UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT 1110 — Kalkulus og lineær algebra
Eksamensdag:	Onsdag 15. Juni 2016.
Tid for eksamen:	9:00 – 13:00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Alle deloppgaver (1a, 1b, 2, 3a, 3b, osv.) teller 10 poeng. Du må begrunne alle svar, og du må vise nok mellomregninger til at man lett kan følge argumentene dine.

Oppgave 1. La A være matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 19/20 & 3/20 \\ 3/20 & 11/20 \end{pmatrix}.$$

a) Finn egenverdiene og egenvektorene til A.

b) Skriv vektoren $\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} 23 \\ 1 \end{pmatrix}$ som en sum av egenvektorer, og regn ut grenseverdien $\lim_{n\to\infty} A^n \boldsymbol{w}$.

Oppgave 2. Bruk Lagrange's multiplikatormetode til å finne det punktet hvor funksjonen $f(x, y, z) = x^2 + 4y^2 + 9z^2$ har sitt minimum under betingelsen $x + y + z = 1$. Hva kan du si om maksimum?

Oppgave 3. I denne oppgaven skal vi finne volumet V til området avgrenset av paraboloiden $z = 6 - x^2 - y^2$ og kjeglen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

a) Vis at

$$V = \int\int_D (6 - x^2 - y^2 - \sqrt{x^2 + y^2})dxdy$$

der D er et område i xy-planet. Hvilket område er D?

b) Regn ut V

Oppgave 4. La A være matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 7 & 5 \\ 3 & 6 & 8 & 5 \end{pmatrix}.$$

(Fortsettes på side 2.)

a) Finn en maksimal mengde av lineært uavhengige søyler i A.

b) Finn en vektor $\boldsymbol{b}_1$ slik at $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_1$ ikke har noen løsning, og en annen vektor $\boldsymbol{b}_2$ slik at $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_2$ har uendelig mange løsninger.

Oppgave 5.
Hva blir konvergensområdet for rekken $S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n+1}$. Finn også et uttrykk for $S(x)$ der rekken konvergerer.

Oppgave 6. I denne oppgaven skal vi se på funksjonen

$$f(x, y) = -x^2 + 3x - xe^y + y.$$

a) Finn de stasjonære punktene til f.

b) Avgjør om de stasjonære punktene er sadelpunkter, lokale minimumspunkter, eller lokale maksimumspunkter.

Lykke til!