INF 5460
Elektrisk støy - beregning og mottiltak

Forelesningsett nr 5

Komponentstøy intro (Mot1)

Definisjon av støy:

- **Uønsket:**

  I de fleste definisjoner av støy fokuseres det på at støy er uønsket, slik det gjøres i Motchenbacher: "*Any unwanted disturbance that obscures or interfaces with a desired signal*". Dette er i og for seg korrekt med det lille unntak at i randomnummergeneratorer utnytter man støyen og den er dermed ønsket.

- **Uforutsigbar:**

  En annen viktig egenskap som man bør ta med når man definerer støy er at den er uforutsigbar. På forhånd kan man ikke si hvilken styrke det uønskede signalet vil ha på et tidspunkt i fremtiden. Unntaket er de lavfrekvente komponentene som er tilstede også umiddelbart på forhånd. Men selv om man ikke kan forutsi eksakt de uønskede komponentene kan man beskrive den statistiske sannsynligheten og fordeling med hensyn på amplitude og frekvens.

Definisjon av støy:

Før Motchenbacher diskuterer komponentstøy er koblingsstøy kort omtalt som ekstern støy:

<u>External sources:</u>

- Electrostatic (kapasitiv kobling)
- Electromagnetic (induktiv kobling)
- AC-power/DC-power
- signalledninger
- radio sendere
- elektriske stormer
- galactic radiation
- mekaniske vibrasjoner

Kan “elimineres” med adekvat

- skjerming
- filtrering
- endre layout
  - avstand
  - parallellisere
  - gjøre seriell
- endre eksterne komponenter f.eks. eget power-supply for forforsterkere

Definisjon av støy:

Internal sources:

"Noise" i denne boken.

"True noise"/"Fundamental noise"

- basic random-noise generators
- spontaneous fluctuations from the physics of the devices and materials that make up the electrical system.

Eksempel:

- Termisk støy i motstander (og parasittiske motstander i transistorer, ledere, spoler, kondensatorer etc.)
- Vanskeligere å eliminere (umulig) men kan reduseres. Også viktig å kunne estimere størrelsen
- Oppløsningen til sensoren er ofte bestem av støy

Eksempel: "Snø" på TV-skjerm

- Hovedårsak: Termisk støy i inngangstrinn.
- Ikke nødvendigvis der det er mest støy men der det har størst virkning. Men støyen kan også komme fra andre steder.

Støyegenskaper

Mens støy som stammer fra en 50Hz strømforsyning kan være meget forutsigbar er termisk støy helt uforutsigbar når det gjelder amplitude og fase. Den termiske støyens RMS (root-mean-square) verdi kan måles men man kan aldri forutsi den nøyaktige amplituden for noe tidspunkt.

Gaussisk støy

Termisk støy og noe annen støy har en Gaussisk fordeling. Figuren viser den Gaussiske fordelingen og hvordan den kan arte seg på et oscilloskop.

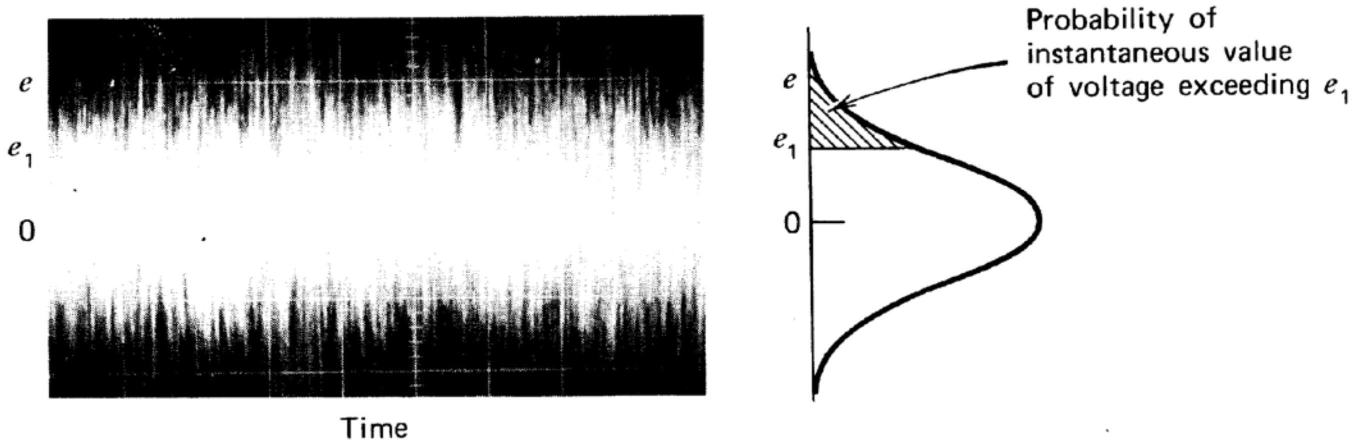


Figure 1-1 Noise waveform and Gaussian distribution of amplitudes.

Gaussfordelingen

Den Gaussiske fordelingen angir sannsynligheten for at støyen har en viss verdi på et gitt tidspunkt. Gaussfordelingen beskrives med følgende uttrykk:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]}$$

Her er μ gjennomsnittverdien målt over noe tid. Av alle verdier er dette den mest sannsynlige verdien.

Funksjonen *f(x)* kalles sannsynlighets tetthets funksjonen eller på engelsk *probability density function* forkortet *pdf*.

For vanlige betraktninger så sier en at støyen ligger innenfor +/- 3σ av μ.

	Innenfor	Utenfor
[-σ,σ]	68%	32%
[-2σ,2σ]	95%	5%
[-3σ,3σ]	99.7%	0.3%
[-4σ,4σ]	99.994%	0.006%

Støy: μ=0

- For støy skal μ være lik 0. Finner en et gjennomsnittsbidrag ulikt null over tid så er dette noe en kan identifisere og kompensere for i hardware eller software. Dette gjennomsnittselementet er dermed ikke uforutsigbart og ikke en del av støybegrepet.

RMS (Root-Mean-Square)

RMS er et generelt begrep som ikke bare gjelder Gauss-fordelinger. For en Gauss-fordeling er RMS-verdien lik σ.

RMS er definert som:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt}$$

V(t): spenningen vi betrakter som en funksjon av tiden.

T: tiden vi integrerer over.

- Integralet vil vokse med T mot uendelig (så lenge V(t)=/= 0). Når vi deler med T finner vi det gjennomsnittelige stigningstallet til integralet som er lik kvadratet av Vrms.
- Hvis v(t) er en regelmessig funksjon så må vi integrere over et helt antall perioder for at svaret skal være helt nøyaktig. Hvis vi ikke integrerer et helt antall perioder vil den siste ufullendte perioden gi en feil. Men denne feilen vil være relativ til bidraget fra alle de hele periodene. Dette er nyttig hvis en ikke kjenner nøyaktig frekvensen(e) til signalet en integrerer over: En integrerer da over en tid som er mange ganger lenger enn den antatt lengste perioden. En eventuell delvis periode vil da bidra med en liten del.

RMS: Effektiv “oppvarmingseffekt”

RMS-verdien kan oppfattes som et uttrykk for den effektive oppvarmingseffekten til et signal. RMS-verdien til et vilkårlig signal er den DC-verdien som vil gi like rask oppvarming gjennom et varmeelement i vann som signalet selv.

Eksempel: Sterkstrømsnettet

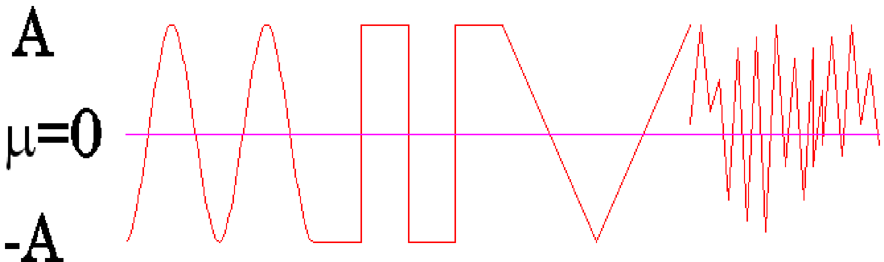
Sterkstrømsnettet vårt består av sinussignaler med frekvens 50Hz. Gjennomsnittsverdien er 0V, peakverdien ca 310V og RMS-verdien 220V. Når vi skal finne maksimumseffekten i en 10A-kurs så multipliserer vi 10A med RMS verdien og får 2200W. *Vrms* er altså den effektive “oppvarmingsspenningen” og ikke f.eks. peak-spenningen

Voltmetre som ikke måler riktig RMS

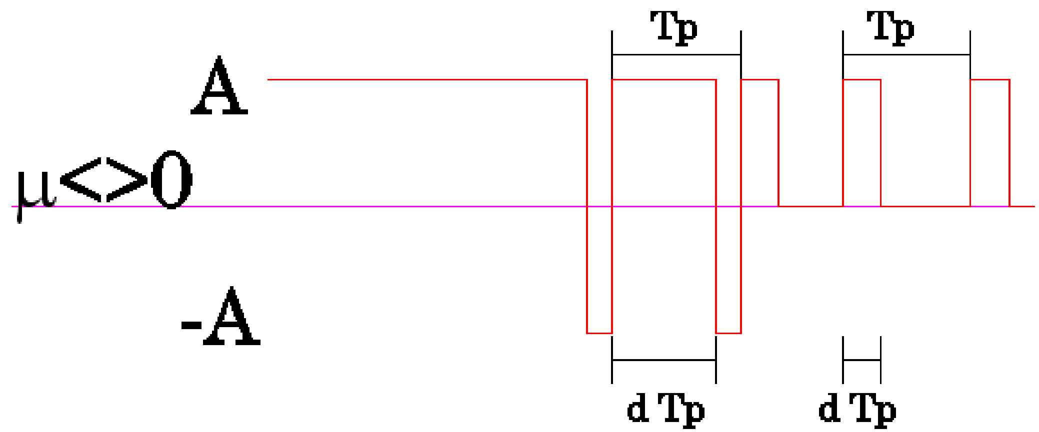
Et apropos:

En del voltmetre finner RMS verdien ved å dele peakverdien på $\sqrt{2}$. Dette er bare riktig når det kurven er en sinus. Andre voltmetre beregner RMS ved å finne gjennomsnittsverdien (av absoluttverdien) og så multiplisere med 1.11. Dette gir riktig verdi for sinus men ikke for random støy (eller for firkantpulser, trekantpulser etc.) I ekte rms-voltmetere beregnes RMS-verdien etter uttrykket foran.

Eksempler



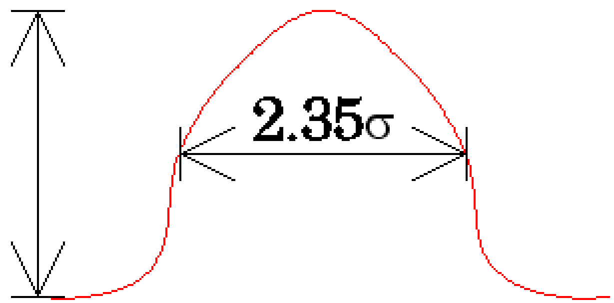
(μ=0)	Sinus	Firkant (50% duty)	Trekant	Gauss
Vpeak	A	+/-A	+/-A	∞
Vrms	A/√2	A	A/√3	σ



(μ<>0)	DC*	Firkant	Høy *d* andel av tiden
Vpeak	A	+/-A	A, (0)
Vrms	A	A	A√d
μ	A	A(2d-1)	Ad

FWHM

I noen fysikermiljøer finner en begrepet Full-Width-Half-Maximum.



Det betyr bredden av den delen av signalet som har en sannsynlighet som er mer enn halvparten av maksimums sannsynligheten. Denne bredden er en konstant skalering av standard variasjonen og kan uttrykkes:

$$fwhm = \sigma\sqrt{8\ln 2} \approx 2{,}35\sigma$$

Termisk støy

Skyldes “brownske” bevegelser av ladninger i en leder.

Først observert av J. B. Johnson i 1927 teoretisk analysert av H. Nyquist i 1928. Kalles også “Johnson noise” og “Nyquist noise”.

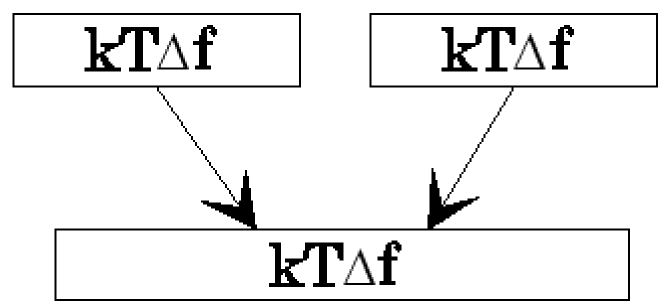
Over tid vil gjennomsnittsstrømmen være null men i korte øyeblikk kan ladningene ha plassert seg slik at det oppstår en spenning over terminalene til lederen.

Tilgjengelig støyeffekt i en leder kan utrykkes: $N_t = kT\Delta f$

k: Boltzmann konstant: 1.38E-23 Ws/K

T: Temperatur i Kelvin

Δf: Båndbredden til “målesystemet”



Eksempler på N_t:

- Romtemperatur (17°C eller 290K)
- 1Hz båndbredde

$\Rightarrow$ Nt=4E-21W = -204dB relativt til 1W

I RF kommunikasjon regner man relativt til 1mW og vi vil da ha

-174dBm som den nedre grense. Denne kalles gjerne støygulvet og er minimum støynivå en kan oppnå i et system som opererer ved romtemperatur.

(1Hz=1Hz)

Ofte er det enklere å bergene og måle støyspenning enn støyeffekt.

Den tilgjengelige støyeffekten er den effekten en resistiv kilde kan forsyne en støyfri resistiv last med som har samme resistans som kilden.

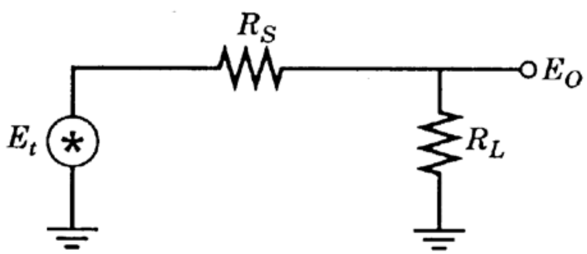


Figure 1-2 Circuit for determination of noise voltage.

Metode:

Ofte vil lastmotstanden ikke være lik kildemotstanden. Metoden som brukes er at vi først antar at disse er like, beregner oss bakover til en teoretisk spenning over kildemotstanden for så å bruke denne spenningen med den virkelige lastmotstanden.

$$N_t = \frac{E_0^2}{R_L} = \frac{E_t^2}{4R_L} = \frac{E_t^2}{4R_S} = kT\Delta f$$

$$N_t = \frac{E_0^2}{R_L} = \frac{E_t^2}{4R_L} = \frac{E_t^2}{4R_S} = kT\Delta f$$

Lager et uttrykk hvor den avsatte effekten i den teoretiske lasten utrykkes kun ved verdier i tilknytning til kilden:

$$E_t = \sqrt{4kTR\Delta f}$$

$$4kT = 1.61 \times 10^{-20} \_(at\_290K)$$

Eksempel:

- $1k\Omega$, 1Hz og 290K (17°C)

$\Rightarrow$ 4nV

($5k\Omega$? => Multipliser med $\sqrt{5}$)

Støybåndbredde

Signalbåndbredde =/= Støybåndbredde

Signalbåndbredde: Frekvensområdet med en dempning på mindre enn -3dB av sentersignal eller maksimum signal.

Støybåndbredden: Bestemmes ut fra en arealikhet. En tar utgangspunkt i et areal likt integralet av støyen integrert over alle frekvenser. Støybåndbredden settes slik at produktet av støybåndbredden og maksimum støy signal er likt arealet over. Dette kan uttrykkes med formelen:

$$\Delta f = \frac{1}{G_0} \int_0^{\infty} G(f) df$$

Her er:

G(f): støyeffekten som funksjon av frekvensen.

G_O: maksimum støyeffekt

Δf: støybåndbredden

Men siden en oftere måler spenning enn effekt så kan det være nyttig å utrykke støybåndbredden som funksjon av støyspenning:

$$\Delta f = \frac{1}{A_{vo}^2} \int_0^{\infty} \left|A_v(f)\right|^2 df$$

Eksempler på “båndbredder”

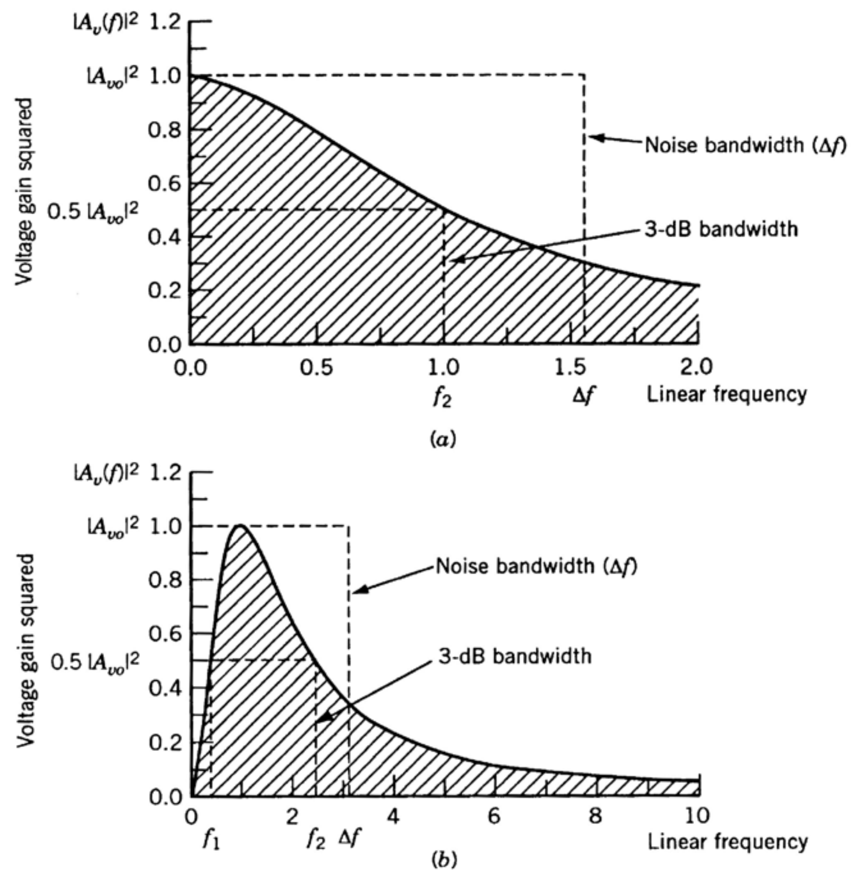


Figure 1-3 Definition of noise bandwidth.

a) Lavfrekvensforsterker

b) Båndpassfilter

NB ! Lineær skala på frekvensaksen.

Utregning lavpassfilter

Filterfunksjon 1. orden lavpassfilter: $A_v(f) = \dfrac{1}{1 + jf / f_2}$

f_2: -3dB frekvens

Normalisert: Forsterkning lik 1 ved DC.

Størrelse på forsterkning: $|A_v(f)| = \dfrac{1}{\sqrt{1 + (f / f_2)^2}}$

Tolker signalet som et støysignal: $\Delta f = \int_0^\infty \dfrac{df}{1 + (f / f_2)^2}$

Substituerer $f = f_2 \tan\theta$ og $df = f_2 \sec^2\theta d\theta$ og får $\Delta f = f_2 \int_0^{\pi/2} d\theta = \dfrac{\pi f_2}{2} = 1.571 f_2$

D.v.s. at tolket som støy er frekvensbredden 57.1% større enn frekvensbredden hvis det var et ordinært signal.

Utregning for 1. orden lavpassfiltere

Samlet forsterkning er nå:

$$A_v(f) = \left|\frac{1}{1+jf/f_2}\right|^2$$

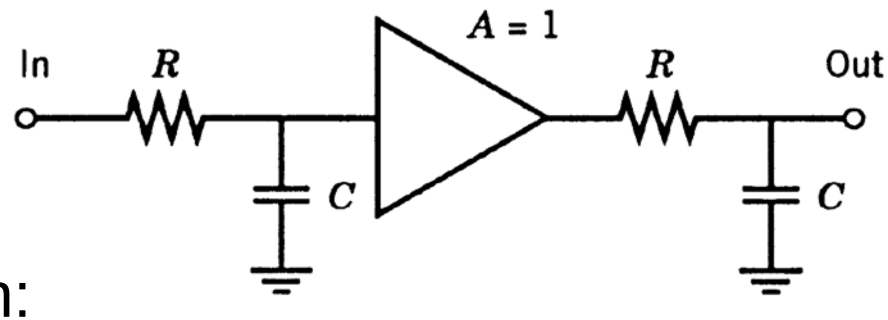


Figure 1-4 Cascaded low-pass filter.

Tolket som støy så er båndbredden:

$$\Delta f = \int_0^\infty \left|\frac{1}{1+(f/f_2)^2}\right|^2 df$$

med de samme substitusjoner så får vi

$$\Delta f = \int_0^{\pi/2} \frac{f_2 d\theta}{1+\tan^2\theta} = \frac{\pi f_2}{4} = 0.785 f_2$$

Men her er f_2 -3dB grensen til hver trinn og ikke til hele systemet.

Vi må finne -3dB grensen til systemet: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1+(f_a/f_2)^2}$ som

gir oss $f_a = 0.6436 f_2$

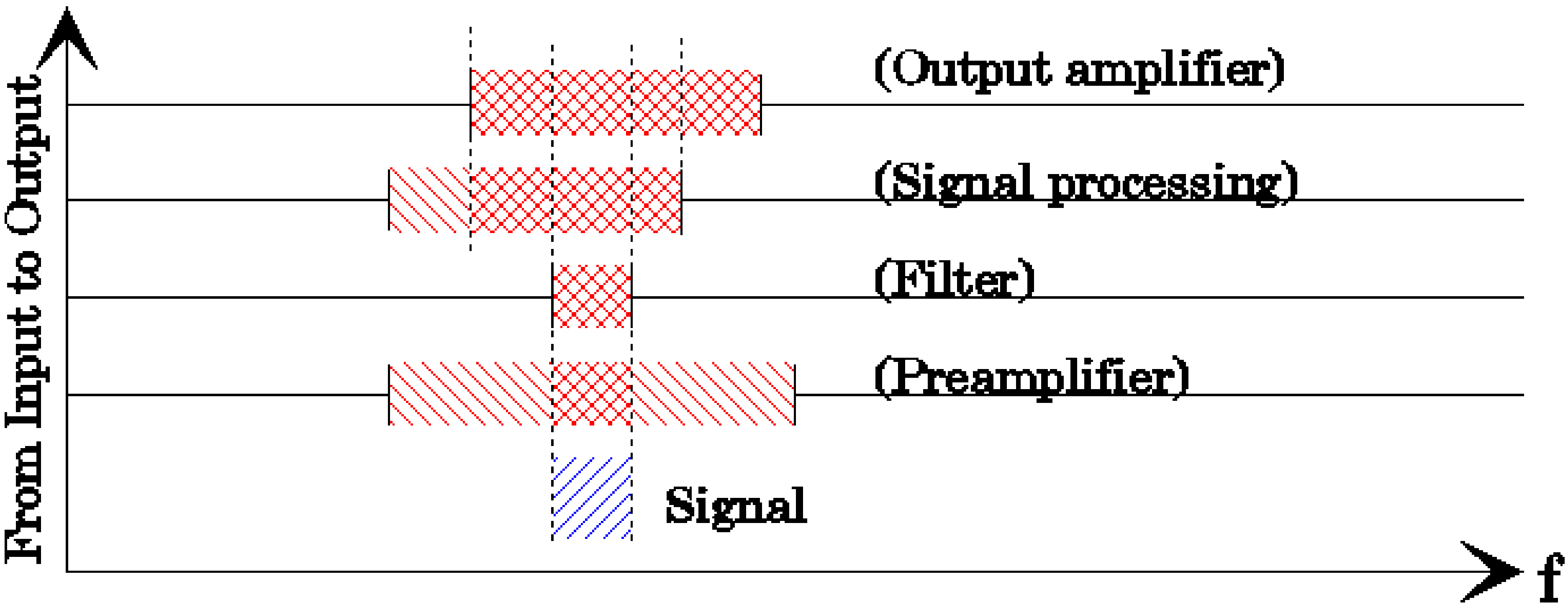
Vi får da: $\Delta f = \frac{\pi f_2}{4} = \frac{\pi f_a}{4\times 0.6436} = 1.222 f_a$

D.v.s. Δf (støy) er 1.22 f_a (signal).

Konklusjon:

Med skarpere flanker (høyere orden) så vil "støybåndbredden" gå mot "signalbåndbredden".

Illustrasjonseksempel på hvordan støy generert i de forskjellige trinnene forplantes videre mot utgang.

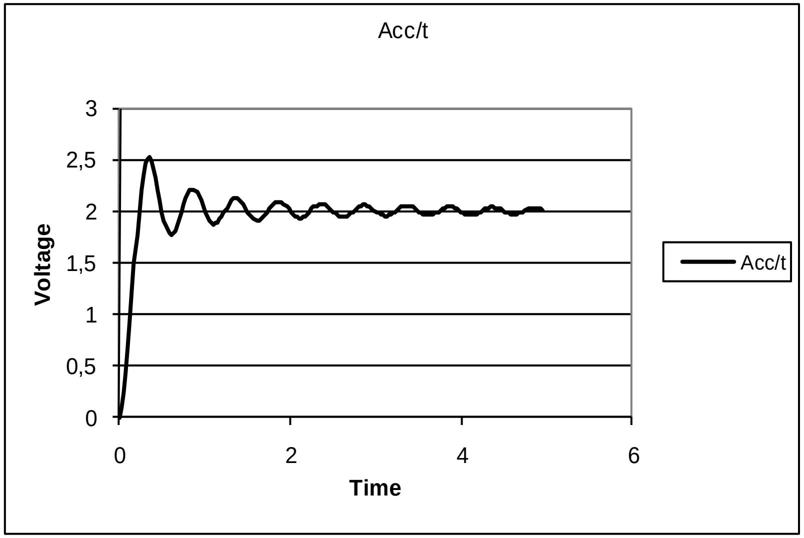


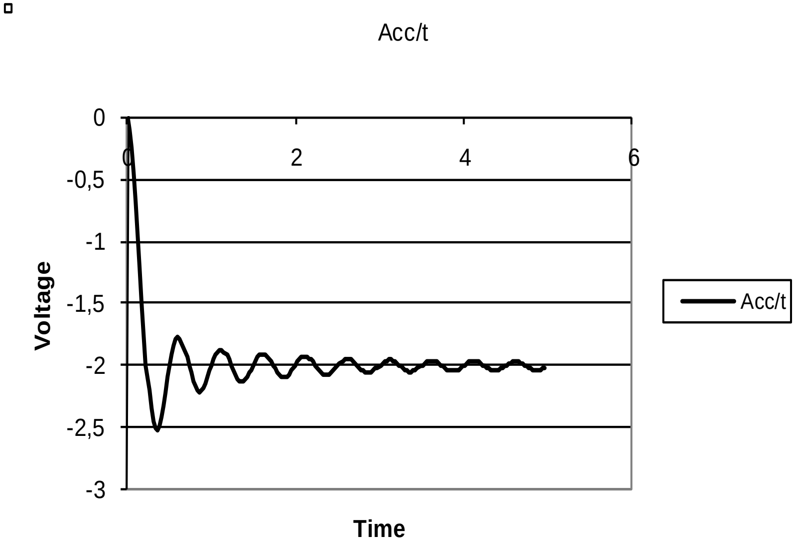
Korrelasjon

$$V_{Srms}^{2} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} V_S(t)^2\,dt$$

$$V_S(t) = V_A(t) + V_B(t)$$

$$V_{Srms}^{2} = V_{Arms}^{2} + V_{Brms}^{2} + \frac{2}{T}\int_{0}^{T} V_A(t)V_B(t)\,dt$$





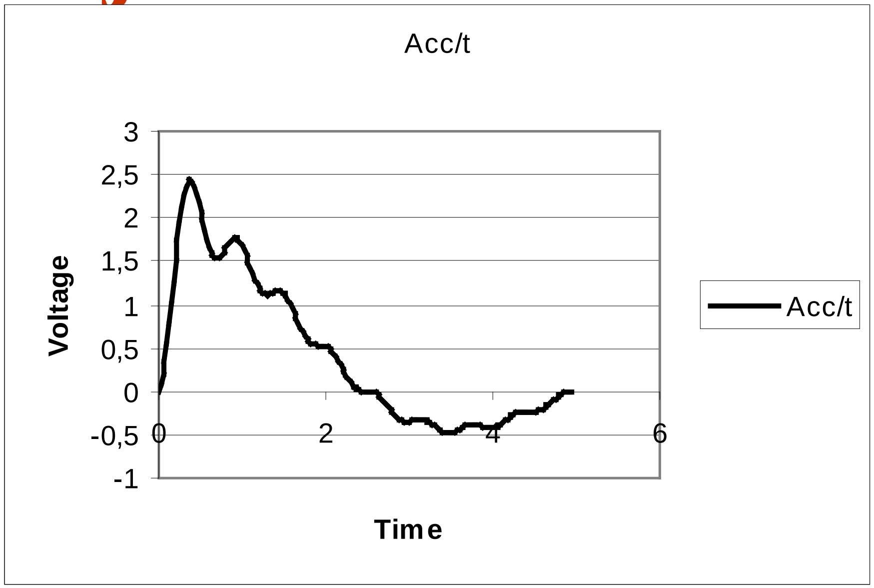
Beregninger for korrelasjonsleddet (siste ledd):

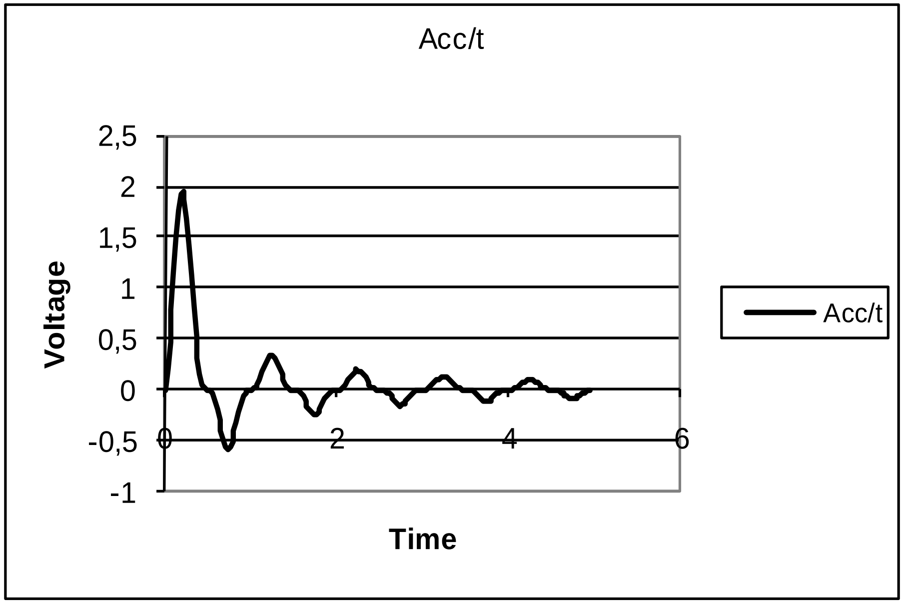
Øverst $f_A = f_B$ og i fase:

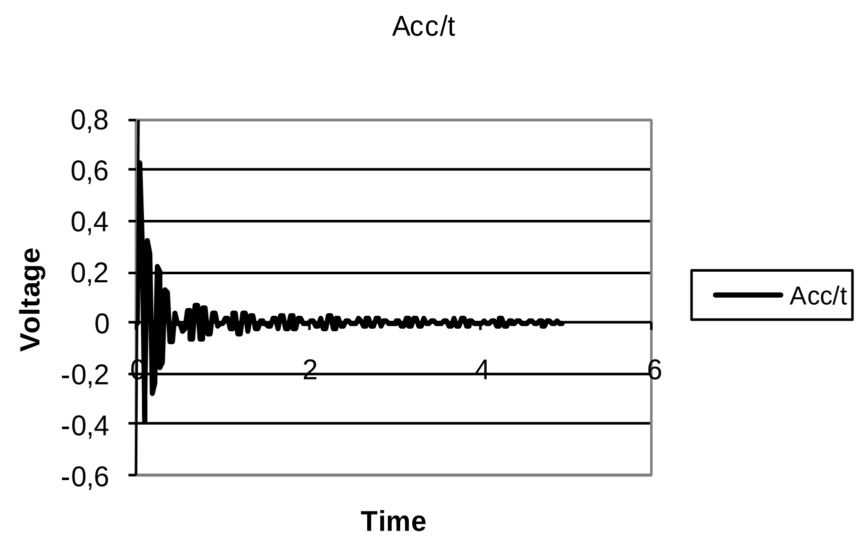
Nederst $f_A = f_B$ men i motfase:

Ikke korrelasjon

- Øverst høyre: $f_A=0.8f_B$
- Nederst venstre: $f_A=2f_B$
- Nederst høyre: $f_A=10f_B$







Eksempel på resultat med og uten korrelasjon

Vs(t)=Va(t)+Vb(t):

$$V_s(t)^2 = (V_a(t)+V_b(t))^2 = V_a(t)^2 + V_b(t)^2 + 2V_a(t)V_b(t)$$

Eksempel: Anta at

- *Va(t)* og *Vb(t)* har samme amplitude
- At *Va(t)* og *Vb(t)* har samme form (begge er sinus, begge er trekant etc.)

$V_s(t)_{rms}{}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T V_s(t)^2\,dt =$		$\frac{1}{T}\int_0^T V_a(t)^2\,dt$	$+\frac{1}{T}\int_0^T V_b(t)^2\,dt$	$+\frac{2}{T}\int_0^T V_a(t)V_b(t)\,dt$		
Ukorrelert: $\omega_a = / = \omega_b$		$V_a(t)_{rms}{}^2$	$+V_a(t)_{rms}{}^2$	$+0$	$=2V_a(t)_{rms}{}^2$	$\sqrt{2}$
Korrelert: $\omega_a = \omega_b$	$\theta_a = \theta_b$	$V_a(t)_{rms}{}^2$	$+V_a(t)_{rms}{}^2$	$+2V_a(t)_{rms}{}^2$	$=4V_a(t)_{rms}{}^2$	2
	$\theta_a = \theta_b + \pi$	$V_a(t)_{rms}{}^2$	$+V_a(t)_{rms}{}^2$	$-2V_a(t)_{rms}{}^2$	=0	0

Vi ser at to støykilder som er korrelert vil kunne gi mellom 0% og 141% av støyen til de samme kilder hvis de var ukorrelert.

Addisjon av ukorrelerte støyspenninger

Eksempel 1:

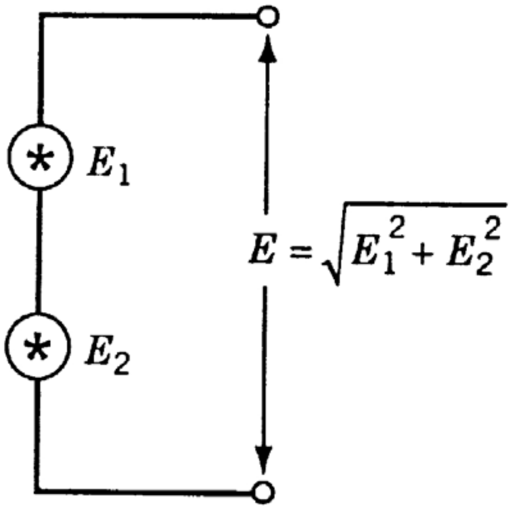


Figure 1-8 Addition of uncorrelated noise voltages.

Vi må her utføre en rms addisjon og ikke en vanlig lineær addisjon. Vi får da:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2$$

Som en tilnærming kan en ignorere støybidrag som er mindre enn 1/10 av andre støybidrag

Eksempel 2:

I b) er kildemotstanden i a) splittet to like store deler. Først regner vi vanlig lineært (og feil).

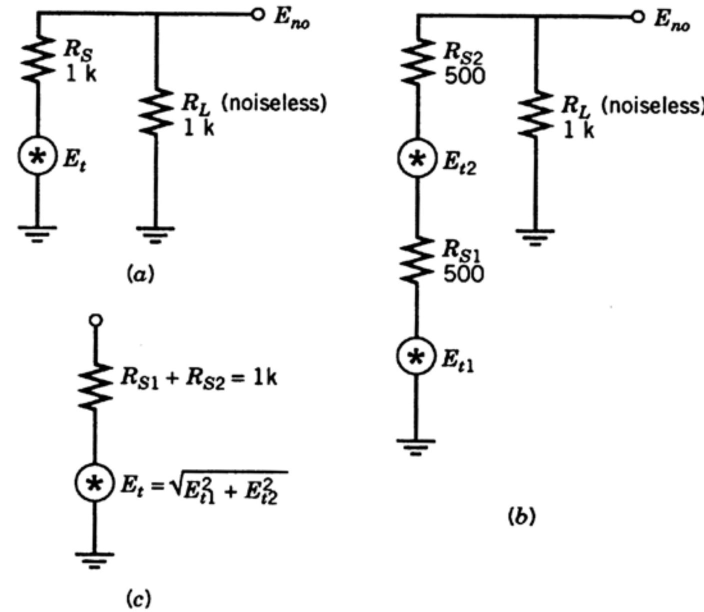


Figure 1-9 Circuits with noise voltages: (*a*) simple circuit, (*b*) equivalent circuit, and (*c*) correct resultant circuit.

a):

$$E_{no} = \frac{R_L}{R_S + R_L} E_t = 0.5\left(4nV/Hz^{1/2}\right) = 2nV/Hz^{1/2}$$

b):

$$E_{no} = \frac{R_L}{R_{S1} + R_{S2} + R_L} E_{t1} + \frac{R_L}{R_{S1} + R_{S2} + R_L} E_{t2} =$$

$$0.5\left(2.82nV/Hz^{1/2}\right) + 0.5\left(2.82nV/Hz^{1/2}\right) = 2.82nV/Hz^{1/2}$$

Vi ser at vi får en forskjell selv om svarene skulle vært like. Årsaken er vi adderer lineært mens vi skulle ha regnet med kvadratverdien av rms-verdiene

Vi utfører nå den samme utregningen på nytt men med kvadratet av støyspenningene:

$$E_{no}{}^2 = \left(\frac{R_L}{R_{S1}+R_{S2}+R_L}\right)^2 E_{t1}^2 + \left(\frac{R_L}{R_{S1}+R_{S2}+R_L}\right)^2 E_{t2}^2$$

$$= (0.5)^2 \left(2.82nV / Hz^{1/2}\right)^2 + (0.5)^2 (2.82nV / Hz^{1/2})^2$$

$$= (0.5)\left(2.82nV / Hz^{1/2}\right)^2 = 4 \times 10^{-18} V^2 / Hz$$

Så tar vi kvadratroten:

$$E_{no} = 2nV / Hz^{1/2}$$

som er det samme som vi fikk når vi regnet ut for a).

Når en har motstander i serie eller i parallell som f.eks. i b) så bør en regne ut totalmotstanden og regne ut støyen for denne.

Delevis korrelerte

Når noe av støyen i de to støyspenningene kommer fra samme kilde (årsak) mens noe kommer fra forskjellig kilder så er kildene delvis korrelerte. Vi kan i dette tilfelle bruke uttrykket:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2CE_1E_2$$

Her er *C* en korrelasjonskoeffisient som kan ha hvilken som helst verdi mellom *–1* og *+1*. Når *C* er lik *0* så er spenningene ukorrelerte og vi har sammenhengen slik som diskutert tidligere. Når *C* er lik *–1* så er spenningene korrelerte men i 180° motfase.

Ofte er korrelasjonen *0* og en kan anta dette. Hvis en antar ukorrelasjon så vil maksimum feil være at de to støyspenningene er like og helt korrelerte.

For like store signaler (samme rms verdi) så vil:

To korrelerte signaler => 2 rms verdien.

To fullstendig ukorrelerte signaler => 1,4 av rms verdien.

(d.v.s. feilen vil være 2/1,4=1,4 som gir at støyen er 40 % mer enn en antar).

Eksempel 3

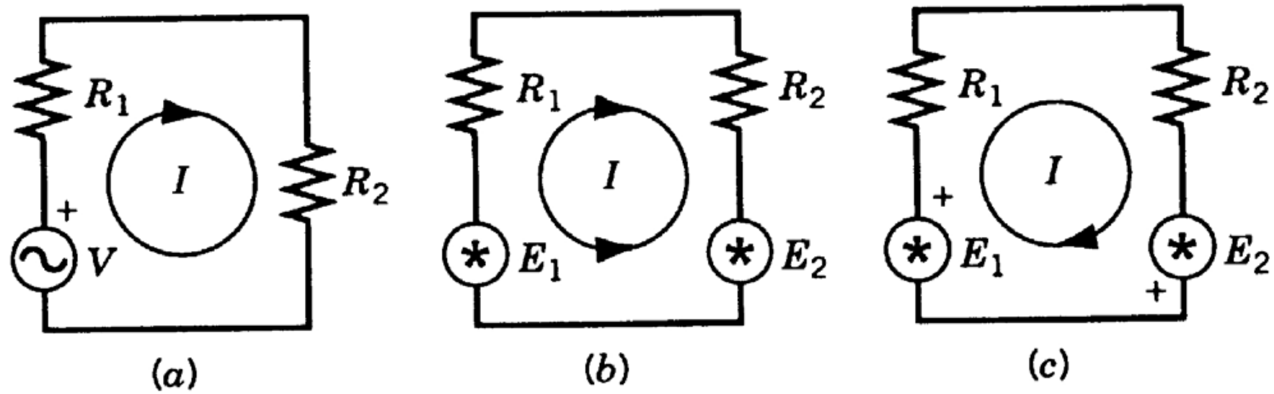


Figure 1-10 Circuits for analysis examples.

a)

Vi setter opp følgende uttrykk for a): $V = IR_1 + IR_2$

La oss kvadrere alle ledd slik at vi får: $V^2 = (IR_1)^2 + (IR_2)^2$

Men dette er ikke riktig! Hvorfor?

Jo fordi det er den samme strømmen *I* som går i kretsen. Dermed er alle ledd 100 % korrelerte.

Vi må altså ha med et korrelasjonsledd: $V^2 = (IR_1)^2 + (IR_2)^2 + 2CIR_1IR_2$

I dette tilfelle vil *C=1* og vi kan skrive uttrykket: $V^2 = I^2(R_1 + R_2)^2$

Reglen for seriekoblede motstander og impedanser er de bør summeres først før de kvadreres!

b)

To støykilder (eller sinusgeneratorer med ulik frekvens) er i serie med to støyfrie motstander. Her er det også den samme strømmen som går igjennom begge motstandene. Vi summerer derfor motstandene før de kvadreres.

$$I^2 = \frac{E_1^2 + E_2^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

Når det gjelder spenningskildene så er de ukorrelerte og de kvadreres før de summeres.

Her er det ingen korrelasjonsledd.

b) Utregnet med superposisjonsprinsippet:

Strømmen *I* består av I_1 og I_2. Vi bruker superposisjonsprinsippet som sier:

I et lineært nettverk vil responsen til to eller flere kilder være summen av responsen til hver kilde alene med (de andre) spenningskilder kortsluttet og (de andre) strømkilder åpne.

Vi får da: $I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2}$ og $I_2 = \frac{E_2}{R_1 + R_2}$

Strømmene er ukorrelerte og summeres: $I^2 = I_1^2 + I_2^2$

Når vi setter inn for I_1 og I_2 så får vi:

$$I^2 = \frac{E_1^2}{(R_1 + R_2)^2} + \frac{E_2^2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{E_1^2 + E_2^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

som er i samsvar med hva vi fant tidligere.

c) Syntaks for delvis korrelasjon

E1 og E2 har noe korrelasjon. På figuren markeres dette med pluss-tegn. Plasseringen av disse viser at de understøtter hverandre og at korrelasjonen er positiv d.v.s. $0 < C \leq +1$.

$$I^2 = \frac{E_1^2 + E_2^2 + 2CE_1E_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

Eksempel 4: To ukorrelerte kilder

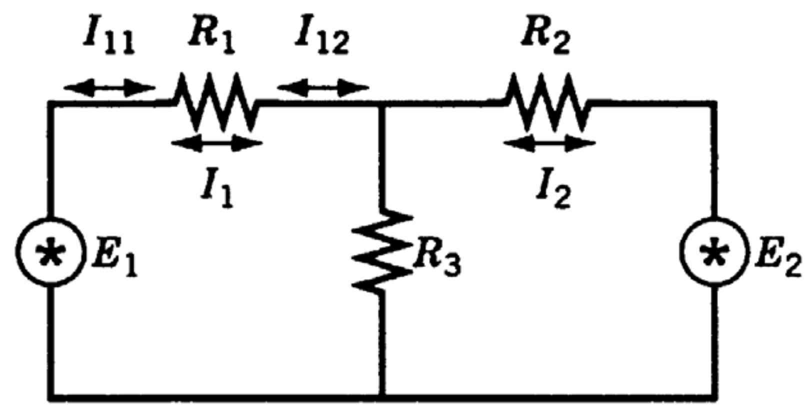


Figure 1-11 Two-loop circuit.

Mål: Finn totalstrømmen I_1 gjennom R_1.

Metode: Superposisjon

Syntaks: I_1 består av to deler: I_{11} fra E_1 og I_{12} fra E_2. Obs! I boken er I_2 <u>bare</u> bidraget fra E_2.

Vi har:

$$E_1^2 = I_{11}^2\left[R_1 + \frac{R_2 R_3}{(R_2 + R_3)}\right]^2$$

som vi kan skrive om til:

$$I_{11}^2 = \frac{E_1^2 (R_2 + R_3)^2}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2}$$

Vi har også

$$E_2^2 = I_2^2\left[R_2 + \frac{R_1R_3}{(R_1 + R_3)}\right]^2$$

Andelen av I_2 som går igjennom R_1 er:

$$I_{12} = I_2R_3/(R_1 + R_3)$$

De to siste uttrykkene kan vi sette sammen til:

$$I_{12}^2 = \frac{E_2^2R_3{}^2}{(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)^2}$$

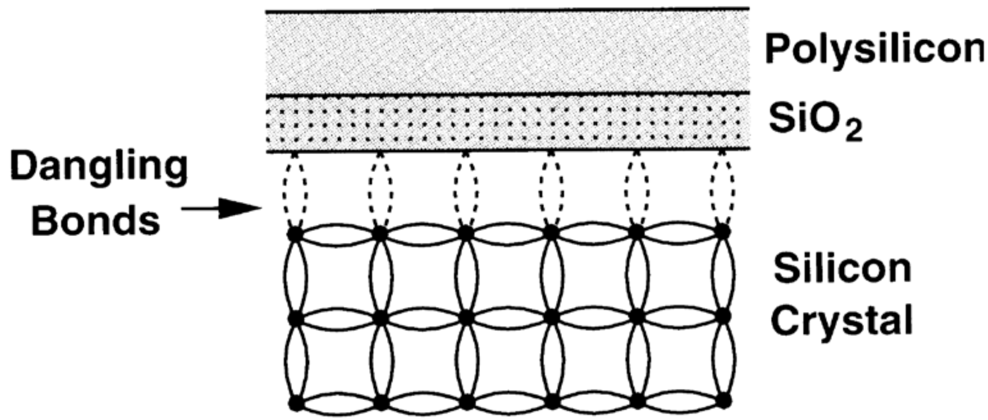
Siden $I_1^2 = I_{11}^2 + I_{12}^2$

så kan vi sette sammen de to utrykkene for leddene på høyre side og få:

$$I_1^2 = \frac{E_1^2(R_2 + R_3)^2 + E_2^2R_3^2}{(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)^2}$$

Flicker støy

Flicker støy = 1/f-støy = lavfrekvens støy =rosa støy



Flickerstøy er en støytype som har sammenheng med overganger mellom en krystallstruktur og en annen struktur. De løse elektronparene vil fange ladninger som vil være bundet noe tid før de slipper fri.

Flickerstøy observeres først og fremst i halvledere men kan også ses i radiorør og enkelte motstander.

Flickerstøyen har en 1/f-karakteristikk d.v.s. den er svakest ved de høyeste frekvensene og vokser mot uendelig når frekvensen avtar.

For å finne støyen i et frekvensbånd fra f_l til f_h så kan vi integrere som følger:

$$N_f = K_1 \int_{f_l}^{f_h} \frac{df}{f} = K_1 \ln \frac{f_h}{f_l}$$

N_f er støyeffekten i Watt.

K er en konstant i Watt.

Eksempel:

La $f_h = 10 f_l$.

Da har vi: $N_f = 2.3 K_1$

Dette viser at støyen innenfor hver eneste dekade er like stor. D.v.s at flickerstøyen mellom 0,01 til 0,1Hz er like stor som støyen fra 100kHz til 1MHz.

De fleste andre støytyper angis pr √Hz slik at Δf multipliseres til slutt. Det er ofte fordelaktig å gjøre det samme for flicker støyen.

Vi gjør tilnærmelsen: $\frac{\Delta f}{f_l} \approx \ln\left(\frac{f_h}{f_l}\right)$

Den er riktig når $\Delta f << f_l$

Eksempel: Flickerstøy i MOSFET

$$I_f^2(f) = \frac{K_F I_{DS}^{AF}}{Cox \cdot L_{eff}^2} \cdot \frac{1}{f}$$

$$I_f^2(f_l, f_h) = \frac{K_F I_{DS}^{AF}}{Cox \cdot L_{eff}^2} \int_{f_l}^{f_h} \frac{1}{f} = \frac{K_F I_{DS}^{AF}}{Cox \cdot L_{eff}^2} \ln \frac{f_h}{f_l}$$

	AF	KF	Cox
N	1.5	2.3e-26	2.2fF/μm²
P	1.3	6.3e-29	2.2fF/μm²

KF: 2.3e-26 --- 6.3e-29
AF: 1.3 --- 1.8
Cox: 2.1fF/μm² --- 4.6fF/μm²

Shot-noise

Shot noise opptrer i *pn*-overganger i transistorer og dioder.

Denne støytypen beskriver variasjoner i den strømmen som løper.

Den uttrykkes som:

$$I_{sh} = \sqrt{2qI_{DC}\Delta f}$$

hvor *q= 1,602e-19 Coulomb.*

Vi ser at støyen øker med kvadratroten av strømmen. Vi ser også at støyen er "hvit" d.v.s. den er konstant pr. Hz båndbredde.

Shot-noise i bipolare transistorer

Ut fra ligningen for Shot-noise kunne en anta at Shot-noise støyen var nesten null når strømmen er null. Det er ikke riktig. Vi vil i det følgende studere dette nærmere.

I bipolare transistorer finner vi mest shot-noise i emitter-base overgangen.

V-I oppførselen følger det kjente diodeuttrykket: $I_E = I_S(e^{qV_{BE}/kT} - 1)$

hvor I_E er emitterstrømmen i Ampere, I_S er reversstrømmen i Ampere og V_{BE} er spenningen mellom base og emitter.

Vi deler opp strømmen I_E i to deler… $I_E = I_1 + I_2$

slik at

$I_1 = -I_S$ og

$I_2 = I_S \exp(V_{BE}/kT)$

I_1 skyldes termisk genererte minoritetsbærere mens I_2 skyldes diffusjon av majoritetsbærere over pn-overgangen.

NB ! Begge disse strømmene har full shot-noise selv om strømmene i seg selv eliminerer hverandre ved VBE=0 Volt!

(Under reversforspenning dominerer I_1 mens under sterk forforspenning dominerer I_2.).

Ved V_{BE}=0 er I_E= 0 mens støyen er

$$I_{sh}^2 = 4qI_S\Delta f$$

Shot noise modellen

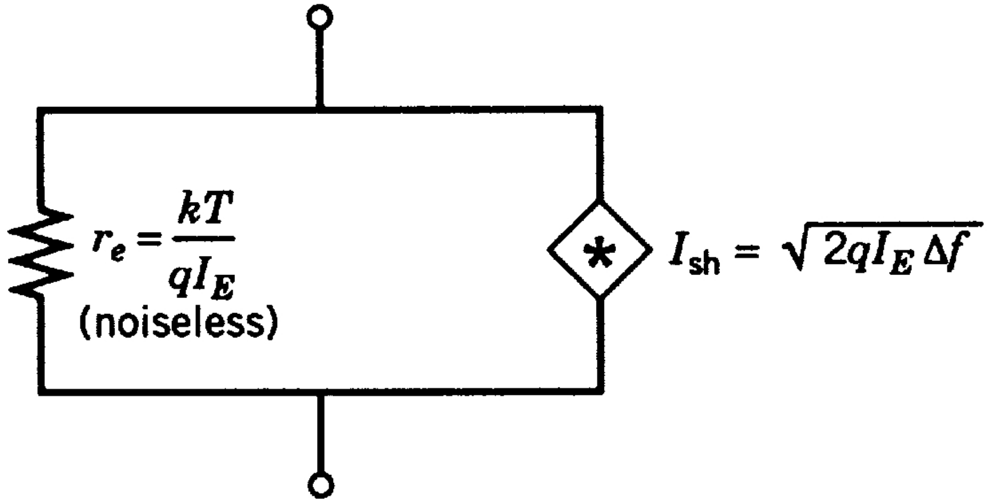


Figure 1-12 Shot noise equivalent circuit for forward-biased *pn* junction.

Kretsmodellen for shot-noise består av en strømkilde i parallell med en (støyfri) motstand.

Motstanden finner vi ved å derivere uttrykket for diodestrømmen med V_{BE}. Ved denne derivasjonen får vi en konduktans. Motstanden er den inverse av konduktansen.

$$r_e = kT / qI_E$$

Kapasitiv shunting av termisk støy: kT/C

Uttrykket for termisk støy $E_e = \sqrt{4kTR\Delta f}$ indikerer at en åpen krets med uendelig motstand vil generere en uendelig støyspenning. Det vil ikke være tilfelle siden det alltid vil være en (parasittisk) kapasitans mellom terminalene.

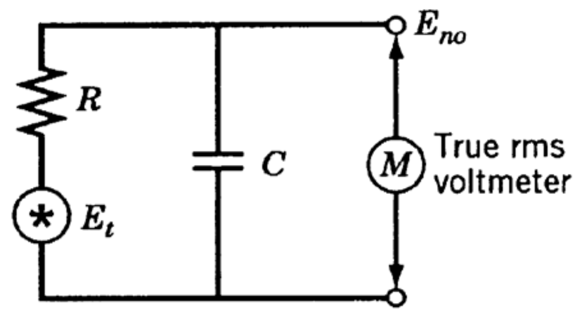


Figure 1-14 Thermal noise of a resistor shunted by a capacitance.

Motstanden og kondensatoren vil til sammen fungere som et lavpassfilter. Når motstanden vokser så øker *Et*. Men samtidig synker filterets cut-off frekvens og dermed reduseres båndbredden.

Figuren viser tre kurver med samme *C* men med tre forskjellige *R*-verdier. Integralet under kurvene er like.

Hvis vi integrerer så setter vi først opp:

$$E_{no}^2 = \int_0^\infty E_t^2 \left| \frac{1/\,j\omega C}{R + 1/\,j\omega C} \right|^2 df = \int_0^\infty \frac{E_t^2 df}{1 + (\omega RC)^2}$$

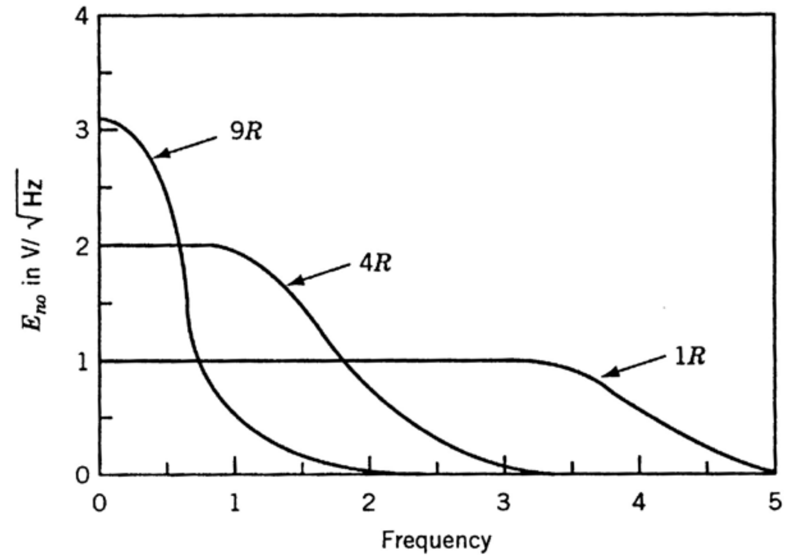


Figure 1-15 Noise spectral density for a resistance shunted by a capacitance.

så må vi bytte noen variable: *$f = f_2 \tan\theta$, $f_2 = 1/2\pi\ RC$, $df = f_2 \sec^2\theta d\theta$*

og endrer øvre grense til $\pi/2$. Vi får da

$$E_{no}^2 = \int_0^{\pi/2} \frac{E_t^2 f_2 \sec^2 \theta d\theta}{1 + \tan^2 \theta} = \int_0^{\pi/2} E_t^2 f_2 d\theta = \int_0^{\pi/2} 4kTRf_2 d\theta = 2\pi kTRf_2$$

og når en setter inn for f_2: $E_{no}^2 = kT/C$

C setter en grense for øvre støyspenning

Eksempel på utnyttelse av kT/C-begrensningen

Anta et inngangssignal på 1μVrms som blir forsterket med 30dB. Dette gir et signal på 31,6μVrms. På utgangen skal det samples og vi ønsker at kapasitansen skal være så stor at støyspenninger ligger under –15dB under signalnivået. Med en kondensator på 200pF og en temperatur på 290°K så begrenser kondensatoren støyen til 4,5μVrms som er –17dB i forhold til signalnivået.

$$E_n = \sqrt{\frac{kT}{C}} = \sqrt{\frac{1.38 \cdot 10^{-23} W / Ks \cdot 290^\circ K}{200\,pF}} = 4.5 \mu Vrms$$