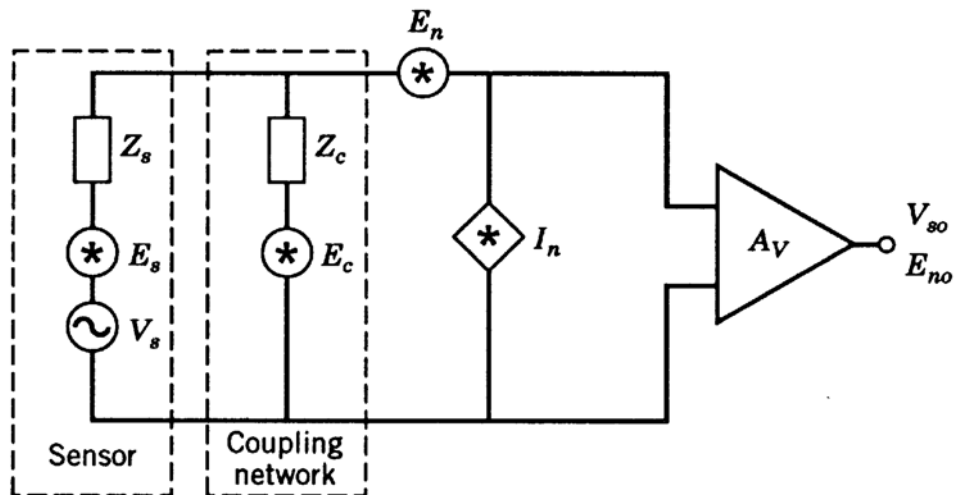
Modellering av støy må innbefatte:

- Sensorer
- Koblingstrinn og nettverk
- Forsterkere

Metode som før:

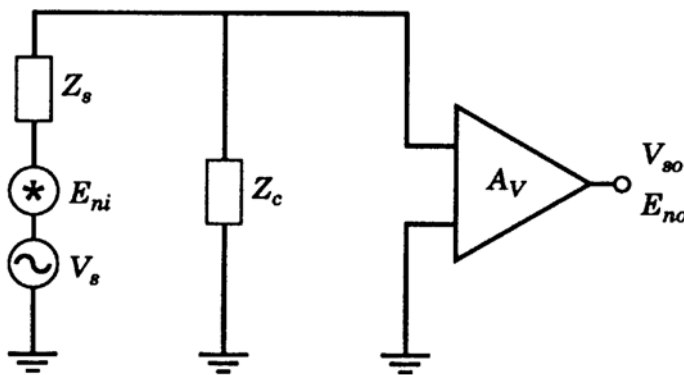
1. Bestem total støy på utgang: E_{no}
2. Bestem systemets forsterkning: K_t
3. Divider E_{no} med K_t : $E_{ni}^2 = E_{no}^2 / K_t^2$

En generell støymodell



(a)

Ekvivalent støyspenning på inngang:



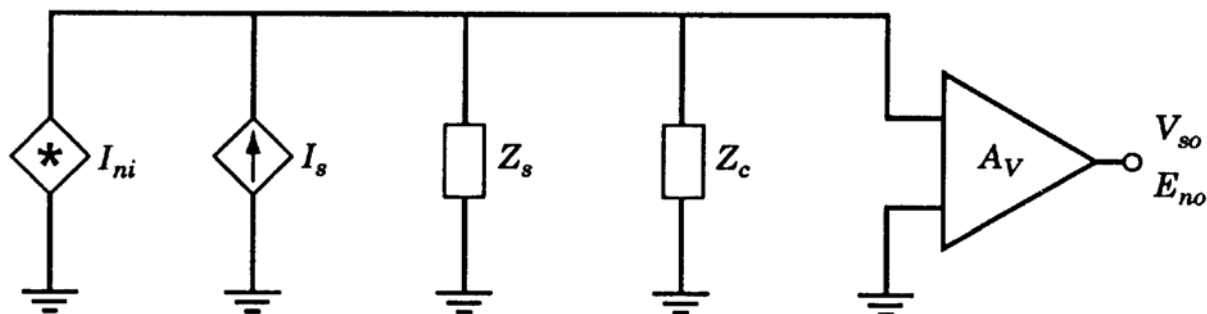
(b)

Generelt uttrykk:

$$E_{ni}^2 = A^2 E_S^2 + B^2 E_n^2 + C^2 I_n^2 Z_S^2 + D^2 E_C^2$$

A , B , C og D er funksjoner av motstander, kondensatorer, spoler etc og ikke funksjon av strømmer og spenninger.

Ekvivalent støystrom på inngang:



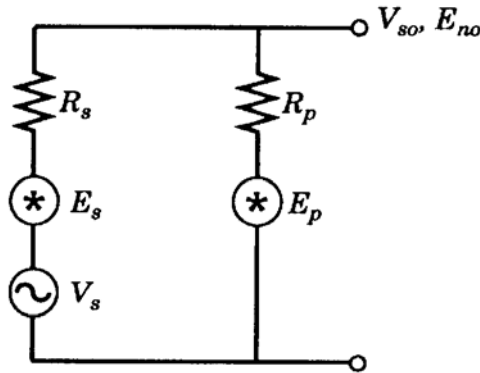
(c)

Figure 7-1 System noise model.

$$I_{ni}^2 = J^2 I_{ns}^2 + \frac{K^2 E_n^2}{Z_S^2} + L^2 I_n^2 + \frac{M^2 E_C^2}{Z_C^2}$$

Det er likegyldig om en beregner ekvivalent inngangsstøy som spenning eller strøm.

Effekt av parallell lastmotstand



Inngang (d.v.s. uten R_p):

$$\frac{S}{N} = \frac{V_{so}^2}{E_{no}^2} = \frac{V_s^2}{E_s^2}$$

Utgang (d.v.s med R_p):

$$V_{so} = \frac{R_p}{R_s + R_p} V_s$$

$$E_{no}^2 = \left(\frac{R_p}{R_s + R_p} E_s \right)^2 + \left(\frac{R_s}{R_p + R_s} E_p \right)^2$$

$$\frac{S_{ut}}{N_{ut}} = \frac{V_{so}^2}{E_{no}^2} = \frac{\left(\frac{R_p}{R_s + R_p} \right)^2 V_s^2}{\left(\frac{R_p}{R_s + R_p} \right)^2 E_s^2 + \left(\frac{R_s}{R_p + R_s} \right)^2 E_p^2} = \frac{V_s^2}{E_s^2 + \left(\frac{R_s}{R_p} \right)^2 E_p^2}$$

$$\frac{S_{ut}}{N_{ut}} = \frac{V_{so}^2}{E_{no}^2} = \frac{\left(\frac{R_p}{R_s + R_p}\right)^2 V_s^2}{\left(\frac{R_p}{R_s + R_p}\right)^2 E_s^2 + \left(\frac{R_s}{R_p + R_s}\right)^2 E_p^2} = \frac{V_s^2}{E_s^2 + \left(\frac{R_s}{R_p}\right)^2 E_p^2}$$

Når $R_s = R_p$ så er $E_s = E_p$ og vi får at $(S/N)_{ut} = 1/2(V_s^2/E_s^2) = 1/2(S/N)_{inn}$. R_p reduserer V_s og E_s likt men bidrar i tillegg med egen støy. Når $R_s \gg R_p$ så synker $(S/N)_{ut}$ mot null mens når $R_s \ll R_p$ så stiger $(S/N)_{ut}$ mot $(S/N)_{inn}$ som er det beste som kan oppnås.

Beregning med forsterkerstøy

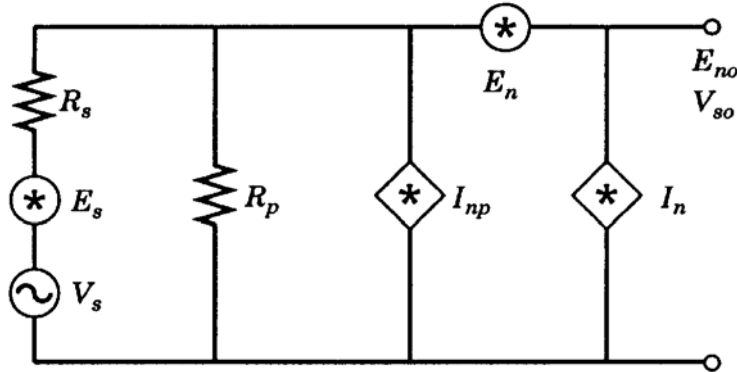


Figure 7-3 Amplifier and sensor models with shunt resistance.

1) Støy på utgang

$$E_{no}^2 = E_S^2 \left(\frac{R_p}{R_S + R_p} \right)^2 + E_n^2 + I_n^2 (R_p \parallel R_S)^2 + I_{np}^2 (R_p \parallel R_S)^2$$

2) Systemforsterkning

$$K_t = \frac{R_p}{R_S + R_p}$$

3) Ekvivalent inngangsstøy

$$E_{ni}^2 = \frac{E_{no}^2}{K_t^2} = E_S^2 + \left(\frac{R_S + R_p}{R_p} \right)^2 E_n^2 + (I_n^2 + I_{np}^2) R_S^2$$

Vi sammenligner med vår kjente ligning:

$$E_{ni}^2 = \frac{E_{no}^2}{K_t^2} = E_s^2 + E_n^2 + I_n^2 R_S^2$$

- ⇒ Ledd foran E_n : Hvis $R_p \ll R_s$ så bidrar E_n mye. Hvis $R_s = R_p$ blir bidraget fra E_n lik $4E_n^2$. Hvis $R_p \gg R_s$ bidrar E_n med bare E_n^2
- ⇒ $I_{np}^2 R_s^2$ er et nytt ledd. Dette er den termiske støyen i R_p .

Tiltak:

1)

R_p må gjøres størst mulig. Hvis det trengs en viss spenning over R_s eller en viss strøm gjennom R_s så øker vi biasspenningen.

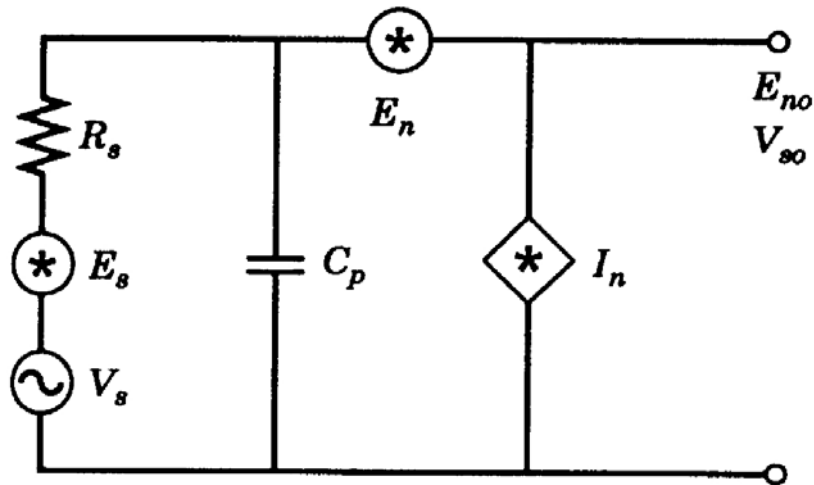
Eksempel: $R_s=1\text{k}\Omega$, $R_p=4\text{k}\Omega$ og $V_B=5\text{V}$. Endrer vi til $R_p=49\text{k}\Omega$ og $V_B=50\text{V}$ så har vi samme spenning mellom motstandene og samme strøm men mindre støy.

2)

Alternativt kan en kanskje bruke en spole i steden for R_p ??

$$E_{ni}^2 = E_n^2 \left[\frac{R_s}{j\omega L} + 1 \right]^2 + I_n^2 R_s^2 + E_s^2$$

Effekt av shunt kapasitans



Bytter ut motstanden med R_p med en kondensator C_p .

1)

$$E_{no}^2 = E_s^2 \left(\frac{\frac{1}{j\omega C_p}}{R_s + \frac{1}{j\omega C_p}} \right)^2 + E_n^2 + I_n^2 \left(\frac{R_s \frac{1}{j\omega C_p}}{R_s + \frac{1}{j\omega C_p}} \right)^2 =$$

$$E_s^2 \left(\frac{1}{R_s^2 C_p^2 \omega^2 + 1} \right) + E_n^2 + I_n^2 \left(\frac{R_s^2}{R_s^2 C_p^2 \omega^2 + 1} \right)$$

2)

$$K_t^2 = \left(\frac{\frac{1}{j\omega C_p}}{R_s + \frac{1}{j\omega C_p}} \right)^2 = \frac{1}{R_s^2 C_p^2 \omega^2 + 1}$$

3)

$$E_{ni}^2 = \frac{E_{no}^2}{K_t^2} = E_s^2 + E_n^2 (R_s^2 C_p^2 \omega^2 + 1) + I_n^2 R_s^2$$

Vi sammenligner med vårt kjente uttrykk:

$$E_{ni}^2 = \frac{E_{no}^2}{K_t^2} = E_s^2 + E_n^2 + I_n^2 R_s^2$$

$\Rightarrow E_n^2$ inngår ikke med E_n^2 men med $E_n^2 (R_s^2 C_p^2 \omega^2 + 1)$. *Obs !* $R_s^2 C_p^2 \omega^2$ vil ofte være vesentlig mindre enn 1.

Altså: Bare E_n^2 bidraget øker.

NB ! C_p er ingen støykilde !!

C_p er ikke inngangskapasitansen til forsterkeren. Denne er inkludert i E_n , I_n og K_t .

Støy i en resonanskrets

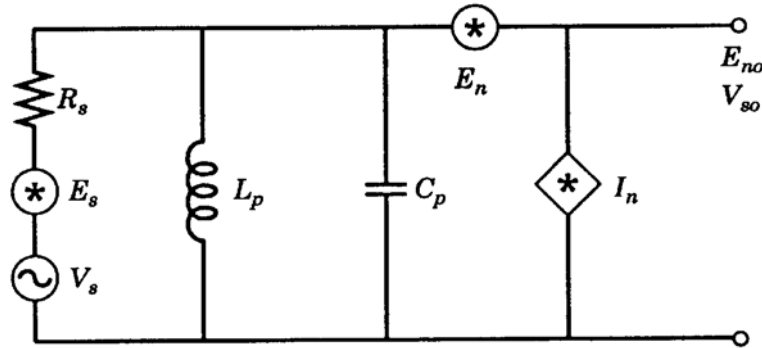


Figure 7-5 Resonant sensor equivalent circuit.

1)

$$E_{no}^2 = E_S^2 \left(\frac{X_{L_p} \parallel X_{C_p}}{R_S + X_{L_p} \parallel X_{C_p}} \right)^2 + E_n^2 + I_n^2 (R_S \parallel X_{L_p} \parallel X_{C_p})^2$$

Delutregninger:

$$\frac{X_{L_p} \parallel X_{C_p}}{R_S + X_{L_p} \parallel X_{C_p}} = \frac{1}{R_S \left(j\omega C_p + \frac{1}{j\omega L_p} \right) + 1} = \frac{1}{R_S \left(\frac{1 - \omega^2 C_p L_p}{j\omega L_p} \right) + 1} = \frac{j\omega L_p}{j\omega L_p + R_S - \omega^2 L_p C_p R_S}$$

$$R_S \parallel X_{L_p} \parallel X_{C_p} = \frac{1}{\frac{1}{R_S} + \frac{1}{j\omega L_p} + j\omega C_p} = \frac{j\omega R_S L_p}{j\omega L_p + R_S - \omega^2 R_S C_p L_p}$$

$$E_{no}^2 = E_S^2 \left(\frac{1}{R_S \left(j\omega C_p + \frac{1}{j\omega L_p} \right) + 1} \right)^2 + E_n^2 + I_n^2 \left(\frac{1}{\frac{1}{R_S} + \frac{1}{j\omega L_p} + j\omega C_p} \right)^2$$

2)

$$K_t^2 = \left(\frac{X_{L_p} \parallel X_{C_p}}{R_S + X_{L_p} \parallel X_{C_p}} \right)^2 = \left(\frac{1}{R_S \left(jC_p \omega + \frac{1}{jL_p \omega} \right) + 1} \right)^2$$

3)

$$E_{ni}^2 = \frac{E_{no}^2}{K_t^2} = E_S^2 + E_n^2 \left| 1 + \frac{R_S (1 - \omega^2 C_p L_p)}{j\omega L_p} \right|^2 + I_n^2 \left(\frac{R_S \left(j\omega C_p + \frac{1}{j\omega L_p} \right) + 1}{\frac{1}{R_S} + \frac{1}{j\omega L_p} + j\omega C_p} \right)^2 =$$

$$E_S^2 + E_n^2 \left| 1 + \frac{R_S (1 - \omega^2 C_p L_p)}{j\omega L_p} \right|^2 + I_n^2 R_S^2$$

⇒ I_n -koeffesienten er uavhengig av frekvensen

⇒ E_n -koeffesienten vil ha faktor større enn 1

unntatt ved resonans. Ved resonans

($\omega^2 C_p L_p = 1$) blir reaktanselementet 0 og

koeffisient lik 1. Vi vil da ende opp med vårt kjente uttrykk (uten C_p og L_p).

⇒ L_p og C_p bidrar ikke selv men påvirker andre.

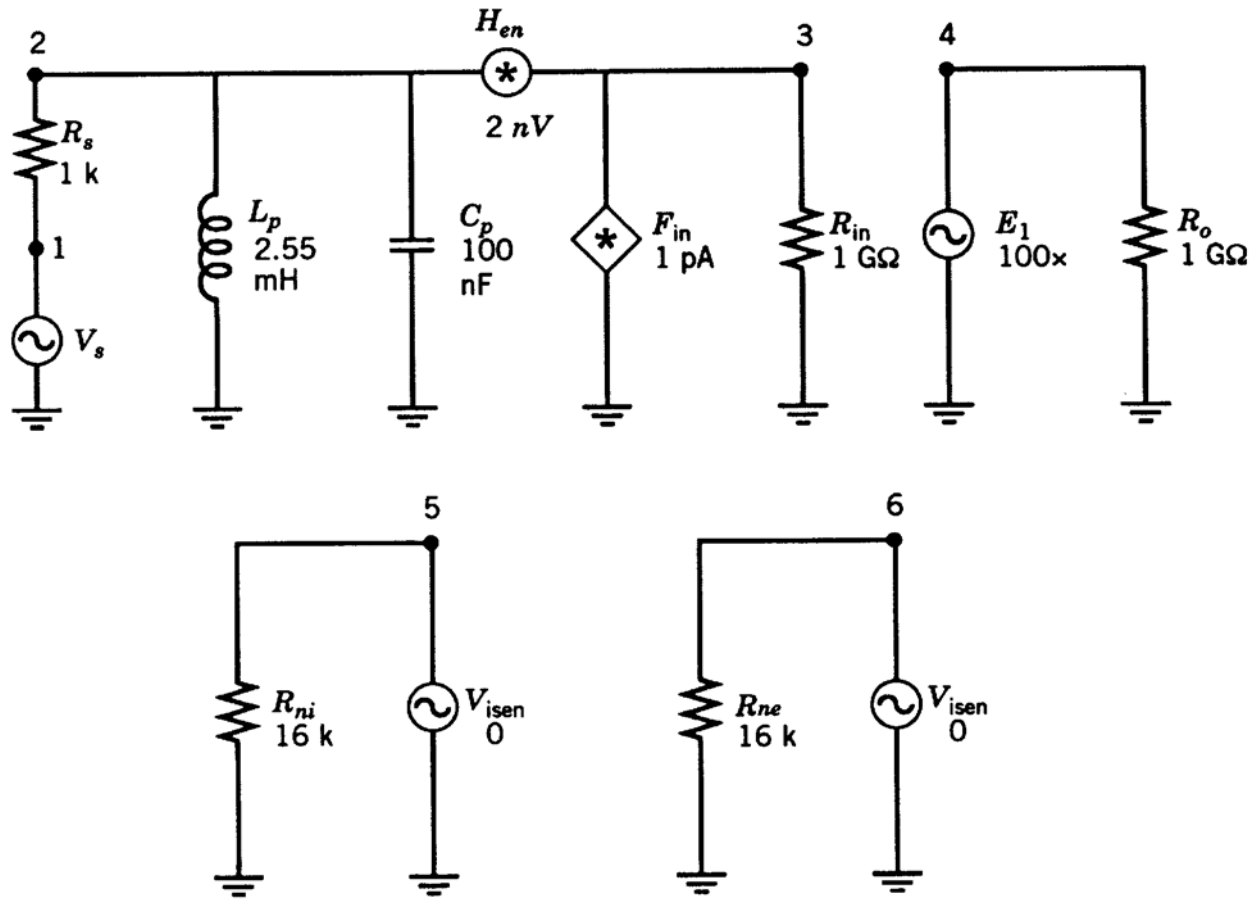


Figure 7-6 PSpice circuit for *RLC* example.

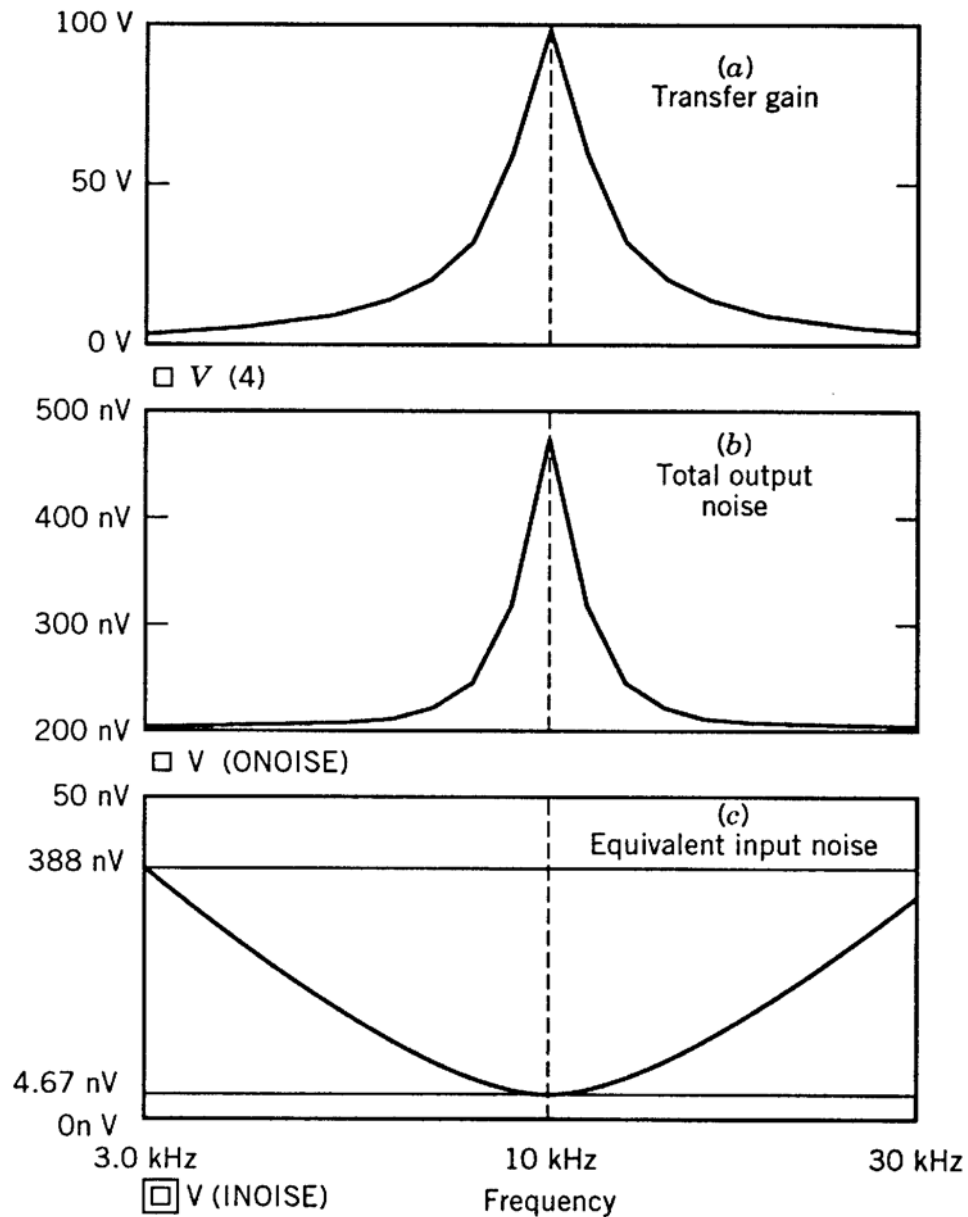


Figure 7-7 Plot of noise for *RLC* model.

Forsterkningen (øverst) er størst ved resonansfrekvensen. Det er også støyen på utgangen (i midten). Men ekvivalent støy på inngangen (nederst) er lavest ved resonans. Dette innebærer at signalet forsterkes mer enn støyen ved resonans.

Motstand i parallell:

$$E_{ni}^2 = E_S^2 + \left(\frac{R_S}{R_P} + 1 \right)^2 E_n^2 + (I_n^2 + I_{np}^2) R_S^2$$

Kondensator i parallell:

$$E_{ni}^2 = E_S^2 + (R_S^2 C_p^2 \omega^2 + 1) E_n^2 + I_n^2 R_S^2$$

Spole i parallell:

$$E_{ni}^2 = E_S^2 + \left(\frac{R_S^2}{\omega^2 L^2} + 1 \right) E_n^2 + I_n^2 R_S^2$$

X_s i serie og X_p i parallell:

$$E_{ni}^2 = E_S^2 + \left(\frac{R_S + X_s}{X_p} + 1 \right)^2 E_n^2 + (R_S + X_s)^2 I_n^2$$

X_s og X_p er kombinasjoner av kapasitanser og spoler i serie og/eller parallell.

X_{LC} er en spole og en kondensator i parallell:

$$X_{LC} = \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$