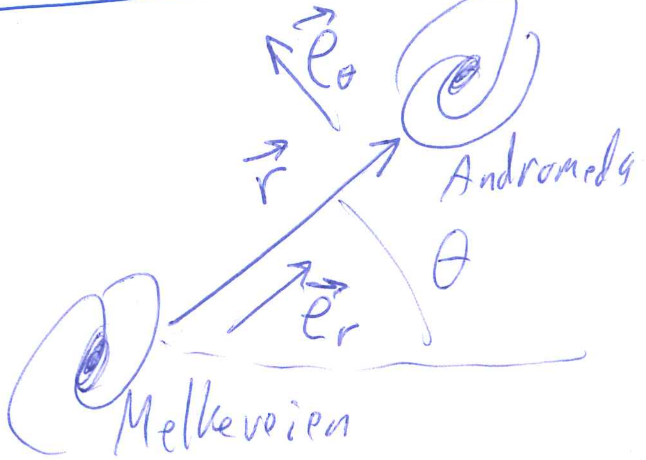
AST1100 FASIT MIDTVEISEKSAMEN 2015

1)



$$\vec{r} = r\vec{e}_r$$

$\vec{r}$ har lengde r

$\vec{r}$ peker langs $\vec{e}_r$

Hastighet er tidsderivert av pos:

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\vec{e}}_r = \underbrace{\dot{r}}_{v_r}\vec{e}_r + \underbrace{r\dot{\theta}}_{v_\theta}\vec{e}_\theta$$

$\underline{\underline{v_r = \dot{r}}}$ $\underline{\underline{v_\theta = r\dot{\theta}}}$

2) Massesenteret til galaksen vil ligge omtrent i sentrum av galaksen. Derfor leser vi av massesenterets hastighet i en distanse $= 0$ i figuren. Det gir oss $V_{cm} \simeq -250$ km/s (ser at modellkurven slutter ved -200 km/s men at det er et målepunkt helt nede ved -300 km/s)

Merk at vi her kun finner radialhastigheten.

Negativ hast. betyr at lengden av $\vec{r}$ krymper som betyr at avstanden blir mindre → beveger seg mot oss!

3) Vi ser fra fig. 3 at nesten all (2)
massen til galaksen er samlet innenfor
en avstand $r < 20$ kpc fra senteret.
Keplers 3. lov gir oss da (fra formelsamm!)

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

hvor M er totalmassen. Hastighetene
til gass-skyene rundt galaksesenteret skulle
dermed avta fra $r \approx 20$ kpc. Det faktum
at rotasjonskurven er nesten flat
må bety at totalmassen må øke når
r øker. Vi ser ingen slik økning i
stjernetettheten og må derfor slutte at det
"usynlig" materie som gir ekstra bidrag
til massen

4) Antar at det ikke er så mye mer
masse utenfor $r > 35$ kpc. Fig. 2 gir
oss ikke noe informasjon for større r
så dette er det beste vi kan gjøre.
Da vil formelen over gjelde for det
siste punktet i plottet: $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

$$\Rightarrow M = \frac{v^2 r}{G} \approx \frac{(-100-(-250))^2 (km/s)^2 \cdot 35\,kpc}{G} \simeq \underline{\underline{1.8 \cdot 10^{11} M_\odot}}$$

③

5) Liten-vinkel-formel:

$$D = \theta \cdot r$$

r ← avstand

D ← faktisk utstrekning

θ ← tilsynelatende utstrekning på himmelen

$$\theta \approx \frac{220\,000}{2{,}5 \cdot 10^6} = 0.088 \approx \underline{\underline{300'}}$$

6) Andromedas Luminositet $L = 2 \cdot 10^{11} \cdot \frac{1}{10} L_\odot = \underline{2 \cdot 10^{10} L_\odot}$

$$m_1 - m_2 = -2{,}5 \lg \frac{F_1}{F_2}$$

F_1, F_2 ← Fluks mottatt på jorda

Bruker sola som objekt 2:

Fluks er energi per tid per areal $= \frac{L}{A}$

A ← areal som energien fordeles over

$$F_1 = \frac{2 \cdot 10^{10} L_\odot}{4\pi (2{,}5 \cdot 10^6 \, ly)^2} \approx \cancel{4{,}8 \frac{L_\odot}{m^2}} \; \cancel{4{,}8 \cdot 10^{-34} \frac{L_\odot}{m^2}} \; \underline{2{,}8 \cdot 10^{-36} \frac{L_\odot}{m^2}}$$

$$F_2 = \frac{L_\odot}{4\pi (1 AU)^2} = \underline{3{,}5 \cdot 10^{-24} \frac{L_\odot}{m^2}}$$

Har at $m_2 = -26{,}7$

$$\Rightarrow \quad m_1 = -26{,}7 - 2{,}5 \lg \frac{2{,}8 \cdot 10^{-36} \; \cancel{4{,}8 \cdot 10^{-24}}}{3{,}5 \cdot 10^{-24}} = \cancel{} \; \underline{3{,}5}$$

Den skulle være <u>(C) lett synlig uten teleskop</u>

Vi så av forrige oppgave at Andromeda er fordelt utover et stort areal på himmelen. Dermed blir lyset fordelt utover et stort område. Hadde alt lyset vært konsentrert i et punkt så hadde den vært lett synlig uten teleskop

7) ~~DEL 1:~~
~~DEL 2: pos_A=~~

4

DEL 1: pos_A0 = [rx_A, ry_A]
pos_M0 = [rx_M, ry_M]
vel_M0 = [vx_M, vy_M]

DEL 2: pos_A = pos_A0
pos_M = pos_M0
vel_M = vel_M0
vel_A = [vx_A, vy_A]
HIT = 0

(NB! Antar at vx_Aarray har stigende vx-verdier)

DEL 3: r = pos_A - pos_M

$$F = \frac{G\ MM \cdot MA}{norm(r)^3} r$$

~~pos_A = p~~

$$vel\_A = vel\_A - \frac{F}{MA} \cdot delta\_t$$

$$vel\_M = vel\_M + \frac{F}{MM} \cdot delta\_t$$

pos_A = pos_A + vel_A · delta_t
pos_M = pos_M + vel_M · delta_t
dist = norm(pos_A - pos_M)
IF (dist < (220000ly + 100000ly)/2) THEN HIT=1

DEL 4: IF HIT=0 THEN EXIT LOOP

DEL 5: PRINT vel_A[0]

8) event A: utskyting fra jorda
event B: — u — fra Andromeda
umerket system: jorda
merket system: Andromeda

$X_A = 0 \quad t_A = 0 \qquad X_B = L \quad t_B = 0$

$X'_A = -\frac{L}{\sqrt{1-v^2}} \quad t'_A = ? \qquad X'_B = 0 \quad t'_B = 0$

$$\Delta S_{AB}^2 = \Delta t_{AB}^2 - \Delta X_{AB}^2 = -L^2$$

$$\Delta S'^2_{AB} = \Delta t'^2_{AB} - \Delta X'^2_{AB} = t'^2_A - \frac{L^2}{1-v^2}$$

$$\Delta S_{AB}^2 = \Delta S'^2_{AB} \Rightarrow t'^2_A = -L^2 + \frac{L^2}{1-v^2} = L^2\left(\frac{1-(1-v^2)}{1-v^2}\right)$$

$$\Rightarrow t'_A = \pm\frac{vL}{\sqrt{1-v^2}} \simeq \pm 0{,}00083 \cdot 2{,}5 \cdot 10^6 \text{ år}$$

$$\underline{\underline{\simeq \pm 2083 \text{ år}}}$$

9) En 4-vektor er en samling av 4 tall som representerer fysiske størrelser som transformerer under Lorentztransformasjonen:

$$A'_\mu = C_{\mu\nu} A_\nu$$

der A'_μ er A_μ representert i et annet ref.syst og $C_{\mu\nu}$ er Lorentzmatrisa.
For å sjekke om A_μ er 4-vektor må vi se om A'_μ kan uttrykkes på denne måten

$\Rightarrow$ forts

9. forts

Vet at V_μ er 4-vektor og dermed $V'_\mu = C_{\mu\nu} V_\nu$

Vet at $d\tau = ds$ er invariant $\Rightarrow d\tau' = d\tau$

Setter opp A'_μ:

$$A'_\mu = \frac{dV'_\mu}{d\tau'} = \frac{dV'_\mu}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} C_{\mu\nu} V_\nu = C_{\mu\nu} \underbrace{\frac{dV_\nu}{d\tau}}_{A_\nu}$$

Som er på formen $\underline{A'_\mu = C_{\mu\nu} A_\nu}$

10) Vet at $V_\mu = (\gamma, \gamma \vec{v})$ hvor $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$

Deriverer:

$$A_\mu = \frac{dV_\mu}{d\tau} = \left(\frac{d\gamma}{d\tau}, \frac{d\gamma}{d\tau}\vec{v} + \gamma \frac{d\vec{v}}{d\tau}\right)$$

Vet også at $\boxed{d\tau = \frac{dt}{\gamma}}$ (formel for tidsforlengning)

$$\Rightarrow A_\mu = \left(\gamma \frac{d\gamma}{dt}, \gamma \frac{d\gamma}{dt}\vec{v} + \gamma^2 \underbrace{\frac{d\vec{v}}{dt}}_{\vec{a}}\right)$$

$$\underline{\frac{d\gamma}{dt}} = \frac{d}{dt}(1-v^2)^{-1/2} = -\frac{1}{2}(1-v^2)^{-3/2}(-2v)\underbrace{\frac{dv}{dt}}_{a} = \underline{\gamma^3 \vec{a}\cdot\vec{v}}$$

Dermed: $A_\mu = \left(\gamma^4(\vec{a}\cdot\vec{v}), \gamma^4(\vec{a}\cdot\vec{v})\vec{v} + \gamma^2\vec{a}\right)$

$$\underline{\underline{= \gamma^2\left[\gamma^2(\vec{a}\cdot\vec{v}), \gamma^2(\vec{a}\cdot\vec{v})\vec{v} + \vec{a}\right]}}$$