Det betyr at gitt en $\varepsilon > 0$, må vi vise at det alltid finnes en $N \in \mathbb{N}$ slik at $|a - a_n| < \varepsilon$ når $n \geq N$.

—

Siden a er den <u>minste</u> øvre skranken til A, kan ikke $a - \varepsilon$ være en øvre skranke. Det finnes derfor et element $a_N \in A$ slik at $a_N > a - \varepsilon$. Siden følgen er voksende, betyr det at $a_n > a - \varepsilon$ for <u>alle</u> $n \geq N$. Dvs

$$a - \varepsilon < a_n \leq a$$ avstanden er mindre enn ε

Altså $|a - a_n| < \varepsilon$ for alle $n \geq N$.

QED

Var dette virkelig nødvendig å bevise – var det ikke helt opplagt?

Hadde vi bare jobbet med $\mathbb{Q}$, ville

$1, 1.4, 1.41, 1.414, 1.4142, \ldots$

en voksende, begrenset følge i $\mathbb{Q}$ som ikke konvergerer mot noe tall i $\mathbb{Q}$ (men mot $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$)

~~4.3.10~~