

MAT 1100: Obligatorisk oppgave 2, H-11

Innleveringsfrist og -sted: Torsdag 3. november kl.14.30, 7. etasje, Niels Henrik Abels hus. Erfaringsmessig blir det lange køer rett før innleveringsfristen, så det er smart å levere tidligere. Se for øvrig

<http://www.mn.uio.no/math/studier/obligerh11.html>

for nærmere informasjon om obligatoriske oppgaver ved Matematisk institutt. Husk spesielt å søke om utsettelse til studieinfo@math.uio.no før innleveringsfristen dersom du blir syk!

Instruksjoner: Oppgaven er obligatorisk, og studenter som ikke får besvarelsen godkjent, vil ikke få adgang til avsluttende eksamen. For å få besvarelsen godkjent, må man ha minst 60% score, og det vil bli lagt vekt på at man har en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser.

Alle delspørsmål (punktene a), b) osv.) teller like mye. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke er kommet frem til et svar, og det er derfor viktig at du leverer inn alt det du har kommet frem til. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse.

Det er lov å samarbeide og å bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være skrevet av deg og gjenspeile din forståelse av stoffet. Alle svar skal begrunnes. Er vi i tvil om at du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Oppgave 1: a) Finn grenseverdien

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\ln(1+u) - u}{u^2}$$

b) Finn grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - x \right)$$

c) Finn asymptoten til $f(x) = x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ når $x \rightarrow \infty$.

Oppgave 2: a) Vis at funksjonen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arctan x}{x} & \text{når } x \neq 0 \\ 1 & \text{når } x = 0 \end{cases}$$

er kontinuerlig.

b) Finn $f'(0)$.

Funksjonen $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ er definert ved

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

c) Vis at F er en strengt voksende funksjon og at $F(-x) = -F(x)$ for alle x .

d) Vis at $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = \infty$.

e) Finn grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{\ln x}$$

f) Finn $F''(x)$ for alle $x \in \mathbb{R}$.

g) Vis at F er konkav på $[0, \infty)$

LYKKE TIL!