

## Ekstraoppgave 2

I denne oppgaven vil vi se på situasjonen der  $X_1, X_2, \dots, X_n$  er uavhengige og  $N(\mu, \sigma^2)$ -fordelte variable, og vi vil se hvordan vi kan finne momentestimatorene for  $\mu$  og  $\sigma^2$ .

a) Forklar at momentestimatorene for  $\mu$  og  $\sigma^2$  er gitt ved ligningene

$$\bar{X} = \mu \quad \text{og} \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sigma^2 + \mu^2$$

b) Vis at momentestimatorene blir

$$\hat{\mu} = \bar{X} \quad \text{og} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

## Ekstraoppgave 3

I denne oppgaven vil vi se på situasjonen der  $X_1, X_2, \dots, X_n$  er uavhengige og uniformt fordelte variable over intervallet  $[0, \theta]$  (jf. side 157 i læreboka), og vi vil se hvordan vi kan finne momentestimatoren og ML-estimatoren for  $\theta$ .

a) Bestem forventningsverdien for en stokastisk variabel  $X$  som er uniformt fordelt over intervallet  $[0, \theta]$  og vis at momentestimatoren er  $\hat{\theta}_m = 2\bar{X}$ .

b) Vis at simultantettheten til  $X_1, X_2, \dots, X_n$  er

$$f(x_1, \dots, x_n; \theta) = \begin{cases} 1/\theta^n & \text{for } 0 \leq x_1, \dots, x_n \leq \theta \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

(Hint: Se eksempel 7.23 i læreboka)

c) Vis at ML-estimatoren er  $\hat{\theta} = \max\{X_1, \dots, X_n\}$ . Er ML-estimatoren forventningsrett?

(Hint: Se eksempel 7.23 i læreboka og ekstraoppgave 1)

Kommentar: Eksempelene 7.5 og 7.7 i læreboka viser at en modifisert versjon av ML-estimatoren er bedre enn momentestimatoren.