

AST2000 Del 2A forelesning 2 av 2

Interaktive forelesningsnotater

VIKTIG

Du må bruke **presentasjonsmodus/fullskjermvisning** for å lese denne, men du skal **ikke** bruke frem/tilbake-knappene, **KUN knappene som dukker opp på sliden** for å ta deg videre! Ofte må du laste filen ned til maskinen din og åpne den der for å få til dette. Merk at noen knapper vil åpne nettskjema, videoer eller andre ressurser i internettbrowseren din. Når du gjør det riktig, skal du kun se en side av gangen, og når du trykker på knappene som dukker opp på skjermen så skal disse ta deg frem/tilbake i dokumentet. **Du vil miste mye læringsutbytte hvis du ser flere slides av gangen. Får du det ikke til, spør foreleser/gruppelærer!**

Trykk denne knappen for å begynne

AST2000 Del 2A forelesning 2 av 2

Interaktive forelesningsnotater

VIKTIG

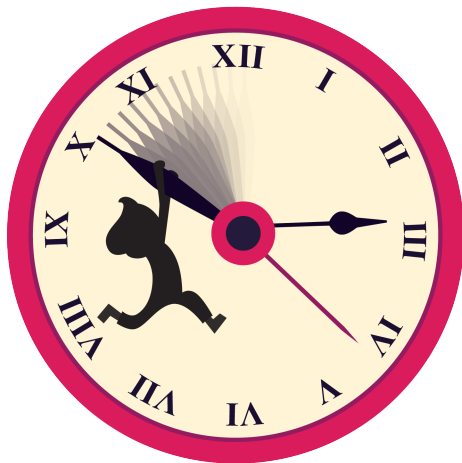
Dette er en erstatning for forelesningen i emnet. Har du gått skikkelig gjennom disse interaktive forelesningsnotatene så trenger du ikke å lese de fulle forelesningsnotatene (med unntak av oppgavene bak). All informasjonen du trenger, får du her. Du kommer til å få mange grublespørsmål og diskusjonsoppgaver, det er meningen at disse skal gjøres i grupper av minst 2, maks 4 studenter. **Det er defor sterkt anbefalt at dere sitter sammen i grupper når dere går gjennom disse interaktive forelesningsnotatene, du vil få betydelig mer utbytte av dem på den måten.** En god ide kan være å bli enige om å treffes til den faste forelesningstiden og bruke forelesningslokalet som kommer til å være resevert til dette. **Hvis du har kommentarer ris/ros til disse forelesningsnotatene eller til emnet, trykk på 😊 😞 knappen som du finner på alle sider.**

Trykk denne knappen for å begynne

- HUSK at du får mer ut av de interaktive forelesningsnotatene når du gjør de sammen med noen. Diskusjonene med andre er svært viktige.
- Det er mange spørsmål/grubliser underveis, sett dere selv en tidsgrense, 1-2 minutter på de korte, 4-5 minutter på de lenger. Ha en alarm ved siden av, ellers kommer dere til å bruke alt for langt tid. Har dere ikke fått det til etter 5 minutter, gå videre, se svaret og lær!
- Er du i det minste tvil om noe, så finnes det nå en **PADLET** knapp, trykk det og still spørsmål med en gang mens du enda husker spørsmålet!

Trykk denne knappen for å begynne

Forrige side



Velkommen til forelesning 2 av 2 i del 2A! I denne forelesningen skal vi gå gjennom eksempler der vi bruker tidromsintervallets invarians til å løse forskjellige problemstillinger. Disse problemstillingene likner mye på de som du trenger å løse for prosjektet eller for eksamen, så følg nøye med.

Fremstillingen av spesiell relativitetsteori i AST2000 er basert på den fantastiske boken "Spacetime Physics" av E. Taylor og J. Wheeler, gratis tilgjengelig [her](#). Anbefales på det sterkeste for den som er interessert. (Illustrasjon fra pngegg.com)

Neste side

Forrige side



side 1 av 40

Introduksjon

PADLET

Vi begynner som vanlig...

...med litt brainstorming. Som det er **svært viktig** at du gjør før du går videre.

Trykk her for å varme opp

Er du klar og har sendt inn skjemaet?

Nei

Ja

Forrige side



side 1 av 40

Introduksjon

PADLET

Vi begynner som vanlig...

...med litt brainstorming. Som det er **svært viktig** at du gjør før du går videre.

Trykk her for å varme opp

Er du klar og har sendt inn skjemaet?

Nei

Ja

Neste side

Forrige side

Nytt tema:

Repetisjon

Dette temaet fortsetter frem til side 9 av 40.

Vi begynner med de 4 siste slidene fra forrige forelesning. Forsikre deg om at du forstår og har full kontroll på disse før du går videre.

En tur tilbake til forrige forelesning...



Einsteins to postulater her, relativitetsprinsippet og det at samtidighet er relativt var på den tiden kun **postulater**. Det Einstein gjorde var å utrede konsekvensene av disse postulatene. Dette ga oss relativitetsteorien. **Kun gjennom verifikasjon i eksperimenter kan vi vite om disse postulatene er riktige.** I dag, over 100 år og utallige eksperimenter senere **har Einsteins relativitetsteori fått kraftig støtte** i empiriske data fra eksperimenter. **Husk at en vitenskapelig teori aldri kan bevises, den kan kun motbevises (falsifiseres).** Men en teori slik som relativitetsteorien som har blitt bekreftet gang på gang og aldri blitt falsifisert blir etterhvert en etablert teori selv om vi aldri kan vite 100% sikkert om den er helt gyldig. Vi vet idag at Newtons tyngdelov kun er en enormt god tilnærming i svake tyngdefelt, men Einsteins generelle relativitetsteori er en tyngdelov som passer bedre med eksperimenter. Det betyr ikke at vi betrakter Newtons lover som gale, kun at de er gyldig bare for svake gravitasjonsfelt. **Neste side**



Merk videre at postulatet om at samtidighet er relativt kun er en følge av postulatet (med sterk empirisk støtte) om at lyshastigheten er den samme for alle observatører kombinert med relativitetsprinsippet: Hvis disse to samtidig skal være oppfylt, så må samtidighet være relativt for å unngå selvmotsigelser slik som det med lynnedslagene i toget.



Det at samtidighet er relativt her en rekke dyptgripende konsekvenser. Du kan nå velge, avhengig av preferanse om du vil ENTEN (1) lese om dette i

[de vanlige forelesningsnotatene for del 2A](#), det er avsnitt 2 "Invariance of the spacetime interval" som er aktuelt ELLER (2) se [denne videoen](#) som presenterer det samme stoffet. **Merk at videoen tar en halvtime, sett deg godt til rette i godstolen, forbered en kopp te og gjør deg klar for hårreisende stoff...livet ditt blir ikke det samme etter dette!**



Du skulle nå ha lært at:

- et event som skjer i posisjon og tid (x,t) i et referansesystem vil skje på en annen posisjon og et annet tidspunkt (x',t') i det andre referansesystemet.
- den romlige avstanden Δx og tidsintervallet Δt mellom de to samme eventene er forskjellige i forskjellige referansesystemer, MEN tidromsintervallet $\Delta s = \sqrt{\Delta t^2 - \Delta x^2}$ er den samme.
- for å kunne regne med tidromsintervall så må avstander i både rom og tid måles i samme enheter, enten meter for begge eller sekunder for begge. Omregningsfaktoren er lyshastigheten c .



Tenk deg følgende situasjon. Et romskip kjører bortover med hastighet på 99.9% av lyshastigheten. Det skyter ut to lyserstråler med kort mellomrom. Hvordan ser dette ut fra en observatør som står på en planet og ser romskipet kjøre forbi på himmelen? Romskipet går med nesten lyshastighet. Laserstrålene må gå med lyshastighet. Kan du se for deg hvordan dette blir seende ut? Ikke gå videre før du har et forslag!



Tenk deg nå hvordan dette ser ut fra en astronaut i romskipet? Hvordan beveger bakken seg? Og hva skjer med lysstrålene? Hvordan beveger de seg? Ser det forskjellig ut? Ikke gå videre før du har et klart bilde i hodet av hvordan dette ser ut fra astronautens synspunkt.



Hvis du nå har forslag til hvordan det blir seende ut, ta en kikk på

- [denne videoen](#) (eller hvis du har god internettforbindelse, bruke [denne isteden!](#)) for å se det fra **planetens referansesystem**.
- **OG** [denne videoen](#) (eller hvis du har god internettforbindelse, bruke [denne isteden!](#)) for å se det fra **romskipets referansesystem**.

Var det slik du forestilte deg det? Hvis du sliter med å se det, ta kontakt med foreleser (eller padlet over!)

(La du forresten merke til den lengdekontraherte planeten?)

Forrige side

Nytt tema:

Eksempel 1

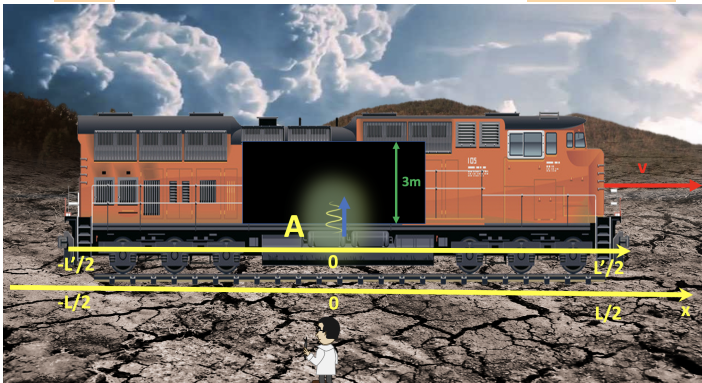
Dette temaet fortsetter frem til side 21 av 40.

Vi skal prøve å finne en tolkning av tidromsintervallet.

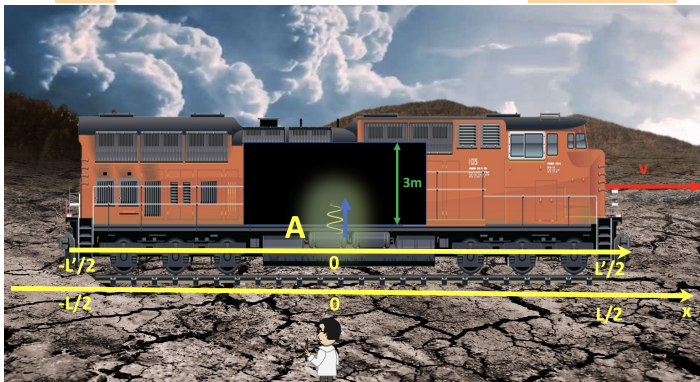
Nok et tog...



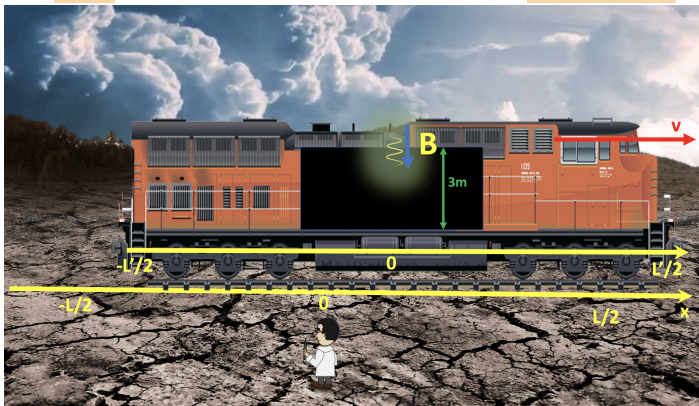
Vi skal nå se på et eksempel der du skal bruke tidromsintervallet og litt hoderegning til å transformere mellom to systemer. Dette eksempler gir samtidig litt intuisjon for tidromsintervallet. Einstein brukte mye tog som eksempler, det skal vi også...



Toget har en x' -akse som står fast på toget, origo ($x' = 0$) er midtpunktet på toget som beveger seg mot høyre med fart v . Bakken har en x -akse. En sensor gjør at i det origo på x' -aksen er i samme x -posisjon som origo på x -aksen på bakken (i bildet over), så startes stoppeklokken både på toget (tid t') og på bakken (tid t) med $t = t' = 0$. Samtidig sendes et lysstråle rett oppover i toget fra origo på x' -aksen (togets midtpunkt) Vi kaller utsendelsen av lysstrålen for event A.

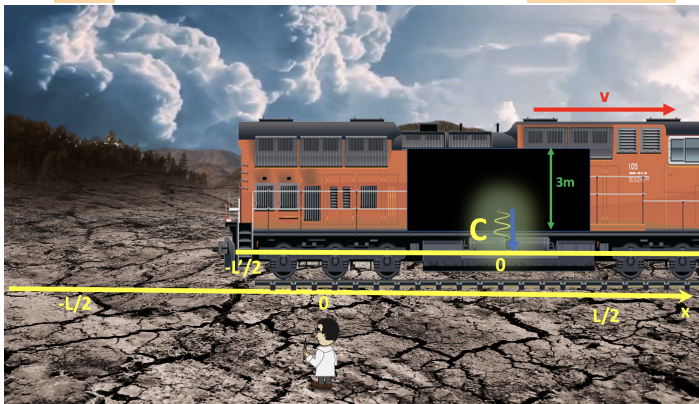


Merk at event A her også kan kalles **origoeventet**. Origoeventet er et event som skjer i origo på begge aksene. Dvs. det skjer når origo i de to aksene er på samme x-koordinat slik at en observatør som er i origo i begge systemer kan treffes fysisk. Origoeventet skjer på $x = x' = 0$. Normalt (slik som her) så bruker vi også origoeventet til å starte klokkene slik at også $t = t' = 0$ i dette eventet. Vi ser for oss at vi har en stoppeklokke som står i origo i hvert av systemene. I det origo i begge systemer berører hverandre, nullstilles begge klokkene og de begynner å gå.



Et speil i taket gjør at lysstrålen reflekteres tilbake igjen når den treffer taket. Dette kalles event B. I labsystemet, så har toget beveget seg en liten strekning til høyre for origo på x-aksen. Merk at x' -aksen sitter fast på toget og flytter seg med toget.

Neste side



Event C er at lysstrålen kommer tilbake til gulvet i toget (i origo på x' -aksen i togsystemet). Da har toget flyttet seg enda lenger bortover langs x -aksen i labsystemet. **Du får nå oppgitt at midtpunktet (origo på x' -aksen) har flyttet seg 8 meter langs x -aksen i labsystemet siden event A skjedde..**

Neste side

Forrige side



side 14 av 40

Eksempel 1

PADLET

Når du får en slik problemstilling er det første du **alltid** skal gjøre, å sette opp posisjoner og tidspunkter for alle eventer i alle referansesystemer. Hvis noen er ukjente så lar du de stå åpne. Ta et stykke papir, og skriv nå opp $x_A, x_B, x'_A, x'_B, t_A, t_B, t'_A, t'_B$ med tall for de som du nå har nok informasjon til å kjenne. Vi skal bruke **meter** som enhet, alle tall skal angies i meter. Ikke gå videre før du har alle tallene som du kan finne enkelt uten regning.

Neste side



Fikk du:

$$x_A = 0,$$

$$x_B = 4m,$$

$$x_C = 8m$$

$$x'_A = 0,$$

$$x'_B = 0,$$

$$x'_C = 0$$

$$t_A = 0,$$

$$t_B = ?,$$

$$t_C = ?$$

$$t'_A = 0,$$

$$t'_B = 3m,$$

$$t'_C = 6m$$

Forstår du hvorfor det blir sånn? Hvis du har den minste tvil, se på [denne videoen for forklaringer](#).

Neste side



Hva så med tidspunktene t_B og t_C i bakkesystemet? Kan vi bruke invarians av tidromsintervallet? Isåfall hvordan?

Jeg har tenkt litt over det og har kanskje en ide



Hva så med tidspunktene t_B og t_C i bakkesystemet? Kan vi bruke invarians av tidromsintervallet? Isåfall hvordan?

Jeg har tenkt litt over det og har kanskje en ide

Vi vet hvor langt det er mellom f.eks. event A og C i både tid og rom i togsystemet, enig? Dvs. vi kjenner både $\Delta x'_{AC}$ og $\Delta t'_{AC}$ i togsystemet, dermed kan vi vel enkelt finne $\Delta s' = \sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2}$?

høres rimlig ut det ja...



Hva så med tidspunktene t_B og t_C i bakkesystemet? Kan vi bruke invarians av tidromsintervallet? Isåfall hvordan?

Jeg har tenkt litt over det og har kanskje en ide

Vi vet hvor langt det er mellom f.eks. event A og C i både tid og rom i togsystemet, enig? Dvs. vi kjenner både $\Delta x'_{AC}$ og $\Delta t'_{AC}$ i togsystemet, dermed kan vi vel enkelt finne $\Delta s' = \sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2}$?

høres rimlig ut det ja...



Hva så med tidspunktene t_B og t_C i bakkesystemet? Kan vi bruke invarians av tidromsintervallet? Isåfall hvordan?

Jeg har tenkt litt over det og har kanskje en ide

Vi vet hvor langt det er mellom f.eks. event A og C i både tid og rom i togsystemet, enig? Dvs. vi kjenner både $\Delta x'_{AC}$ og $\Delta t'_{AC}$ i togsystemet, dermed kan vi vel enkelt finne $\Delta s' = \sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2}$?

høres rimlig ut det ja...

Kan du regne ut tidromsintervallet mellom event A og event C i meter?

ok, done...



Hva så med tidspunktene t_B og t_C i bakkesystemet? Kan vi bruke invarians av tidromsintervallet? Isåfall hvordan?

Jeg har tenkt litt over det og har kanskje en ide

Vi vet hvor langt det er mellom f.eks. event A og C i både tid og rom i togsystemet, enig? Dvs. vi kjenner både $\Delta x'_{AC}$ og $\Delta t'_{AC}$ i togsystemet, dermed kan vi vel enkelt finne $\Delta s' = \sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2}$?

høres rimlig ut det ja...

Kan du regne ut tidromsintervallet mellom event A og event C i meter?

ok, done...



Hva så med tidspunktene t_B og t_C i bakkesystemet? Kan vi bruke invarians av tidromsintervallet? Isåfall hvordan?

Jeg har tenkt litt over det og har kanskje en ide

Vi vet hvor langt det er mellom f.eks. event A og C i både tid og rom i togsystemet, enig? Dvs. vi kjenner både $\Delta x'_{AC}$ og $\Delta t'_{AC}$ i togsystemet, dermed kan vi vel enkelt finne $\Delta s' = \sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2}$?

høres rimlig ut det ja...

Kan du regne ut tidromsintervallet mellom event A og event C i meter?

ok, done...

Fikk du $\Delta s' = \sqrt{(6\text{m})^2 - 0^2} = 6\text{m}$?

det må det bli!



Hva så med tidspunktene t_B og t_C i bakkesystemet? Kan vi bruke invarians av tidromsintervallet? Isåfall hvordan?

Jeg har tenkt litt over det og har kanskje en ide

Vi vet hvor langt det er mellom f.eks. event A og C i både tid og rom i togsystemet, enig? Dvs. vi kjenner både $\Delta x'_{AC}$ og $\Delta t'_{AC}$ i togsystemet, dermed kan vi vel enkelt finne $\Delta s' = \sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2}$?

høres rimlig ut det ja...

Kan du regne ut tidromsintervallet mellom event A og event C i meter?

ok, done...

Fikk du $\Delta s' = \sqrt{(6\text{m})^2 - 0^2} = 6\text{m}$?

det må det bli!



Hva så med tidspunktene t_B og t_C i bakkesystemet? Kan vi bruke invarians av tidromsintervallet? Isåfall hvordan?

Jeg har tenkt litt over det og har kanskje en ide

Vi vet hvor langt det er mellom f.eks. event A og C i både tid og rom i togsystemet, enig? Dvs. vi kjenner både $\Delta x'_{AC}$ og $\Delta t'_{AC}$ i togsystemet, dermed kan vi vel enkelt finne $\Delta s' = \sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2}$?

høres rimlig ut det ja...

Kan du regne ut tidromsintervallet mellom event A og event C i meter?

ok, done...

Fikk du $\Delta s' = \sqrt{(6\text{m})^2 - 0^2} = 6\text{m}$?

det må det bli!

Vi kjenner altså tidromsintervallet mellom eventene! I bakkesystemet kjenner vi kun den romlige avstanden mellom A og C, men ikke tidsintervallet. Kan du bruke invarians av tidromsintervallet til å finne t'_C ?

La meg tenke og regne bittelitt her...



Vi vet at Δs er den samme i begge referanssystemer, altså den er 6m.
Altså har vi også at

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 = (t_C - t_A)^2 - (x_C - x_A)^2$$

Men her er vel alt unntatt t_C kjent? Løser vi for t_C her får vi

$$t_C = \sqrt{(8\text{m})^2 + (6\text{m})^2} = 10\text{m}$$

Enig?

OK!



Ofta er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

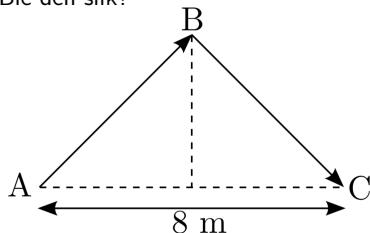
Ok, jeg har gjort det



Ofta er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

Ok, jeg har gjort det

Ble den slik?



der høyden er 3m?

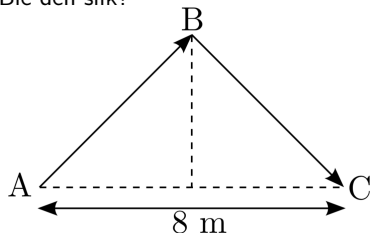
Jepp!



Ofta er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

Ok, jeg har gjort det

Ble den slik?



der høyden er 3m?

Jepp!



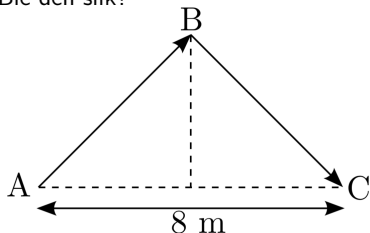
Ofta er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

Ok, jeg har gjort det

denne avstanden? Tilsvarende for A til C?

Ok, jeg har regnet

Ble den slik?



der høyden er 3m?

Jepp!

Streken fra A til B er jo avstanden som lyset har tilbakelagt fra A til B. Kan du bruke geometri på figuren til å finne



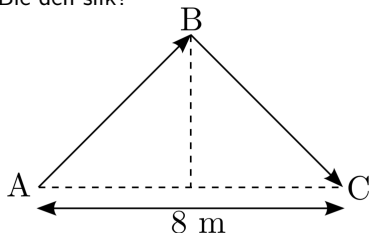
Ofta er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

Ok, jeg har gjort det

denne avstanden? Tilsvarende for A til C?

Ok, jeg har regnet

Ble den slik?



der høyden er 3m?

Jepp!

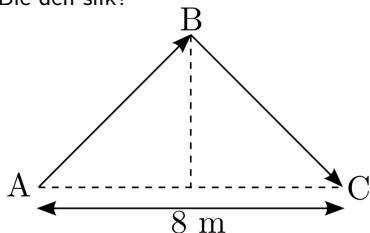
Streken fra A til B er jo avstanden som lyset har tilbakelagt fra A til B. Kan du bruke geometri på figuren til å finne



Ofte er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

Ok, jeg har gjort det

Ble den slik?



der høyden er 3m?

Jepp!

Streken fra A til B er jo avstanden som lyset har tilbakelagt fra A til B. Kan du bruke geometri på figuren til å finne

denne avstanden? Tilsvarende for A til C?

Ok, jeg har regnet

Ble det $\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 5m$ for både A til B og B til C? Dermed har lyset totalt tilbakelagt en avstand på

$2\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 10m$ fra A til C?

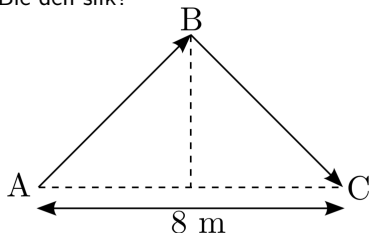
Enig!



Ofta er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

Ok, jeg har gjort det

Ble den slik?



der høyden er 3m?

Jepp!

Streken fra A til B er jo avstanden som lyset har tilbakelagt fra A til B. Kan du bruke geometri på figuren til å finne

denne avstanden? Tilsvarende for A til C?

Ok, jeg har regnet

Ble det $\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 5m$ for både A til B og B til C? Dermed har lyset totalt tilbakelagt en avstand på

$2\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 10m$ fra A til C?

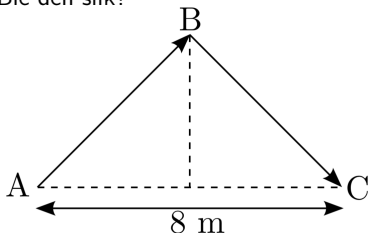
Enig!



Ofta er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

Ok, jeg har gjort det

Ble den slik?



der høyden er 3m?

Jepp!

Streken fra A til B er jo avstanden som lyset har tilbakelagt fra A til B. Kan du bruke geometri på figuren til å finne

denne avstanden? Tilsvarende for A til C?

Ok, jeg har regnet

Ble det $\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 5m$ for både A til B og B til C? Dermed har lyset totalt tilbakelagt en avstand på $2\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 10m$ fra A til C?

Enig!

Men hvor lang tid bruker lys på å bevege seg en avstand 10m? (angi svaret i meter)

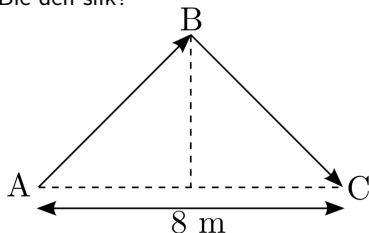
Ja, det må vel være...



Ofta er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

Ok, jeg har gjort det

Ble den slik?



der høyden er 3m?

Jepp!

Streken fra A til B er jo avstanden som lyset har tilbakelagt fra A til B. Kan du bruke geometri på figuren til å finne

denne avstanden? Tilsvarende for A til C?

Ok, jeg har regnet

Ble det $\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 5m$ for både A til B og B til C? Dermed har lyset totalt tilbakelagt en avstand på $2\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 10m$ fra A til C?

Enig!

Men hvor lang tid bruker lys på å bevege seg en avstand 10m? (angi svaret i meter)

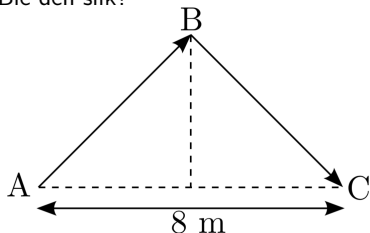
Ja, det må vel være...



Ofte er dette eneste måte å løse problemet på, men i dette tilfellet her finnes det en annen som gir litt mer innsikt i problemstillingen. Prøv å tegne hele lysstrålen fra A til C i labsystemet. Sett mål på alle lengder på tegningen.

Ok, jeg har gjort det

Ble den slik?



der høyden er 3m?

Jepp!

Streken fra A til B er jo avstanden som lyset har tilbakelagt fra A til B. Kan du bruke geometri på figuren til å finne

denne avstanden? Tilsvarende for A til C?

Ok, jeg har regnet

Ble det $\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 5m$ for både A til B og B til C? Dermed har lyset totalt tilbakelagt en avstand på $2\sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 10m$ fra A til C?

Enig!

Men hvor lang tid bruker lys på å bevege seg en avstand 10m? (angi svaret i meter)

Ja, det må vel være...

...10 meter det? Et tidsintervall på 10 meter var jo definert som tiden lyset bruker på å tilbakelegge 10 m, det var slik vi regnet om tidsintervaller til meter. Men da har vi også funnet hvor lang tid det tar fra event A til event C i labsystemet, nøyaktig samme svar som vi fikk med å regne invarians av tidromsintervallet på forrige side. Alt er

konsistent!

Neste side



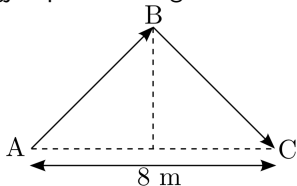
La du merke til hvordan dette eksemplet viser direkte hvorfor lyshastighetens invarians gjør at tiden må gå forskjellig i de to referansesystemene? Dette er noe det nærmeste du kan komme å få en intuisjon for hvorfor tiden må gå forskjellig så følg nøye med:

- I togsystemet går lysstrålen rett opp en avstand 3 meter fra event A til event B. Tiden mellom disse to hendelsene i toget kan altså ikke ta lenger enn 3 meter med tid.
- I bakkesystemet ser vi at lysstrålen danner hypotenusen i en trekant og dermed får en avstand å gå på 5 meter fra den blir sendt ut i event A til den når taket i event B. Altså vil det for en observatør på bakken ta 5 meter med tid fra A til B skjer i toget. På bakken må vi altså se at det tar lenger tid mellom ting som skjer i toget fordi toget har en hastighet og at lyshastigheten er den samme for begge systemer.



Vi kan bruke dette til å finne tolkninger av tidromsintervallet. **La du merke til at i togsystemet så var tidromsintervallet lik tidsintervallet mellom A og C?** Dette var fordi den romlige avstanden mellom A og C var 0, dvs. eventene A og C skjedde på samme sted i togsystemet. Derfor blir dette resultatet generelt: **For to eventer som skjer på samme posisjon i et referansesystem, så er tidromsintervallet det samme som tidsintervallet mellom disse to eventene i det referansesystemet.**

Kikk igjen på denne figuren:



kun på trekanten til venstre fra A til B. Vi ble enige om at hypotenusen i denne trekanten er tidsintervallet mellom A og B i labsystemet. **Er du også med på at grunnlinjen her (altså frem til midten) er den romlige avstanden (langs x-aksen, bevegelsesretningen) mellom disse to eventene? Og høyden i denne trekanten blir da tidromsintervallet.** Dette er den generelle sammenhengen mellom disse 3 komponentene, romlig avstand, tidsintervall og tidromsintervall. **De kan representeres som sider i en rettvinklet trekant.** Siden tidsintervallet er hypotenusen kan vi slutte at dette alltid vil være større enn eller lik både tidromsintervallet og det romlige intervallet. **Unntaket er når tidromsintervallet er imaginært, noe det kan være, det kommer vi tilbake til senere.**

Forrige side

Kaffe allerede nå?



Jepp, og ta gjerne dobbelt dose. Resten av denne forelesningen trenger **din fulle konsentrasjon!** Spesielt krever den at du faktisk driver og regner litt på papir. Hvis du ikke er i humør til det nå, vent til en annen gang, ellers får du ikke noe ut av dette. Vi skal ta en liten pause underveis for at du får puste litt.

Hfuuuffffhhht (lyden av dyp innpust)...

Forrige side

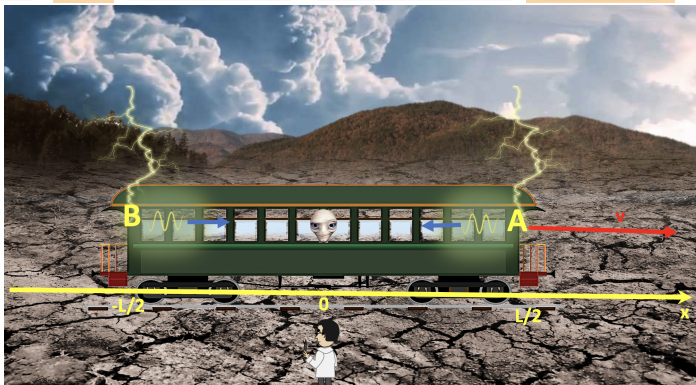
Nytt tema:

Eksempel 2

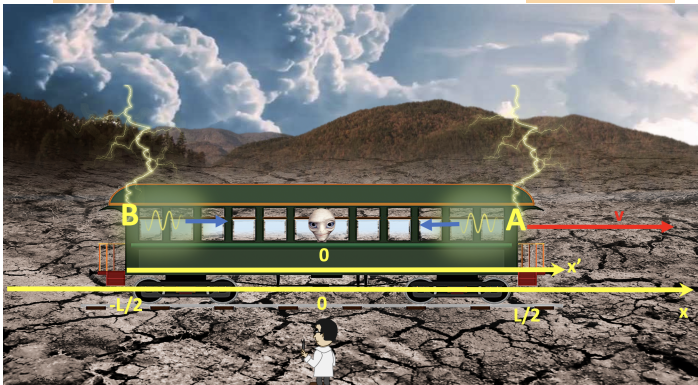
Siste tema i denne forelesningen!

Dette eksemplet har du allerede regnet på. Venninnen vår på toget og professoren som står på utsiden, og så slår lynet ned...

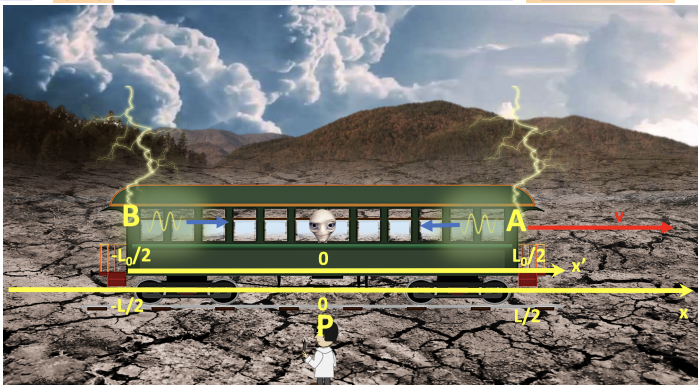
Sett igang!



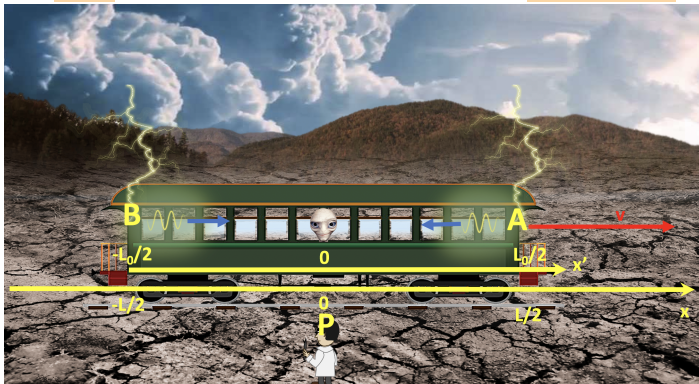
Så var vi her igjen da! Men nå kjenner vi relativitetsteorien og skal gjøre regningene skikkelig! Og så får vi faktisk noen generelle og interessante resultater med på kjøpet. Er du klar? **Ja!**



På forrige forelesning fikk vi altså til slutt vite **i hvilket** referansesystem de to lynnedslagene var samtidige. De slo ned samtidig foran og bak i toget på tidspunktet da vi startet stoppeklokkene $t = 0$ i labsystemet. Men i togets referansesystem var disse ikke samtidige. Det betyr at minst et av disse lynnedslagene ikke skjedde i det øyeblikket origo på de to aksene var i samme posisjon, altså i det øyeblikk professoren og passasjeren hadde mulighet til raskt å håndhelse i det toget farer forbi (som også er det øyeblikket at stoppeklokkene i **begge** referansesystemene ble startet på $t = t' = 0$.)



Vi skal nå innføre nok et event, event P som er nettopp at professor O og passasjer P håndhilser, da origo i de to systemene var i samme x-posisjon og begge stoppeklokker nullstilles. Igjen så er dette **origoeventet**. Vi ser eventet nå tegnet inn på bildet. Dette eventet skjer altså i origo i begge systemer, som da har samme x-koordinat i dette øyeblikket. Nå som togsystemet har egen tid, må vi også åpne for at avstander kan måles forskjellig slik at vi nå kaller lengden av toget i togsystemet for L_0 som altså kan være forskjellige fra L målt i labsystemet.

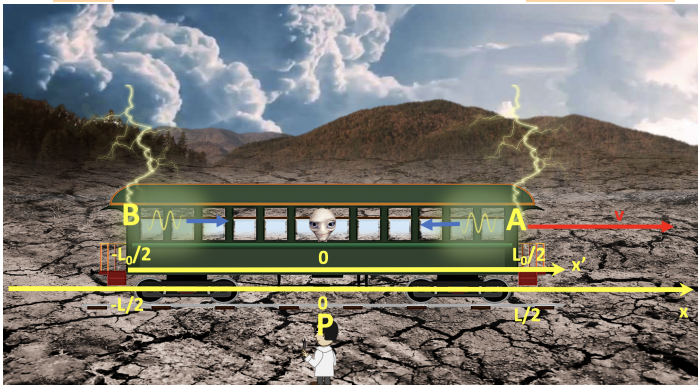


Det vi nå ønsker å finne er:

- hva er lengden L_0 av toget i togsystemet? (gitt at vi kjenner L i labsystemet)
- Ved hvilke tidspunkt t'_A og t'_B skjer de to lynnedslagene i togsystemet, altså målt på toget sin klokke? (vi vet jo nå når de skjer i labsystemet)

For å løse dette trenger vi, som alltid i denne type oppgave, å først skrive opp posisjon og tidspunkt til alle kjente hendelser, A, B og P i begge referansesystem.

Neste side



Nå begynner jobben: Ta et stykke papir, lag en tabell med posisjoner og tidspunkter i merket og umerket system for alle tre hendelser. De skal uttrykkes kun ved den kjente størrelsen L samt de ukjente størrelsene L_0 , t'_A og t'_B . Ikke gå videre før du har det.

Neste side



Fikk du:

P

$$X_P = 0 \quad t_P = 0$$

$$X'_P = 0 \quad t'_P = 0$$

A

$$X_A = L/2$$

$$t_A = 0$$

$$X'_A = L_0/2$$

$$t'_A = t_A?$$

B

$$X_B = -L/2$$

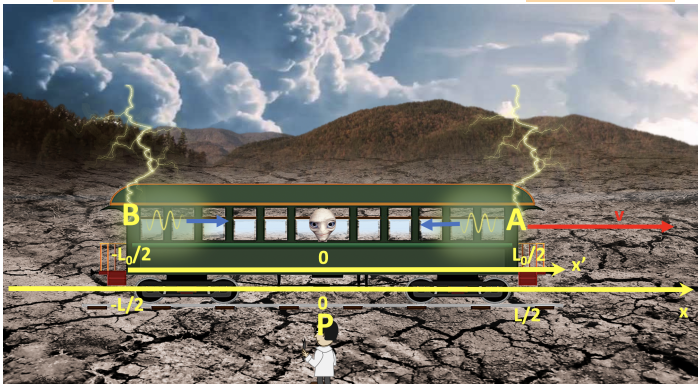
$$t_B = 0$$

$$X'_B = -L_0/2$$

$$t'_B = t_B?$$

Hvis ikke, eller hvis du er i tvil om noe, se hvordan vi kommer frem til dette i [denne videoen](#).

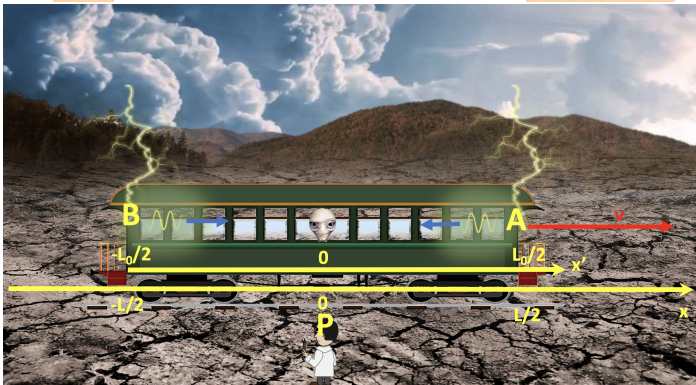
Neste side



Vi har tre ukjent, L_0 , t'_A og t'_B , og trenger dermed tre likninger for å kunne finne disse. Vi vet nå at vi har en superviktig informasjon: tidromsintervallet er den samme i alle referansesystemer. Det vil si at Δs er den samme i merket og umerket system for alle kombinasjoner av avstander mellom eventer. Ta nå utgangspunkt i avstanden mellom eventene A og B, sett opp invarians av tidromsintervallet og se om du kan komme frem til at:

$$L^2 = L_0^2 - (t'_A - t'_B)^2$$

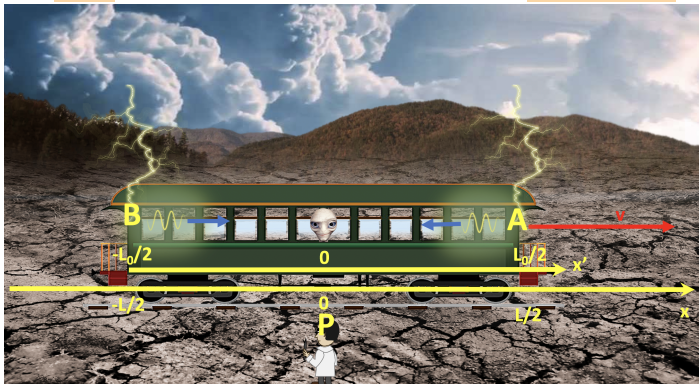
Som er en av de tre likningene vi trenger. Fikk du det ikke til, ta en titt på



Vi finner en likning til ved å bruke avstanden mellom eventene A og P, sett opp invarians av tidromsintervallet og se om du kan komme frem til at:

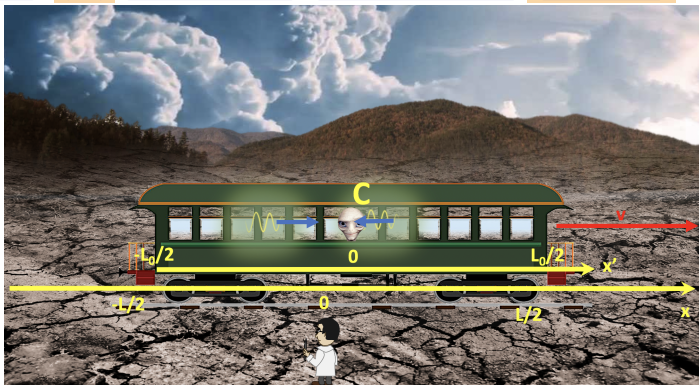
$$(L/2)^2 = (L_0/2)^2 - (t'_A)^2$$

Som er den andre av de tre likningene vi trenger. Fikk du det ikke til, ta en titt på [denne videoen](#).



Nå er det fristende å bruke avstanden mellom B og P for å finne den 3. likningen. Dessverre, siden vi allerede har brukt alle disse eventene, så gir ikke dette oss noen ny informasjon. Dette er en typisk situasjon: da må vi finne oss et event til, **men** vi må passe på at dette eventet ikke gir oss en ekstra ukjent, for da er vi like langt. Kan du tenke deg et slikt event her?

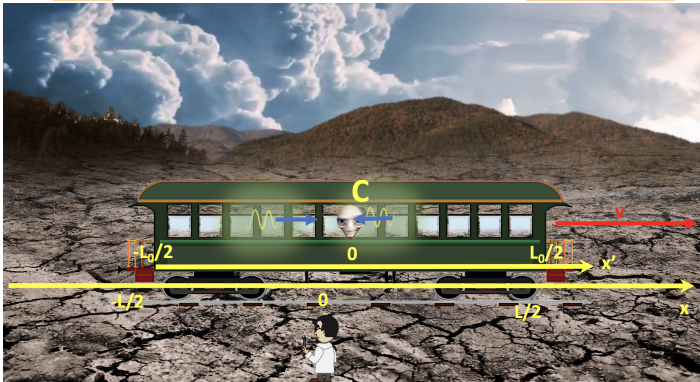
Neste side



Husker du event C og D fra første forelesning? Eventene når passasjer P ser de to lysglimtene? Kunne vi bruke en eller begge av disse? Det kunne jo til og med være interessant å vite hvilke tidspunkt disse skjer på. **Det er jo f.eks. interessant å vite om passasjer P ser lysglimtene fra lynene før eller etter at professor O hilser på passasjer P!** Men hva er posisjonene og tidspunktene til event C og D? Tidspunktene i labsystemet som vi fant i forelesning 1 er vel enda riktige? Og tankegangen der for å finne disse tidspunktene i togsystemet kan vi vel også bruke?



Eksempel 2



Tenk gjennom hvordan du kan finne posisjoner og tidspunkter til event C og D i begge referansesystemer og skriv disse opp i en tabell. Bruk gjerne tenkemåten fra forelesning 1. Ikke gå videre før du har fylt ut tabellen.

Neste side

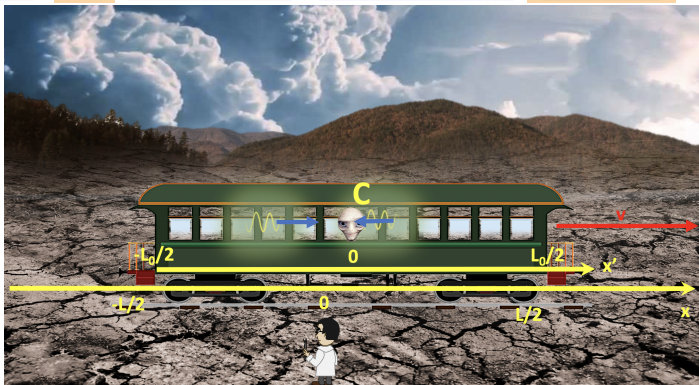


Fikk du:

$$\begin{array}{l}
 \text{(C)} \quad X_C = V \frac{L/2}{1+V} \quad t_C = \frac{L/2}{1+V} \\
 \quad \quad X'_C = 0 \quad \quad \quad t'_C = t'_A + \frac{L_0}{2} \\
 \text{(D)} \quad X_D = V \frac{L/2}{1-V} \quad t_D = \frac{L/2}{1-V} \\
 \quad \quad X'_D = 0 \quad \quad \quad t'_D = t'_B + \frac{L_0}{2}
 \end{array}$$

Hvis ikke, eller hvis du er i tvil om noe, se hvordan vi kommer frem til dette i [denne videoen](#).

Neste side



La oss nå finne den 3. likningen vår ved å bruke avstanden mellom eventene C og P (P er et veldig praktisk event å bruke siden alt er 0 og vi får finere likninger), sett opp invarians av tidromsintervallet og se om du kan komme frem til at:

$$\frac{(L/2)^2}{(1+v)^2}(1-v^2) = (t'_A + L_0/2)^2$$

Som er den siste av de tre likningene vi trenger. Fikk du det ikke til, ta en titt på

Forrige side

Kakaopause



Kulda setter inn, og litt kakao må man kunne kose seg med oppi all denne abstrakte tenkingen og regningen. For å prøve å se den 4 dimensjonen anbefales det å bruke denne pausen til å stå på hodet (jeg mener det, vel, ihvertfall for å få litt blod til hodet). Bruk veggen til hjelp. Og en tur i frisk luft er absolutt påkrevet før du går videre. Ikke finn på å fortsette før hodet er klart igjen!

Ok, ok, tankene er klarnet...



Vi har altså fått disse 3 likningene med 3 ukjente:

$$L^2 = L_0^2 - (t'_A - t'_B)^2 \quad (1)$$

$$(L/2)^2 = (L_0/2)^2 - (t'_A)^2 \quad (2)$$

$$\frac{(L/2)^2}{(1+v)^2} (1-v^2) = (t'_A + L_0/2)^2 \quad (3)$$

Sett inn for L i likning (3) fra likning (2). Da skulle du få to mulige løsninger for t'_A .

Hvilke? **Wow, det blir litt lang regning...**



Vi har altså fått disse 3 likningene med 3 ukjente:

$$L^2 = L_0^2 - (t'_A - t'_B)^2 \quad (1)$$

$$(L/2)^2 = (L_0/2)^2 - (t'_A)^2 \quad (2)$$

$$\frac{(L/2)^2}{(1+v)^2} (1-v^2) = (t'_A + L_0/2)^2 \quad (3)$$

Sett inn for L i likning (3) fra likning (2). Da skulle du få to mulige løsninger for t'_A .

Hvilke? **Wow, det blir litt lang regning...**

Fikk du:

$$t'_A = -L_0/2$$

$$t'_A = -vL_0/2$$

??? Men kun en løsning kan være riktig. Kan du se at det er noe veldig ufysisk med en av disse løsningene? (hint: hva betyr t'_A ? Hva blir t'_C gitt disse løsningene? Og hva er tolkningen av det?) **Jeg har tenkt litt!**



Vi har altså fått disse 3 likningene med 3 ukjente:

$$L^2 = L_0^2 - (t'_A - t'_B)^2 \quad (1)$$

$$(L/2)^2 = (L_0/2)^2 - (t'_A)^2 \quad (2)$$

$$\frac{(L/2)^2}{(1+v)^2} (1-v^2) = (t'_A + L_0/2)^2 \quad (3)$$

Sett inn for L i likning (3) fra likning (2). Da skulle du få to mulige løsninger for t'_A .

Hvilke? **Wow, det blir litt lang regning...**

Fikk du:

$$t'_A = -L_0/2$$

$$t'_A = -vL_0/2$$

??? Men kun en løsning kan være riktig. Kan du se at det er noe veldig ufysisk med en av disse løsningene? (hint: hva betyr t'_A ? Hva blir t'_C gitt disse løsningene? Og hva er tolkningen av det?) **Jeg har tenkt litt!**



Vi har altså fått disse 3 likningene med 3 ukjente:

$$L^2 = L_0^2 - (t'_A - t'_B)^2 \quad (1)$$

$$(L/2)^2 = (L_0/2)^2 - (t'_A)^2 \quad (2)$$

$$\frac{(L/2)^2}{(1+v)^2} (1-v^2) = (t'_A + L_0/2)^2 \quad (3)$$

Sett inn for L i likning (3) fra likning (2). Da skulle du få to mulige løsninger for t'_A .

Hvilke? **Wow, det blir litt lang regning...**

Fikk du:

$$t'_A = -L_0/2$$

$$t'_A = -vL_0/2$$

??? Men kun en løsning kan være riktig. Kan du se at det er noe veldig ufysisk med en av disse løsningene? (hint: hva betyr t'_A ? Hva blir t'_C gitt disse løsningene? Og hva er tolkningen av det?) **Jeg har tenkt litt!**

Løsningen $t_A = -L_0/2$ er ufysisk. Hvis du er usikker, både på hvordan vi kom frem til disse to løsningene og hvorfor den ene løsningen er ufysisk, se på [denne videoen](#). (Merk at videoen har lang og stygg regning, hvis du ikke er interessert i detaljer, spol frem til tolkning av det ufysiske resultatet) **Neste side**



Vi har altså

$$L^2 = L_0^2 - (t'_A - t'_B)^2 \quad (4)$$

$$(L/2)^2 = (L_0/2)^2 - (t'_A)^2 \quad (5)$$

$$\frac{(L/2)^2}{(1+v)^2} (1-v^2) = (t'_A + L_0/2)^2 \quad (6)$$

og vet nå at $t_A = -vL_0/2$. Kan du se hvordan vi kan gå videre og finne et uttrykk for t'_B og en sammenheng mellom L og L_0 ? I [denne videoen](#) ser du hvordan det kan gjøres. (Merk at det igjen er litt stygg regning i starten, spol frem hvis du ikke er interessert). Du får også en tolkning av L_0 som **hvilelengden** eller **egenlengden** av toget (på engelsk: proper length). Dette er et begrep som du må kjenne til og forstå. [Neste side](#)



Vi fikk altså som resultat at:

$$t'_A = -vL_0/2$$

$$t'_B = vL_0/2$$

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2} = \frac{L_0}{\gamma}$$

Vi ser altså at lyet A i togsystemet slo ned **før** $t' = 0$ mens B slo ned **etter** $t' = 0$, og symmetrisk om $t' = 0$. Vi ser sammenhengen mellom lengden L av et objekt i bevegelse og lengden L_0 av det samme objektet i hvilesystemet til dette objektet, altså systemet der dette objektet er i ro. Vi har også introdusert Lorentzfaktoren her:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}$$

Forrige side



side 37 av 40

Eksempel 2

PADLET

Nå kan vi også finne t'_C og t'_D og tolke disse. Det gjør vi [i denne videoen her](#) samtidig som vi der også finner en sammenheng mellom et tidsintervall i to referansesystemer. Vi ser spesifikt på sammenhengen mellom intervallet Δt_{CD} i labsystemet og $\Delta t'_{CD}$ i togsystemet. Altså hvor lang tid det tok fra lysglimt fra A traff P til lysglimt fra B traff P, målt i det ene og det andre referansesystemet. Et tidsintervall mellom to eventer i det referansesystemet der disse to eventene skjer på samme koordinat, slik som C og D i togsystemet i dette tilfellet, kalles **egentiden** (engelsk: proper time). Det var denne som vi i forrige eksempel (eksempel 1) fant til å være like tidromsintervallet.

Neste side



I [denne videoen](#) gjør vi en enklere og mer generell utledning av sammenhengen mellom et tidsintervall målt i to ulike referansesystemer. Vi kommer frem til nøyaktig samme svar som mellom C og D på forrige side, men dette blir da helt generelt og kan skrives

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

der vi igjen har Lorentzfaktoren

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}$$

Utledningen i denne videoen bør du kunne ta på strak arm på en eksamen. Merk igjen også dette med **egentiden**, tidsintervallet mellom de to eventene i det systemet der eventene skjer i samme posisjon. **Du så i denne videoen at denne egentiden er lik tidromsintervallet.** Dette kan hjelpe oss å få litt mer forståelse for hva tidromsintervallet er. [Neste side](#)

Forrige side



side 39 av 40

Eksempel 2

PADLET

Vi har så langt i AST2000 ikke snakket om Lorentztransformasjonene som du kjenner fra før. Disse kan utledes fra invarians av tidromsintervallet, og det skal du gjøre i en av ukeoppgavene/prosjektdelene. I del 2B skal vi bruke disse noe mer, så i [denne videoen](#) blir det en kort repetisjon på bruken av disse samt begrensninger på bruken av disse. De er nemlig **ikke allmengyldige**, de må brukes med stor forsiktighet. Invarians av tidromsintervallet derimot er **alltid** oppfylt.

Neste side



Du er nå klar til å løse oppgavene i relativitetsteorien: Mange av relativitetsoppgavene bruker 3D-animasjoner. Du bør nå lese avsnitt 7 “Introduction to MCAst” i [de vanlige forelesningsnotatene for del 2A](#). Der får du vite hvordan du henter og starter disse animasjonene med xml-filer. Skulle du ha noen problemer med det, kan dere som er på standardløpet også finne mp4-video av disse animasjonene på semestersiden under “standardløpet” (kvaliteten blir likevel mye bedre hvis dere kjører xml-filer i MCAst!). Dere på prosjekt trenger å lage xml-filer selv og kan ikke bruke standardløp mp4-videoene (med et unntak som beskrevet i prosjektdel). [Neste side](#)



bør nå:

- kjenne bakgrunnen for den spesielle relativitetsteorien og forskjellen mellom klassisk relativitet og Einsteins spesielle relativitet.
- forstå hva det betyr at samtidighet er relativt og hvilke konsekvenser dette har
- kunne sette opp lister av posisjoner og tidspunkter til eventer i forskjellige referansesystemer
- kunne forklare hva det betyr at tidromsintervallet er invariant og bruke dette til å transformere posisjoner og tidspunkter fra et referansesystem til et annet.
- vite hva egenlengde og egentid er og sammenhengen mellom disse og lengder og posisjoner målt i et gitt referansesystem.
- vite hva Lorentztransformasjonene er og hvordan de brukes

Flott hvis du nå kan klikke på smilefjesene over og fortelle hva du synes om dette interaktive forelesningsnotatet. Hva var bra og nøyaktig hva kan forbedres? All ris og ros mottas med takk!