

## Notat om stakkautomater. (Pushdown-automater.)

Læreboka er ikke entydig med hensyn til hvordan stakkautomater ser ut. I dette notatet gjøres noen konkrete valg. Resultatet er et format som dere kan bruke til eksamen. Andre formater vil også aksepteres, så lenge det framgår tydelig hvordan maskinen virker.

Hver transisjon i en stakkautomat inneholder informasjon om fem ting, hvorav tre er krav som stilles for at transisjonen skal kunne brukes, og to beskriver resultatet av å bruke transisjonen: Kravene er at vi må være i en bestemt tilstand, lese et bestemt symbol fra input (eventuelt ikke lese noe – dette svarer til  $\epsilon$ -kanter i en endelig automat) og finne noe bestemt øverst på stakken. Resultatet er en ny tilstand og eventuelt nye symboler lagt til øverst på stakken.

Alt i alt inngår altså to tilstander, pluss (1) lest input, (2) krav om hva som er øverst på stakken, og (3) nye ting som legges på stakken. Når transisjoner tegnes som piler fra tilstander til tilstander, må altså (1), (2) og (3) tegnes inn som dekorasjoner på pilene, for eksempel atskilt ved hjelp av komma, slik det er gjort i figuren side 127.

Fem linjer over denne figuren (på side 127) står det at det som leses fra stakken alltid poppes etter at det er lest. Dette rimer ikke med figuren nedenfor (fremdeles side 127), hvor intensjonen er at stakken skal inneholde en stjerne mer etter at en venstreparentes er lest.

For å få et entydig format, må vi velge om vi vil følge figuren eller teksten. Vi velger å følge teksten. Formatet for transisjoner blir da som vist i eksempelet nedenfor.

Når vi er i denne tilstanden,	leser dette fra input,	og finner dette øverst på stakken, da kan vi fjerne dette fra stakken,	gå til denne tilstanden,	og legge disse symbolene inn på stakken. (Symbolet lengst til høyre nederst, det lengst til venstre øverst)
A	(	$\perp$	A	*
A	(	*	A	**
A	)	*	A	

Symbolet  $\perp$  i den øverste transisjonen angir at stakken er tom. Dette symbolet kan selvsagt ikke fjernes fra stakken – overskriften til tredje kolonne må i dette tilfelle tolkes til at stakken forblir tom.

Vi har altså tegnet inn tre transisjoner, i motsetning til to i figuren side 127. Den første av de tre, som tar seg av tilfellet at stakken er tom, har ved en forglemmelse forsvunnet fra figuren side 127. De to øverste transisjonene har begge som nettoeffekt å øke stakkens størrelse med én, mens den nederste transisjonen (som har en tom sisterute, svarende til at ingenting legges på stakken) har som nettoeffekt at stakkens størrelse minker med én.

Denne figuren forteller ikke alt om en stakkautomat. I tillegg må vi spesifisere

- start-tilstand (i en figur gjerne angitt med en liten pil som peker til denne)
- aksepterende tilstander (i en figur gjerne angitt med sirkler rundt disse)
- startstakk (hva stakken skal inneholde idet maskinen settes i gang)

I det konkrete tilfellet over blir disse tre henholdsvis A, {A} og den tomme stakken.

Vi oppsummerer formatet:

- ☉ Hver rute i første kolonne inneholder en tilstand
- ☉ Hver rute i andre kolonne inneholder et tegn fra inputalfabetet. Disse rutene kan også være tomme. Dette gir transisjoner som ikke leser fra input, akkurat som  $\epsilon$ -transisjoner i endelige automater.
- ☉ Hver rute i tredje kolonne inneholder et tegn fra stakkalfabetet, eller eventuelt  $\perp$ . Disse rutene kan også være tomme – dette gir transisjoner som ikke ser på stakken. (Vi kan si at de bare sjekker at den tomme strengen ligger øverst, hvilket alltid er tilfelle.)
- ☉ Hver rute i fjerde kolonne inneholder en tilstand.
- ☉ Hver rute i femte kolonne inneholder en streng av stakksymboler. Ruten kan også være tom; dette tolkes som den tomme strengen av stakksymboler.

Legg merke til at automaten over kan forenkles slik:

Når vi er i denne tilstanden,	leser dette fra input,	og finner dette øverst på stakken, da kan vi fjerne dette fra stakken,	gå til denne tilstanden,	og legge disse symbolene inn på stakken. (Symbolet lengst til høyre nederst, det lengst til venstre øverst)
A	(		A	*
A	)	*	A	

Stakkautomaten midt på side 128 i læreboka ser slik ut i vårt format:

Når vi er i denne tilstanden,	og leser dette fra input,	og finner dette øverst på stakken, da kan vi fjerne dette fra stakken,	gå til denne tilstanden,	og legge disse symbolene inn på stakken. (Symbolet lengst til høyre nederst, det lengst til venstre øverst)
A		S	A	aSb
A		S	A	aaR
A		R	A	Sbb
A		S	A	ab
A	a	a	A	
A	b	b	A	

Fremdeles har vi bare en tilstand A, som igjen både blir starttilstand og aksepterende tilstand. Startstakken inneholder denne gangen ett symbol, nemlig startsymbolet S fra grammatikken.

Input leses fra venstre mot høyre, og en streng fra inputalfabetet (som består av a og b) aksepteres hvis og bare hvis maskinen i en mulig kjøring kan ende opp i den aksepterende tilstanden A (ingen andre muligheter!) med tom stakk.

Det er ikke vanskelig å se hvordan en hvilken som helst kontekstfri grammatikk kan "oversettes" til en slik tabell for en stakkautomat.

Til slutt ser vi på en stakkautomat med to tilstander P og Q, hvorav P er starttilstand og Q er aksepterende. Den tomme stakken er startstakk.

Når vi er i denne tilstanden,	og leser dette fra input,	og finner dette øverst på stakken, da kan vi fjerne dette fra stakken,	gå til denne tilstanden,	og legge disse symbolene inn på stakken. (Symbolet lengst til høyre nederst, det lengst til venstre øverst)
P	a		P	a
P	b		P	b
P			Q	
Q	a	a	Q	
Q	b	b	Q	

Hvilket språk aksepterer denne automaten?