Fasit AST1100 midtveis 2016

1) Maxwell-Boltzmann gir oss antall partikler per volum med en gitt hastighet i x, y og z retning:

$$P(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Dette er sannsynlighet for en gitt hastighet. For å få antall partikler per volum, må vi gange med antalltettheten n. Skriver også ut $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$

$$n(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} n$$

For å finne ~~sannsynlighet~~ antalltetthet, så må vi gange $n(\vec{v})$ med dv_x, dv_y og dv_z (små intervaller) og integrere over hele de gitte intervallene:

$$n\left(v_x = [100, 200]\,m/s,\ v_y = [100, 200]\,m/s,\ v_z = [100, 1000]\,m/s\right)$$

$$= n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_{100}^{200} dx\, e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \int_{100}^{200} dy\, e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}} \int_{100}^{1000} dz\, e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}}$$

Hvor m = hydrogenmassen, $T = 15 \cdot 10^6 K$

og $n = \frac{\rho}{m} = \frac{150 \cdot 10^3 \, kg/m^3}{m}$

(2) forts 1)

Integrerer numerisk. Vet at kurven er Gaussisk og dermed ikke svinger mye og er lett å integrere:

$m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$

$T = 15 \cdot 10^{6}$

$\rho = 150 \cdot 10^{3}/m$

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$

$n = \rho/m$

$V_x = \text{linspace}(100, 200, \text{num}=1000)$

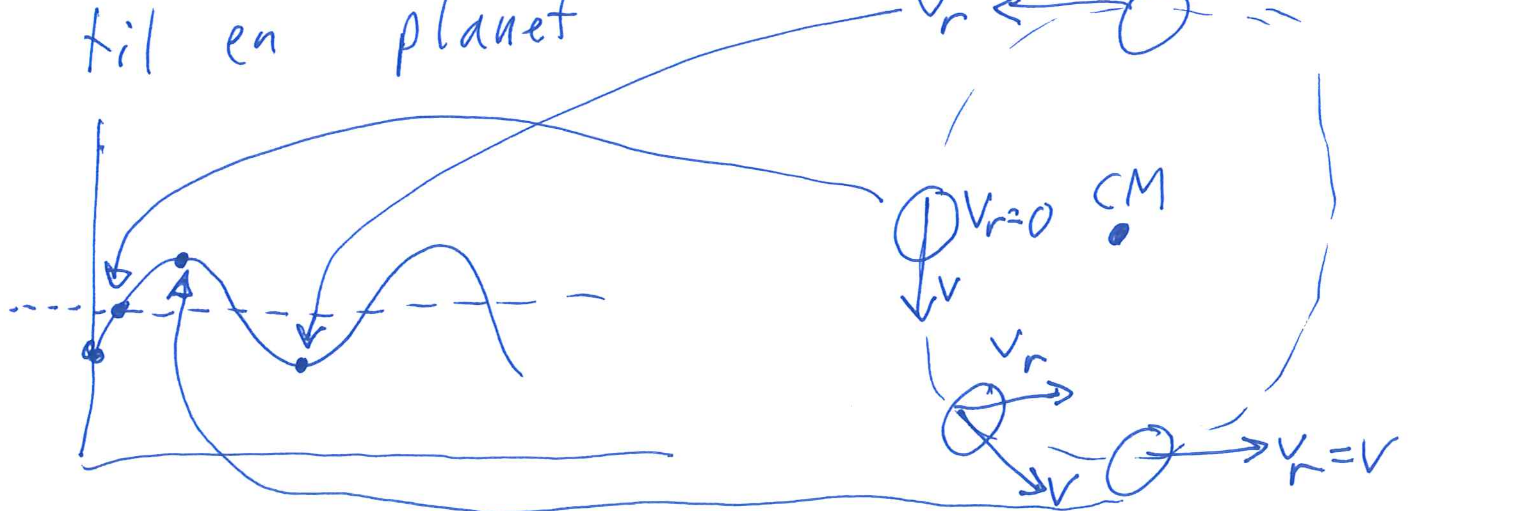
$V_y = V_x$

$V_z = \text{linspace}(100, 1000, \text{num}=9000)$

$\text{delta} = 0{,}1$

$\text{print} \quad n \cdot (m/(2 \cdot pi \cdot kT))^{3/2} \cdot \text{sum}(\exp(-mV_x^2/(2kT))) \cdot \text{sum}(\exp(-mV_y^2/(2kT))) \cdot \text{sum}(\exp(-mV_z^2/(2kT))) \cdot \text{delta}^3$

2.1) Fig. 1 viser at den radielle hast. til stjerna endrer seg periodisk. Det kan komme av en banebevegelse rundt massesenteret til en planet

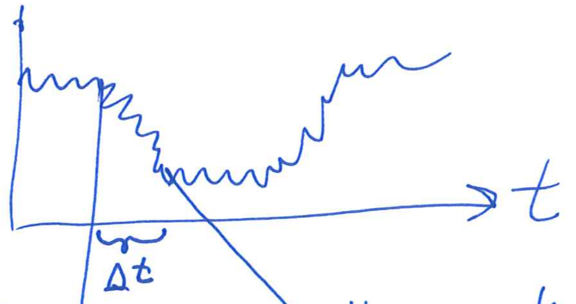


3

forts. 2.1) Lyskurven kan vise formørkelser av stjerna når planeten kommer foran. Vi ser at lyskurven går ned rundt $t = 400h$ som tilsvarer punktet når radialhast. er tilnærmet lik pekuliærhast. i fig. 1 (pekuliærhast. til massesenteret er ca. 4000 m/s, vi ser fra figuren at svingningene er omkring denne hastigheten)

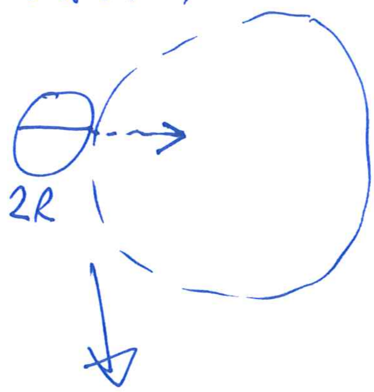
Dette passer med at det er snakk om formørkelse siden vi forventer at planeten står foran ~~i~~ stjerna på dette tidspunktet hvis inklinasjonen = 90°

Vi kan bruke forsynkningen i lyskurven til å finne radien til planeten



her begynner planeten å komme foran stjerna

Her er hele planetskiva foran stjerna



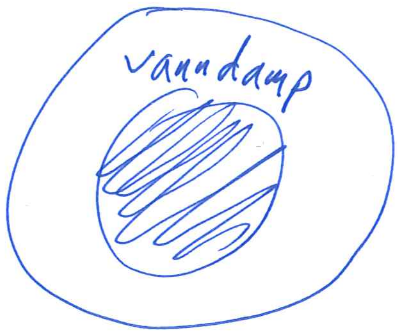
Beveger seg 2R på Δt

Da er $2R = v \cdot \Delta t$

hvor ~~[illegible]~~ v er planetens hastighet relativt til stjerna

④

fortsatt 2.1) Bruker vi dette, ser vi at radien er større i linja for vanndamp. Dvs. at planetskiva har større utstrekning i vanndamp en for andre bølgelengder. Dette tyder på atmosfære:



2.2) Vi bruker

stjernemasse

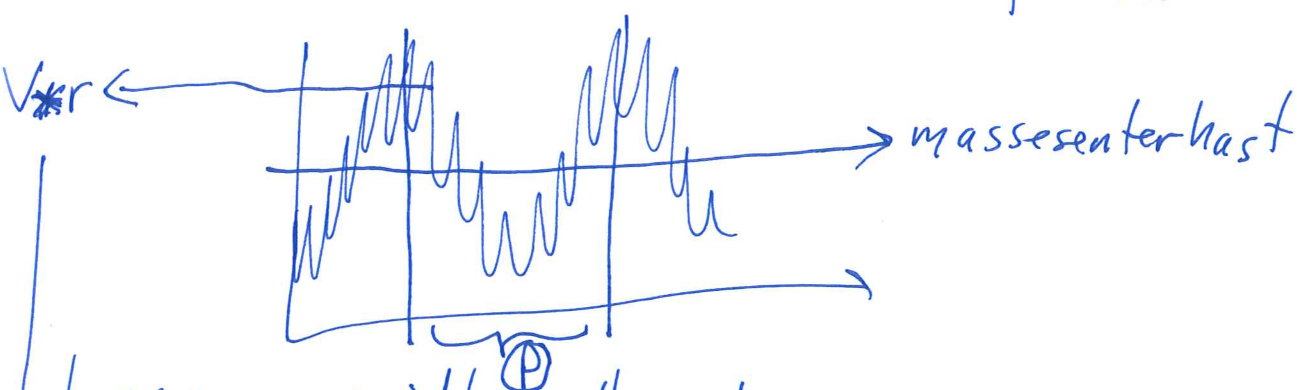
$$m_p \sin i = \frac{M_*^{2/3}\, V_{*r}\, P^{1/3}}{(2\pi G)^{1/3}}$$

omløpsperiode

planet-masse

inklinasjon = 90° siden vi har formørkelse

maksimal radialhast. i forhold til massesenter



leser av midt mellom stagen

Må trekke fra massesenterhast.

Leser av V_{*r} og P som vist i figuren:

$V_{*r} = 0{,}25\ m/s \quad P = 2200h - 700h = \underline{1500h}$

$\Rightarrow \underline{\underline{m_p = 10^{25}\,kg \approx 1{,}7\, m_J}}$

5

2.3) Skal ha: $e = 0{,}5 \quad r_{per} = 11 \cdot 10^6\,m = \overbrace{\underbrace{a - ae}}^{\text{fra figur}} \Rightarrow a = \underline{22 \cdot 10^6\,m}$

$r_{init} = 20 \cdot 10^6\,m \qquad m_{sat} = 1000\,kg$

Ved perihel så er v_θ = total hastighet (ingen radiell komp). Da er spinn per masseenh

$h = r_{per} \cdot v_{per}^2$. Etter nedbremsing har vi

$h = r_{init} \cdot v_\theta^2$

Spinnbevaring gir $\quad r_{per} v_{per} = r_{init} v_\theta \Rightarrow v_{per} = \frac{r_{init}}{r_{per}} v_\theta$

~~Energibevaring gir Ved~~

Har to uttrykk for energi fra formelsamling:

Ved perihel: $\frac{1}{2}\hat{\mu} v_{per}^2 - G\frac{m_{sat} m_p}{r_{per}} = \frac{G m_{sat} m_p}{2a(1-e^2)}(e^2-1)$

$$\frac{1}{2}\frac{m_{sat} m_p}{m_{sat}+m_p}\frac{r_{init}^2}{r_{per}^2} v_\theta^2 - G\frac{m_{sat} m_p}{r_{per}} = -\frac{G m_{sat} m_p}{2a}$$

$$\Rightarrow \quad v_\theta = \sqrt{\frac{r_{per}^2}{r_{init}^2} \cdot 2(m_{sat}+m_p) G\left(\frac{1}{r_{per}} - \frac{1}{2a}\right)} = \underline{5{,}2\,km/s}$$

Bruker nå samme likning rett etter nedbremsing:

$$\frac{1}{2}\hat{\mu}(v_\theta^2 + v_r^2) - G\frac{m_{sat} m_p}{r_{init}} = -G\frac{m_{sat} m_p}{2a}$$

$$\Rightarrow \quad v_r = \sqrt{2(m_{sat}+m_p) \cdot \left[G\left(\frac{1}{r_{init}} - \frac{1}{2a}\right) - \frac{v_\theta^2}{2(m_{sat}+m_p)}\right]} = \underline{\underline{3\,km/s}}$$

⑥

$T_\odot = \underline{5780K}$

3.1) Fra Wiens forskyvningslov: $\lambda_{max} \cdot T = 0{,}0029\,Km$

$$\Rightarrow \lambda_{max} \approx \underline{\underline{500nm}}$$

3.2) Hvis vi antar sort legeme

$$F = \sigma T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (5780)^4 \frac{W}{m^2} = \underline{\underline{6{,}3 \cdot 10^7 \frac{W}{m^2}}}$$

3.3) Gauger fluks med totalt areal av sola:

$$L = F \cdot 4\pi R^2 = \underline{\underline{3{,}9 \cdot 10^{26} W}}$$

3.4) Mottatt fluks på Saturn: Energien fordeles over et kuleskall med areal $4\pi r_{sat}^2$:

$$F_{sat} = \frac{L}{4\pi r_{sat}^2} = \underline{\underline{16\, W/m^2}}$$

3.5) Vet at energi per areal per tid er F_{sat}. Gauger med areal av panel for å få mottatt energi per tid:

$$F_{sat} \cdot A \cdot 0{,}12 = 40W$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{A = 21 m^2}}$$