

$$1.1.3a \quad \sum_{n=1}^6 2^n = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 126$$

$$1.1.5b) \quad 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = \sum_{n=2}^6 (2n+1)$$

$$c) \quad 4 + 8 + 12 + 16 + \dots + 64$$

$$= \sum_{k=1}^{16} 4k$$

$$2n+1 = 13$$

$$n = 6$$

$$4k = 64$$

$$k = 16$$

$$e) \quad 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243}$$

$$= \frac{1}{(-3)^0} + \frac{1}{(-3)^1} + \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)^3} + \frac{1}{(-3)^4} + \frac{1}{(-3)^5}$$

$$= \sum_{n=0}^5 \frac{1}{(-3)^n}$$

$$\underline{1.1.6a)} \quad \sum_{k=0}^8 (2k+3) = \sum_{h=1}^9 (2(h-1)+3) = \sum_{h=1}^9 (2h+1)$$

Fürher Zusammenhang mellem k og h

$$k=0=h-1$$

$$\underline{c)} \quad \sum_{k=0}^{10} x^k y^{1-k} = \sum_{k=1}^{11} x^{k-1} y^{1-(k-1)} = \sum_{k=1}^{11} x^{k-1} y^{2-k}$$

Fürher Zusammenhang mellem n og k
 $h=0=k-1$

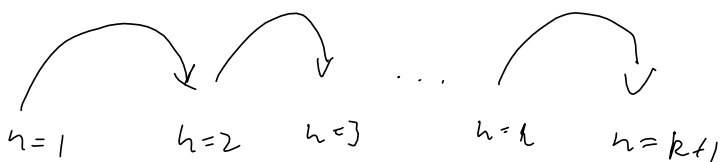
1.2.4 Vis ved induksjon at $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$

Tester for $n=1$

$$\sum_{i=1}^1 \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\text{HS: } \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

OK



Antar at likheten stemmer for $n=1, 2, 3, \dots, k$

$$\text{dvs. } \sum_{i=1}^k \frac{1}{i(i+1)} = \frac{k}{k+1}$$

Vil vise at likheten stemmer for $k+1$

$$\text{dvs. } \sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{k+1}{k+2}$$

Beholder på venstre side

$$\sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{i(i+1)} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{i(i+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$\frac{k(k+2)+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$$

□

1.2.5

Påstand $n^5 - n$ er delbar med 5 for alle naturlige tall n
 $(n \in \mathbb{N})$

 $n=1$

$$1^5 - 1 = 0$$

$$0/5 = 0$$

Antar at påstanden stemmer for $n = 1, 2, 3, \dots, k$
 dvs. $k^5 - k$ er delbar med 5.

Vil vise at påstanden stemmer for $n = k+1$

$$(k+1)^5 - (k+1)$$

$$= k^5 + 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1 - k$$

$$= k^5 - k + 5(k^4 + 2k^3 + 2k^2 + k)$$

delbar med
5 ved
antagelse

delbar med 5

				1
$n=1$				1
$n=2$			1	2
$n=3$			1	3
$n=4$			1	4
$n=5$			1	5
			5	10
			10	10
			5	5
			1	1

1.2.6 Påstand $n(n^2+5)$ er delbar med 6 for alle $n \in \mathbb{N}$

$n=1$

$$1(1^2+5) = 6$$

$$6/6 = 1$$

OK

Antar at påstanden stemmer for $n=1, 2, \dots, k$
 dvs $k(k^2+5)$ er delbar med 6.

Vil vise at $(k+1)((k+1)^2+5)$ er delbar med 6.

$$\begin{aligned} (k+1)((k+1)^2+5) &= (k+1)(k^2+2k+1+5) = k(k^2+5) + 2k^2+k+k^2+2k+6 \\ &= k(k^2+5) + 3k^2+3k+6 = \underbrace{k(k^2+5)}_{\text{delbar med 6 ved antagelse}} + 3(k(k+1)+2) \end{aligned}$$

Hvis k er et partall

er $k=2a$ hvor $a \in \mathbb{N}$. Da er

$$3(k(k+1)+2) = 3 \cdot 2(a(2a+1)+1) \text{ som er delbar med 6.}$$

Hvis k er et oddetall er $k+1$ et partall og vi kan bruke samme argument som ovenfor.