

# Ekstraoppgaver til STK1100

## Syvende sett – april 2014

### Oppgave E13

La  $X_1, \dots, X_n$  være uavhengige kontinuerlige tilfeldige variable med CDF  $F(x)$ . Den *empirisk kumulative fordelingsfunksjon* er gitt ved

$$\hat{F}(x) = \frac{1}{n}(\#x_i \leq x) \quad (1)$$

- (a) Vis at  $\hat{F}(x)$  er en forventningsrett estimator for  $F(x)$  for alle verdier av  $x$ .
- (b) Finn  $V(\hat{F}(x))$  og  $\sigma_{\hat{F}(x)}$ . Bruk dette til å vise at  $\hat{F}(x)$  er en konsistent estimator for  $F(x)$ .
- (c) Forklar hvorfor  $\hat{F}(x)$  er en diskret fordeling og vis at hvis  $X^* \sim \hat{F}(x)$  så er  $P(X^* = x_i) = \frac{1}{n}$  for  $i = 1, \dots, n$ .
- (d) Diskuter styrker og svakheter ved  $\hat{F}(x)$ .