Lineær differens ligning (def 6.7)

$$x_{n+k} = g(n) + f_0(n)\,x_n + f_1(n)\,x_{n+1} + \dots + f_{k-1}(n)\,x_{n+k-1}$$

$$n x_{n+2} - x_{n+1} e^n + x_n = n^2$$

$$x_{n+2} = \frac{e^n}{n} x_{n+1} - \frac{1}{n} x_n + n$$

To måter å løse differensligninger på

1. Simulering
2. Analytisk løsning (ikke alltid mulig)

6.3.2 Fibonacci ligningen

$$x_{n+2} = x_{n+1} + x_n \qquad x_0 = 0 \quad x_1 = 1$$

6.5.4 a)

$$x_{n+1} - 3x_n = 5^{-n} \qquad x_0 = -5/14$$

Homogen løsning

$$r - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = 3$$

$$x_n^h = C\,3^n$$

Partikulær løsning

Prøver med $x_n^p = A\,5^{-n}$

Gir

$$A\,5^{-(n+1)} - 3A\,5^{-n} = 5^{-n}$$

$$\frac{A}{5}\cancel{5^{-n}} - 3A\,\cancel{5^{-n}} = \cancel{5^{-n}}$$

$$-\frac{14}{5}A = 1$$

$$A = -\frac{5}{14}$$

$$x_n^p = -\frac{5}{14}\,5^{-n}$$

Generell løsning

$$x_n = x_n^h + x_n^p = C\,3^n - \frac{5}{14}\,5^{-n}$$

$$x_0 = -\frac{5}{14} = C - \frac{5}{14} \quad \Rightarrow \quad C = 0$$

$$x_n = -\frac{5}{14}\,5^{-n}$$

b) På grunn av avrundingsfeil vil ligningen vi simulerer være

$$X_n = (0 + \varepsilon_1)\, 3^n - \left(\frac{5}{14} + \varepsilon_2\right) 5^{-n}$$

$\varepsilon_i \simeq 10^{-16}$ $\qquad i = 1, 2$