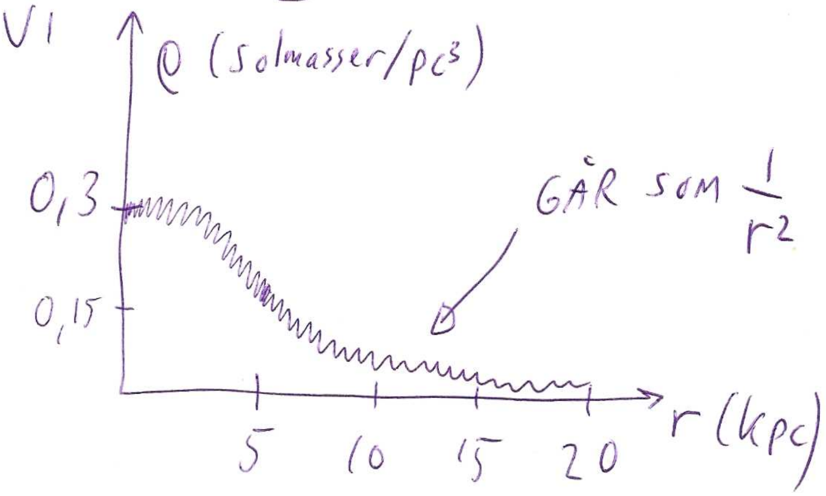
FASIT MIDTVEISEKSAMEN 2009

1.1) GALAKSESENTERET HAR KUN EGENBEVEGELSE I FORHOLD TIL OSS. LESER DERFOR AV $V(r)$ VED $r=0$ OG FINNER $V=-50\ km/s$ MOT OSS.

1.2) VI SER AT KURVEN IKKE FALLER AV SLIK DEN HADDE GJORT HVIS ALL MATERIE HADDE VÆRT SAMLET I DE SENTRALE DELENE AV GALAKSEN. FORDELINGEN AV STJERNER I GALAKSER INDIKERER AT MASSEN ER SAMLET I DE SENTRALE DELENE, MEN FOR AT ROTASJONSKURVEN SKAL HOLDE SEG FLAT MÅ DET VÆRE MER ~~ET~~ MATERIE TIL STEDE I DE YTRE LAGENE SOM BIDRAR TIL GRAVITASJONSKREFTENE. SIDEN VI IKKE KAN SE DENNE MATERIEN KALLER VI DET MØRK MATERIE. MYE TYDER PÅ AT DET ER IKKE-BARYONSK MATERIE, DVS. AT DEN REAGERER VELDIG SVAKT (ELLER IKKE I DET HELE TATT) MED VANLIG MATERIE OG DERFOR IKKE SENDER UT LYS. MØRK MATERIE SER UT TIL Å VÆRE KOLLISJONSLØS OG VÆRE IKKE-RELATIVISTISKE PART. (KALD MØRK MATERIE). DEN ER AV DEN GRUNN SFÆRISK SYMM. FORDELT I GALAKSENE

1.3) VI SER AT FOR $r=0$ SÅ ER $\rho=\rho_0$. VI SER OGSÅ AT FOR STORE r SÅ GÅR $\rho \propto \frac{1}{r^2}$. SAMTIDIG SÅ HAR TETTHETEN FALT TIL DET HALVE $\rho = \frac{\rho_0}{2}$ VED $r=R$. DA FÅR VI



1.4) MINSTE KVADRATERS METODE GÅR UT PÅ Å FINNE FORSKJELLEN MELLOM OBSERVERTE DATA OG EN MODELL FOR DISSE OBSERVASJONENE OG MINIMALISERE DENNE FORSKJELLEN. MAN PRØVER FORSKJELLIGE MODELLER, I DETTE TILFELLET FORSKJELLIGE ρ_0 OG R OG FINNER DE ρ_0 OG R SOM GIR MINST FORSKJELL MELLOM MODELL OG OBSERVASJON FOR Å VELGE HVILKE VERDIER AV ρ_0 OG R MAN SKAL PRØVE, SÅ PRØVER MAN SEG FREM SLIK AT MAN FINNER INTERVALLER $R=[R_{min}, R_{max}]$ OG $\rho_0=[\rho_0^{min}, \rho_0^{max}]$ SLIK AT MAN ER

FORTS. AV 1.4

SIKKER DÅ AT DE VIRKELIGE VERDIENE FOR R OG ρ_0 LIGGER I DISSE INTERVALLENE FOR Å KNYTTE OBSERVASJONENE AV $v(r)$ OPP TIL TETTHETEN SÅ BRUKER VI FORMELEN

$$\rho(r) = \frac{v^2(r)}{4\pi G r^2}$$

SOM ER UTLEDET UNDER ANTAKELSEN OM EN SFÆRISK SYMMETRISK MASSEFORDELING

KODE

VI VELGER N_R VERDIER FOR R OG N_ρ VERDIER FOR ρ_0, FØRSTE VERDI R_{min} OG ρ_0^{min}. DISSE HAR VI FUNNET VED Å PRØVE OSS FREM

(1) DEFINER ARRAY $\Delta(N_R, N_\rho)$

(2) FOR $i = 0, N_R - 1$

(3) $R = R_{min} + \frac{R_{max} - R_{min}}{N_R - 1} i$

(4) FOR $j = 0, N_\rho - 1$

(5) $\rho_0 = \rho_0^{min} + \frac{\rho_0^{max} - \rho_0^{min}}{N_\rho - 1} j$

(6) $\Delta(i,j) = \sum\limits_{\text{OBSERVERTE}} \left[\frac{v^2(r)}{4\pi G r^2} - \frac{\rho_0}{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2}\right]^2$

FORTS. 1.4

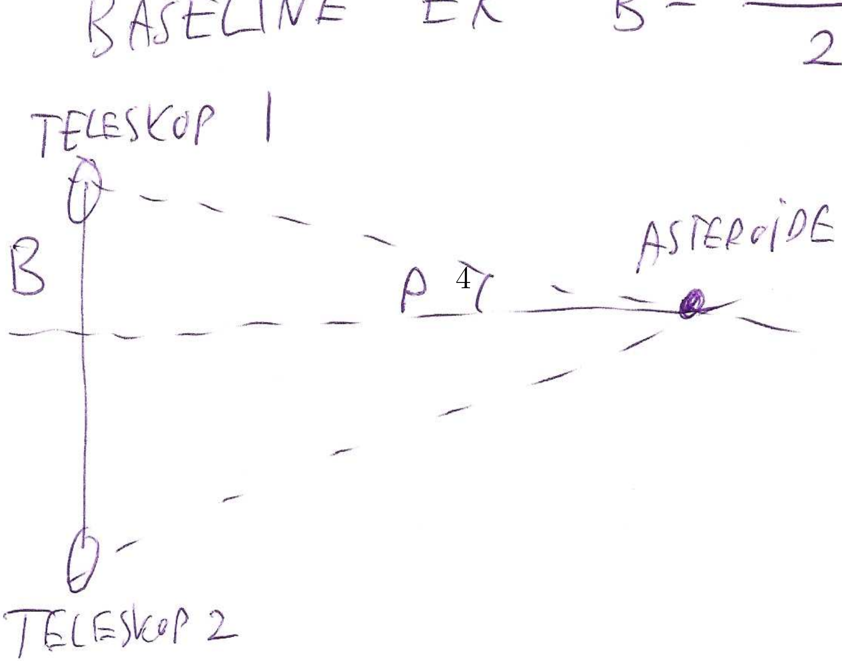
(7) AVSLUTT LØKKENE OVER ~~[illegible]~~ (i, j)

(8) FINN FOR HVILKE i OG j AT Δ ER MINIMAL.

(9) GJØR OM i^{min} OG j^{min} TIL R og θ_0 SLIK SOM I LINJE (3) OG (5).

2.1 a) VI SER FRA FIGUREN AT ASTEROIDEN HAR EN PARALLAKSE PÅ CA. 0,5". DETTE TILSVARER EN PARALLAKSEVINKEL PÅ $p \approx 0{,}25''$.

BASELINE ER $B = \frac{6000\,\text{km}}{2} = 3000\,\text{km}$



FORTS. AV 2.1a

Parallaksevinkelen er gitt ved
$p \approx \frac{B}{d}$ hvor p og B er
tegnet på figuren over og d er avstand

Da får vi $d = \frac{3000 km}{\frac{0{,}25''}{3600 \cdot 180} \cdot \pi} \approx \underline{\underline{16.5 AU}}$

2.1b) Vi ser fra bildet at asteroiden har beveget seg 3'' i løpet av en time. Hvis avstanden er 16,5AU så kan vi bruke liten-vinkel formelen til å finne den fysiske avstanden som den har beveget seg $s = \theta \cdot d = \frac{3''}{3600 \cdot 180} \cdot \pi \cdot 16{,}5 AU$

$\approx \underline{36 \cdot 10^6 m}$

Hastigheten i tang. retn. blir $V_t = \frac{36 \cdot 10^6 m}{1h}$

$\approx \underline{\underline{10\ km/s}}$

Vi ser at spektrallinjen er forskøvet fra 425,11 nm til ca. 425,10 nm pga Doppler-effekten.

FORTS. AV ~~2.~~ 2.1b

VI FÅR DA $V_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c = \frac{425{,}10\,nm - 425{,}11\,nm}{425{,}11\,nm} c$

$\approx \underline{-7\ km/s}$

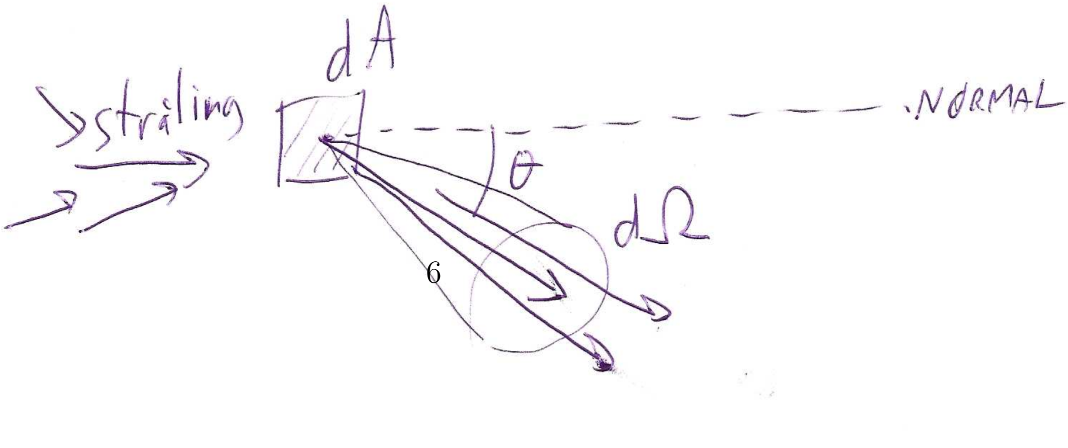
MINUSTEGNET BETYR AT DEN BEVEGER SEG MOT OSS (BØLGELENGDEN HAR BLITT MINDRE)

Da har vi $V = \sqrt{V_r^2 + V_t^2} \approx \underline{\underline{12{,}2\ km/s}}$

2.2) Intensitet er gitt ved

$$B(\lambda) = \frac{dE}{\cos\theta\, d\Omega\, dA\, d\lambda\, dt}$$

som er stråling som kommer gjennom et lite areal dA, en liten romvinkel $d\Omega$ i et lite bølgelengdeintervall $d\lambda$ i tidsrommet dt i retning θ:



FORTS. AV 2.2.

FLUKS ER $F(\lambda) = \frac{dE}{dA\,dt\,d\lambda}$

Vi ser at $F(\lambda) = \int \cos\theta \, B(\lambda) \, d\Omega$

$$= B(\lambda) \int \cos\theta \, d\Omega$$

$B(\lambda)$ ER IKKE AVHENGIG AV RETNING OG KAN TAES UT AV INTEGRALET.

Vi VET AT ROMVINKEL BARE ER OVERFLATE PÅ ENHETSKULA SLIK AT $d\Omega = \sin\theta \times d\theta \, d\varphi$

VI MÅ INTEGRERE OVER HELE HALVKULEN BAK ~~INTEGRALE~~ AREALET dA:

$$F(\lambda) = B(\lambda) \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \, \cos\theta \sin\theta$$

$$= B(\lambda) \, 2\pi \int_0^{\pi/2} d\theta \, \cos\theta \sin\theta, \quad u = \cos\theta$$

$$= B(\lambda) \, 2\pi (-1) \int_1^0 u \, du = \underline{B(\lambda) \, \pi}$$

Faktoren er $\underline{\underline{\pi}}$

UKJENTE STØRRELSER MARKERES MED EN RING

A: $X_A = 0,\ t_A = 0$

$X'_A = 0;\ t'_A = 0$

$X''_A = ?,\ t''_A = ?$

B: $X_B = 0;\ t_B = 5\ min.$

$X'_B = ?,\ t'_B = ?$

$X''_B = 0,\ t''_B = 0$

C: $X_C = V_2 (t_C - t_B) \quad t_C = ?$

$X'_C = ?,\ t'_C = ?$

$X''_C = 0;\ t''_C = 90\ min.$

D: $X_D = V_1 t_D,\ t_D = ?$

$X'_D = 0,\ t'_D = ?$

$X''_D = ?,\ t''_D = t''_C$

2.36) FORTS. AV 2.3

VI VET AT TIDROMSINTERVALLET Δs^2 MELLOM EVENTER ER DET SAMME I ALLE SYSTEMER. VI KAN DERFOR SETTE OPP ET SETT MED INTERVALLER MELLOM EVENTER OG SETTE $\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$ LIK HVERANDRE I FORSKJELLIGE SYSTEMER

BC: $\Delta s_{BC}^2 = \Delta s_{BC}''^2$

$$\Delta t_{BC}^2 - \Delta x_{BC}^2 = \Delta t_{BC}''^2 - \Delta x_{BC}''^2$$

$$(t_c - t_B)^2 - v_2^2 (t_c - t_B)^2 = t_c''^2$$

$$t_c - t_B = \frac{\pm t_c''}{\sqrt{1 - v_2^2}}$$

$$t_c = \frac{t_c''}{\sqrt{1 - v_2^2}} + t_B \approx \underline{\underline{158{,}5 \text{ min}}}$$

HVOR VI VELGER POSITIVT FORTEGN FORDI EVENT C SKJER ETTER EVENT B.

FORTS. AV 2.36

BD: $\Delta S_{BD}^2 = \Delta S_{BD}''^2$

$$(t_D - t_B)^2 - V_1^2 t_D^2 = t_C''^2 - X_D''^2$$

CD: $\Delta S_{CD}^2 = \Delta S_{CD}''^2$

$$(t_D - t_C)^2 - [V_1 t_D - V_2(t_C - t_B)]^2 = 0 - X_D''^2$$

FÅR $-X_D''$ FRA BD:

$$(t_D - t_C)^2 - [V_1 t_D - V_2(t_C - t_B)]^2 = (t_D - t_B)^2 - V_1^2 t_D^2 - t_C''^2$$

$$\cancel{t_D^2} - \underline{2t_D t_C} + t_C^2 \cancel{- V_1^2 t_D^2} + \underline{2V_1 V_2 t_D (t_C - t_B)} - V_2^2 (t_C - t_B)^2$$
$$= \cancel{t_D^2} + t_B^2 - \underline{2t_D t_B} \cancel{- V_1^2 t_D^2} - t_C''^2$$

$$\Rightarrow \quad t_D = \frac{t_B^2 - t_C''^2 - t_C^2 + V_2^2 (t_C - t_B)^2}{2t_B - 2t_C + 2V_1 V_2 (t_C - t_B)} \simeq \underline{\underline{164{,}1 \text{ min}}}$$

EVENT C SKJER FØR EVENT D I JORDSYSTEMET, SÅ ROMSKIP 2 SENDER UT STRÅLEN FØRST

2,3c) VI MÅ FINNE POSISJON TIL STRÅLEN FRA ROMSKIP 2 I DET EVENT D SKJER I JORDSYST. HVIS DENNE STRÅLEN HAR KOMMET FORBI ROMSKIP 1 SÅ VIL DEN TREFFE FØRST, HVIS IKKE VIL STRÅLEN FRA ROMSKIP 1 TREFFE FØRST.

POS. TIL STRÅLE FRA ROMSKIP 2 V. EVENT D:

$$X_2 = X_C + c(t_D - t_C) \approx V_2(t_C - t_B) + (t_D - t_C) \approx \underline{15{,}6\,AU}$$

DER STRÅLEN SENDES UT

STRÅLENS TILBAKELAGTE AVSTAND V. EVENT D

$$X_D = V_1 t_D \approx \underline{15{,}8\,AU}$$

VED EVENT D HADDE ENDA IKKE STRÅLEN FRA ROMSKIP 2 KOMMET TIL POSISJON X_D, SÅ STRÅLEN FRA ROMSKIP 1 TREFFER FØRST.

2.3d)