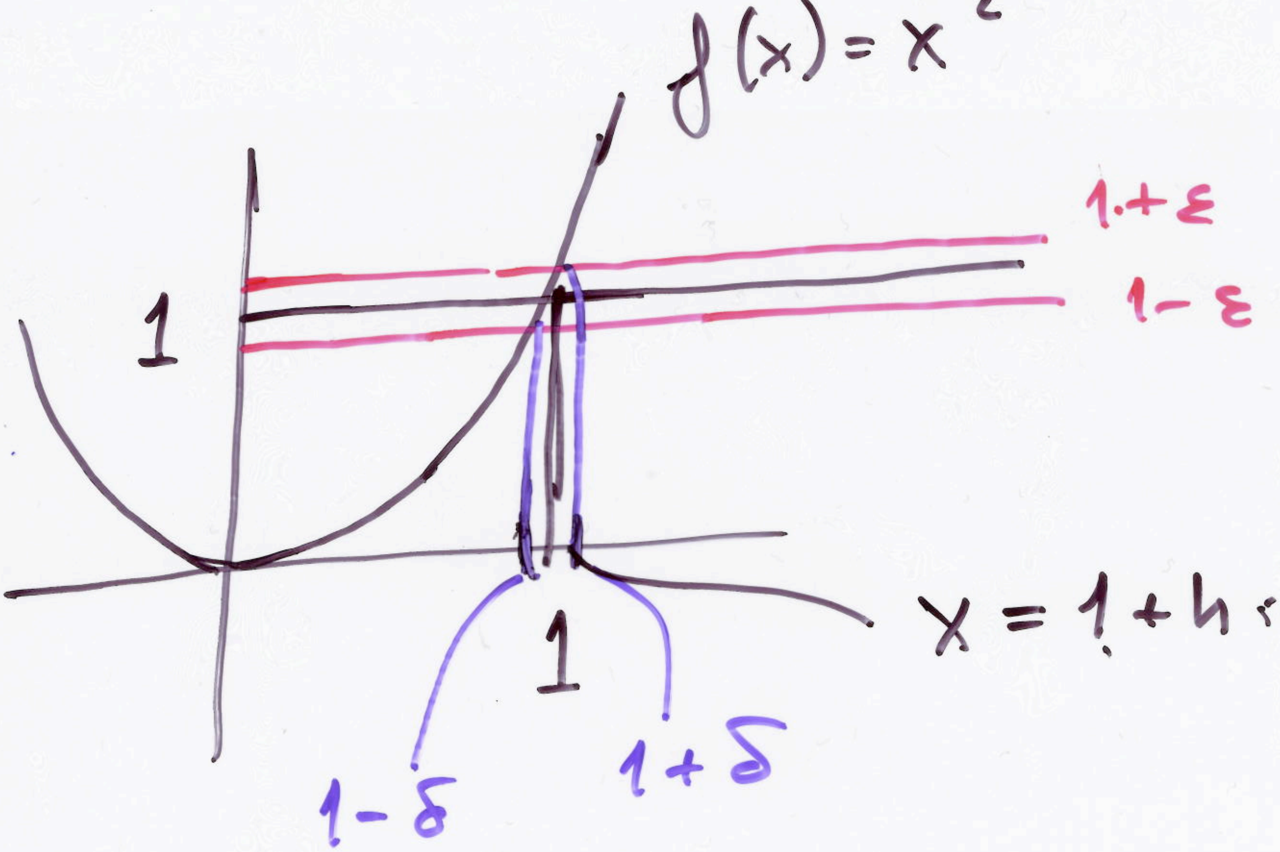
Eksempel: Vis at $f(x) = x^2$ er kontinuerlig i $a = 1$



$$|f(x) - f(1)| = |f(1+h) - f(1)|$$

$$= |(1+h)^2 - 1^2| = |(\cancel{1} + 2h + h^2) - \cancel{1}|$$

$$= \cancel{|h|\,|2h+1|}\ \underline{|h|(2+h)} < \varepsilon$$

ønsker meg

Velger $\delta = \min\left\{\frac{\varepsilon}{3}, 1\right\}$

Vi må vise at hvis $|x-1|<\delta$,

så er $|f(x)-f(1)|<\varepsilon$. Vel at

$$|f(x)-f(1)| = \underbrace{|h|}_{<\delta}\underbrace{(2+h)}_{<2+\delta} \quad \text{der } h = x-1$$

$$\leq \underbrace{\delta}_{\leq \varepsilon/3}(2+\underbrace{\delta}_{\leq 1}) \leq \frac{\varepsilon}{3}\cdot 3 = \underline{\underline{\varepsilon}}.$$

Regler for å vise at mer komplisert funksjoner er kontinuerlige:

Setning: Hvis f og g er kontinuerlig i a, så er $f+g$, $f-g$, fg også kontinuerlig i a. Det samme er $\frac{f}{g}$ forutsatt at $g(a) \neq 0$.