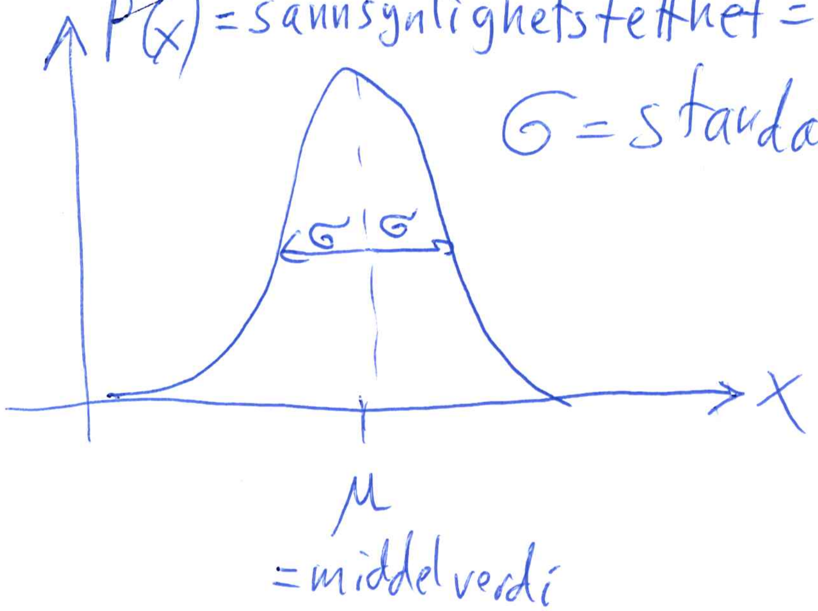
MIDTVEIS 2017

1)

$P(x)$ = sannsynlighetstetthet = Gaussisk

σ = standardavvik

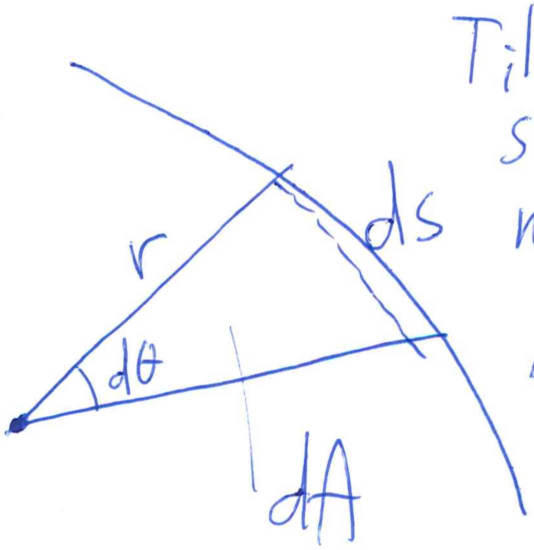


$$\int_{-\sigma}^{\sigma} P(x)\,dx = 0{,}68 \Rightarrow \underline{\underline{68\,\%}}$$

Gauss

Her ligger intervallet nøyaktig mellom middelverdi ∸ standardavvik og middelverdi + standardavvik

2.1)



Tilnærmer arealet dA som trekant, er riktig når $d\theta$ er veldig liten

Areal av trekant

$$= \frac{g \cdot h}{2}$$

2.1 forts

Buelengden ds blir ~~høyden~~ grunnlinjen i trekanten

Liten-vinkel-formel sier oss at $ds = r \cdot d\theta$ siden $\sin\theta \approx \theta$ for små θ.

Høyden i trekanten går mot r for små θ

Då har vi $dA = \frac{1}{2} \underset{h}{r} \cdot \underbrace{r\,d\theta}_{g} = \frac{1}{2} r^2 d\theta$

2.2) Tangensialhastighet er hastighet ortogonalt på $\vec{r}$. Her beveger planeten seg en avstand ds ortogonalt på r i løpet av tiden dt: $V_\theta = \frac{ds}{dt} = \frac{r\,d\theta}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} = \underline{r\dot{\theta}}$

~~Fra 2.1 har vi da $dA = \frac{1}{2} r V_\theta$~~

Deler uttrykket fra 2.1 på dt:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\theta} = \frac{1}{2} r \cdot r\dot{\theta} = \underline{\frac{1}{2} r V_\theta}$$

2.3) spinn per masse $h = \left| \frac{\vec{r} \times \vec{p}}{m} \right| = \left| \vec{r} \times (V_r \vec{e}_r + V_\theta \vec{e}_\theta) \right|$

Siden $\vec{r} \times \vec{e}_r = 0 \Rightarrow h = |\vec{r} \times V_\theta \vec{e}_\theta| = r V_\theta$

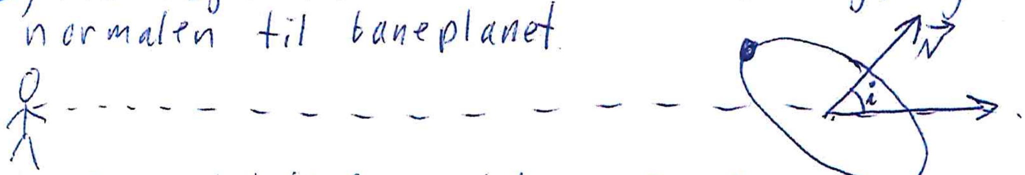
siden $\vec{r} = r\vec{e}_r \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} h \Rightarrow$ spinnbevaring = Keplers 2. lov

3a)

[redacted]

1) Vi ser at planeten regelmessig formørker begge stjernene. Dette er kun mulig i den <u>midterste</u> konfigurasjonen. Vi ser også at stjernene formørker hverandre mye oftere enn planeten formørker stjernene noe som betyr at stjernene går i bane nærmere hverandre, mens planeten går i bane lenger ut og dermed har lenger periode (fra Kepler 3).

2) Inklinasjonen er vinkelen mellom synslinja og normalen til baneplanet.



For at vi skal få formørkelser så må inklinasjonen være <u>$i \approx 90°$</u>. Siden både stjerne B og planeten formørker stjerne A, så må $i \approx 90°$ for begge.

3 . se pkt 2

4) Hastigheten til massesenteret får vi ved å se på hastighetskurven til stjerne A. Bevegelsen til stjerne A kan deles opp i bevegelsen omkring massesenteret + massesenterets bevegelse. I figur 2 ser vi at hastigheten

fluktuerer omkring <u>-30 km/s</u> som da er massesenterets hastighet. Negativt fortegn betyr at det kommer <u>mot oss</u>

④

3b) Så lenge $M_B << M_A$ kan vi bruke uttrykket

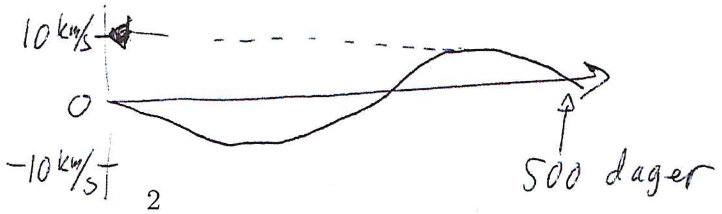
$$m_p \sin i = \frac{m_*^{2/3} v_{*r} P^{1/3}}{(2\pi G)^{1/3}}$$

der m_p = massen til det minste objektet, i dette tilfellet stjerne B, m_* er massen til det største objektet, stjerne A, v_{*r} er maksimal radiell hastighet til stjerne A og P er omløpsperioden. Inklinasjonen i har vi satt er 90°. Da har vi:

$$M_B = \frac{M_A^{2/3} v_{Ar} P^{1/3}}{(2\pi G)^{1/3}}$$

Har oppgitt at $M_A = 0{,}7 M_\odot$

I figur 2 må vi trekke fra massesenterets hastighet. Da ser kurven for stjerne A omtrent sånn ut:



Leser av $V_{Ar} \approx 10$ km/s

Ser også at en periode er omtrent 500 dager.

Det gir $M_B \approx \underline{\underline{0{,}3\, M_\odot}}$

3c Vi bruker igjen

$$m_p \sin i = \frac{M_*^{2/3} v_{*r} P^{1/3}}{(2\pi G)^{1/3}}$$

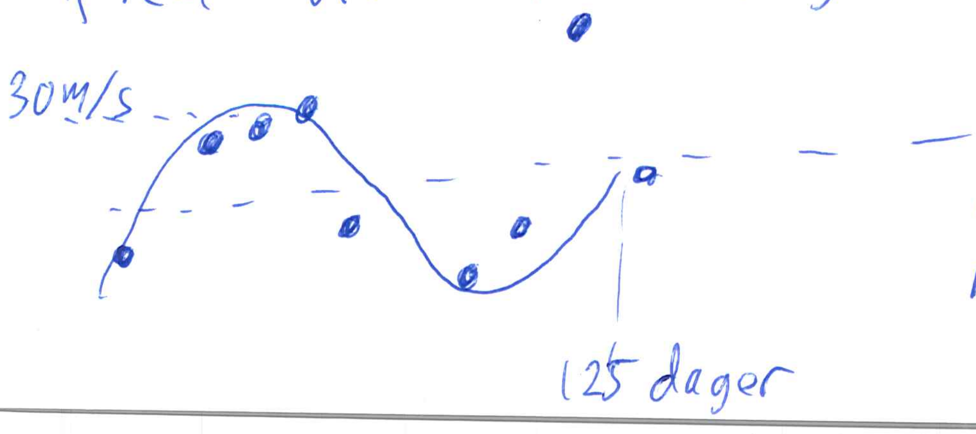
Nå er m_p = planetmasse og igjen har vi sett at $i = 90^\circ$:

$$m_p \approx \frac{M_A^{2/3} v_{Ar} P^{1/3}}{(2\pi G)^{1/3}}$$

Vi må finne maksimal radiell hastighet og periode fra nederste kurve i fig. 3: dette er nå hastighetskurven til stjerne A kun under påvirkning av planeten.

De største avvikene fra 0 er på ca. 40 m/s men når vi tar hensyn til støy så er nok $v_{r,max}$ litt mindre.

Kan muligens skimte en cos-kurve frem til ca. 125 dager:



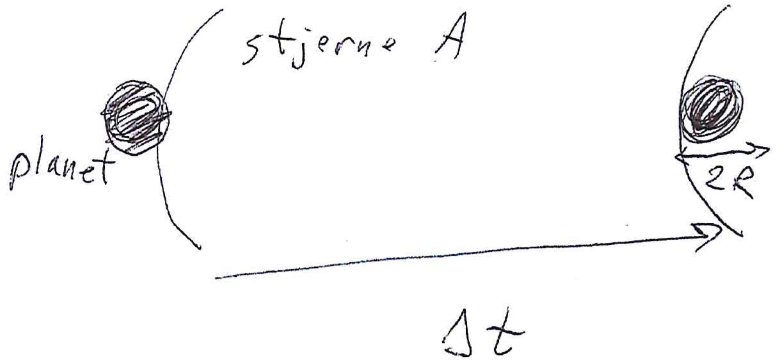
Store usikkerheter men vi prøver med dette:

$$m_p \approx \frac{(0{,}7 M_\odot)^{2/3} \cdot (30\,\mathrm{m/s})(125\,\mathrm{d})^{1/3}}{(2\pi G)^{1/3}}$$

$$\approx \underline{1{,}1 \cdot 10^{27}\,\mathrm{kg}}$$

3d) Vi har nå massen til planeten, så vi mangler radiusen på å finne tettheten. (4)

Vi bruker kurven der planeten formørker A: Tiden det tar fra formørkelsen begynner til lyskurven er på bunnen (planeten har kommet helt innenfor solskiven), Δt, kan hjelpe oss:



I løpet av Δt har planeten gått en avstand lik diameteren sin på $2R$ med en hastighet på $v_* + v_p$ i forhold til stjerna. Vi har fra formelsamling at $v_p = \frac{m_*}{m_p} v_*$ der v_p er planetens banehast om CM, v_* er stjernas banehastighet og $\frac{m_*}{m_p}$ er forholdet mellom stjerne og planet masse. v_* har vi allerede lest av.

Forts. av 4)

Da har vi $\quad$ vei = fart · tid

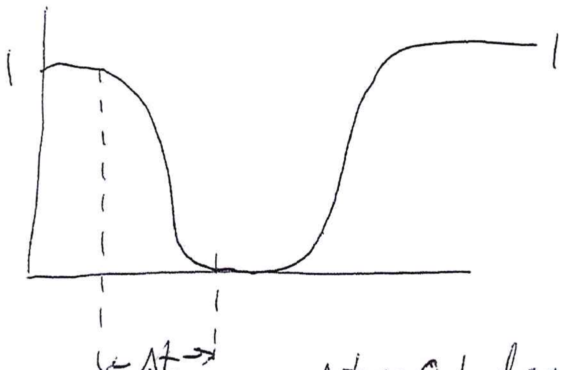
$$2R = (V_* + V_p) \cdot \Delta t$$

$$= \left(V_* + \frac{m_*}{m_p} V_*\right) \Delta t$$

$$R \approx \frac{1}{2} \frac{m_*}{m_p} \Delta t \, V_*$$

siden $m_* \gg m_p$.

Leser av fra kurven:



$\Delta t \approx 0{,}1$ dager

som gir $\underline{R \approx 136\,000 \text{km}}$

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \approx \underline{108 \ \text{kg}/\text{m}^3}$$

Dette er mye mindre enn vann

så det må være en <u>gass planet</u>