Oppgave 1 Finn disjunktiv normalform av formelen

$$((P \to Q) \to R) \land (R \to (P \to Q)).$$

Oppgave 2 Bruk Quines metode til å vise at følgende formel er gyldig.

$$(P \to (Q \land R)) \to (P \to Q) \land (P \to R).$$

Oppgave 3 Sett opp et formelt bevis for formelen i forrige oppgave i systemet ND1750. Du behøver ikke oppgi navnene på reglene du bruker.

Oppgave 4 Sett opp et formelt bevis for formelen

$$\exists x(P(x) \to \forall y R(x, y)) \to \exists x \forall y(P(x) \to R(x, y))$$

i systemet ND1750PRED. Du behøver ikke oppgi navnene på reglene du bruker.

Oppgave 5 Nedenfor har vi listet opp seks predikatsymboler, hvorav fire er unære og to er binære, sammen med norske uttrykk som de er ment å representere.

norsk(x)	x er norsk
prinsesse(x)	x er en prinsesse
gutt(x)	x er en gutt eller en mann
jente(x)	x er en jente eller en kvinne
søsken(x,y)	x og y er søsken
yngre-enn(x,y)	x er yngre enn y

Oversett nå setningen *Alle norske prinsesser har en lillebror eller en storesøster* til predikatlogikk. Bruk predikatene over.

Oppgave 6 Ingen av formlene nedenfor er gyldige. Skisser for hver av dem et eksempel på en tolkning som gjør den usann.

(a) $\forall x(P(x) \lor Q(x)) \to \forall x P(x) \lor \forall x Q(x)$

(b) $\forall x \exists y R(x, y) \to \exists y \forall x R(x, y)$

(c) $\forall x \exists y R(x, y) \to \forall x \exists y R(y, x)$

Oppgave 7 Vi har gitt det regulære uttrykket $(a + bb)^*$ for et språk L over alfabetet $\{a, b\}$.

(a) Gi tre eksempler på strenger som er med i L, og tre eksempler på strenger over alfabetet $\{a, b\}$ som ikke er med i L.

(b) Tegn en deterministisk endelig automat for L, og en for komplementet av L.

(c) Gi et regulært uttrykk for komplementet av L.

Oppgave 8 Oppgi hvilke av følgende påstander som er riktige. Du behøver ikke begrunne svarene.

(a) Snittet av to regulære språk er alltid et regulært språk.

(b) Snittet av to regulære språk er alltid et kontekstfritt språk.

(c) Snittet av et regulært språk og et kontekstfritt språk er alltid et regulært språk.

(d) Snittet av et regulært språk og et kontekstfritt språk er alltid et kontekstfritt språk.

(e) Snittet av to kontekstfrie språk er alltid et regulært språk.

(f) Snittet av to kontekstfrie språk er alltid et kontekstfritt språk.

Oppgave 9 Vi har gitt en kontekstfri grammatikk G for språket av ikke-tomme strenger over alfabetet $\{a, b\}$ med like mange forekomster av a og b. S er startsymbol og eneste ikke-terminal, og produksjonene er som følger.

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & \text{S S} \\
S & \rightarrow & \text{a S b} \\
S & \rightarrow & \text{b S a} \\
S & \rightarrow & \text{a b} \\
S & \rightarrow & \text{b a}
\end{array}
$$

(a) Er G tvetydig (*ambiguous*)? Hvis ja, gi et eksempel som viser dette.

(b) Vi husker at en grammatikk er i Chomsky normalform hviss enhver høyreside består av nøyaktig en terminal eller nøyaktig to ikketerminaler. Skriv nå G om til en ekvivalent grammatikk på Chomsky normalform.

(c) Tegn en deterministisk stakkautomat (*deterministic pushdown automaton*) som aksepterer samme språk. Hint: En mulighet er å la stakken i utgangspunktet inneholde symbolet \$, og la stakkalfabetet ellers inneholde de fire symbolene $A, \underline{A}, B$ og $\underline{B}$. Maskinen kan så fungere slik at følgende alltid gjelder:

Hvis antallet leste a'er er lik antallet leste b'er, skal stakken bare inneholde en forekomst av \$, og ellers ingenting.

Hvis antallet leste a'er minus antallet leste b'er er lik et tall n som er større enn null, skal stakken innholde en \$ nederst, deretter en $\underline{A}$, og så $n-1$ forekomster av A øverst.

Hvis antallet leste b'er minus antallet leste a'er er lik et tall n som er større enn null, skal stakken innholde en \$ nederst, deretter en $\underline{B}$, og så $n-1$ forekomster av B øverst.

Oppgave 10 Skisser kort hovedpunktene i beviset for at et språk aksepteres av en eller annen ikke-deterministisk turingmaskin hvis og bare hvis det aksepteres av en eller annen deterministisk turingmaskin.