

Oppgave 1A.8: En forenklet kode for stjernedannelse

O.-W. Kenobi

*Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo,
P.O. Box 1029 Blindern, 0315 Oslo, Galactic Empire**

(Dated: 15. august 2019)

Oppgaven går ut på å simulere en gass-sky. Gass-skya har 500 partikler som vi simulerer ved å bruke Eulers metode. Vi får oppgitt startposisjoner og hastigheter til partiklene og beregner endringer i hastigheter $\Delta\vec{v}$ og i posisjoner $\Delta\vec{r}$ for hvert tidssteg Δt . Gass-skya har en masse som er lik solas masse, men skya får ikke høy nok temperatur til at fusjonsreaksjoner kan starte selv om den krymper nesten til solas radius.

I. INTRODUKSJON

I denne oppgaven skal vi simulere gass-partikler i en stor gass-sky som er i ferd med å danne en ny stjerne. Vi skal beregne radius og temperatur til gass-skya på forskjellige tidspunkter. Vi bruker Eulers metode til å beregne nye posisjoner og hastigheter til partiklene og finner dermed nye temperaturer og ny radius. Vi sjekker om temperaturen i skya blir høy nok til at stjerna starter fusjonsreaksjoner og dermed har blitt en stabil stjerne.

II. METODE

- **Oppgave 1** Vi beregner temperaturen til gassen ved å bruke at midlere kinetisk energi i gassen er $\frac{3}{2}kT$ som vi fant i en tidligere oppgave. Siden vi vet at kinetisk energi er $(1/2)mv^2$ så tar vi midlet av dette over alle partikler og får:

$$T = \frac{m_H}{3kN} \sum_{i=1}^N v_i^2.$$

- **Oppgave 2** Vi bruker oppgitte hastigheter og lager histogram ved å bruke `numpy.histogram`-funksjonen.
- **Oppgave 3-4** Vi deler skya inn i 100 skall. Finner avstand til sentrum for alle partikler og deler disse på tykkelsen av skallet for å finne skall-nummer.
- **Oppgave 5** Vi beregner gravitasjonskrafta på hver partikkel,

$$\vec{F}_i = -G \frac{M(r_i)m}{r_i^3} \vec{r}_i \quad (1)$$

hvor G er gravitasjonskonstanten og m per massen til partikkelen. Siden kun de partiklene som er i skallene på innsiden av partikkel i bidrar til gravitasjonskraft så blir $M(r_i)$ her massen til summen av alle partiklene på innsiden av r_i .

- **Oppgave 6** For å ta hensyn til kollisjoner mellom partikler så får vi oppgitt følgende friksjonsledd som bremser partikkelen:

$$\frac{\Delta\vec{v}_{\text{fric}}}{\Delta t} = -K\rho|\vec{v}|\vec{v} \quad (2)$$

hvor $|\vec{v}|$ er absoluttverdien til hastighetsvektoren til partikkelen og $K = 1.3 \times 10^{-9} \text{m}^{-1}$. Relativt antall partikler i skallet der partikkelen befinner seg betegnes med $\rho = N_{\text{skall}}/N$. Vi ser at jo høyere tetthet av partikler (altså flere kollisjoner) og jo høyere hastighet, jo større nedbremsing. Vi ser også at vektoren alltid vil peke i motsatt retning av hastighetsvektoren og dermed alltid gi bremsing. Denne hastighetsendringen må legges til $\Delta\vec{v}_i$ over.

- **Oppgave 7** Vi skal finne akselasjonen til partikkelen fra Newtons 2.lov:

$$\vec{F}_i = m\vec{a}_i = -G \frac{M(r_i)m}{r_i^3} \vec{r}_i$$

Her forkortes m og vi står igjen med akselasjonen. I tillegg så må vi også korrigere for uttrykket 2 over.

- **Oppgave 8 - 11** Her bruker vi Eulers metode:

$$d\vec{r}_i = \vec{v}_i dt.$$

for å oppdatere hastighet og

$$\vec{r}_i^{\text{ny}} = \vec{r}_i + \Delta\vec{r}_i$$

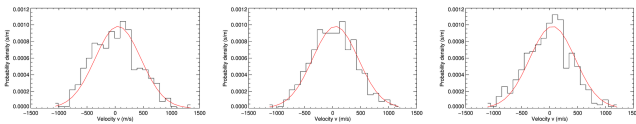
for å oppdatere posisjon. Vi repterer disse stegene i 7×10^4 tidssteg der hvert tidssteg varer 10^{-5} år.

- **Oppgave 12** Vi blir bedt om å finne radiusen til gass-skya på forskjellige tidspunkter. Oppgaven sier også at noen partikler kan få stor nok hastighet til å slippe ut fra gravitasjonspotensiale og forsvinne fra gass-skya. Når vi beregner radiusen til gass-skya, så må vi derfor passe på å ikke ta disse partiklene med i beregninga. Vi antar at dette kun skjer for noen partikler og bruker derfor `numpy.sort`-funksjonen i python til å finne de 80% minste avstandene og beregner midlere avstand fra disse.

* owkenobi@astro.uio.galemp

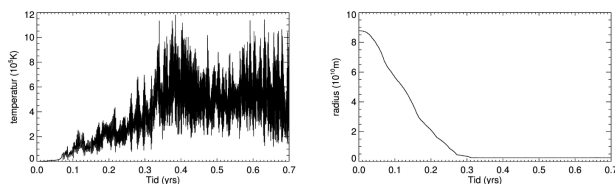
III. RESULTATER

- **Oppgave 1** Temperaturen er 20K.
- **Oppgave 2** I figur 1 viser vi et histogram av hastighetene til partiklene i x , y og z -retning separat. Vi antar at gassen er ideel noe som betyr at hastighetene skal følge Maxwell-Boltzmann-fordelingen. For å kontrollere at dette stemmer, har vi plottet Maxwell-Boltzmann-fordelingen for $T = 20\text{K}$ på toppen av histogrammene og får bekreftet at vi har en ideel gass. Vi hadde litt problemer med å få plottet riktig i starten helt til vi innså at histogrammet måtte normaliseres slik at integralen under kurven blir 1 på samme måte som Maxwell-Boltzmann-fordelingen.



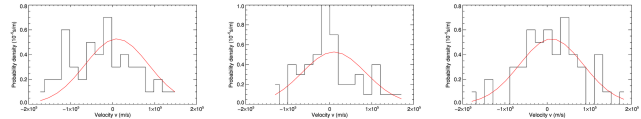
Figur 1. Histogram av hastighetskomponentene i x , y og z -retning (fra venstre mot høyre) tatt fra 500 partikler ved $t = 0$. Den røde linjen viser Maxwell-Boltzmannfordelingen basert på temperaturen til disse partiklene.

- **Oppgave 13:** Video av kollapsen ligger her [i denne linken](#).
- **Oppgave 14:** I figur 2 ser vi hvordan midlere radius endrer seg med tiden og til slutt stabiliserer seg etter 0.35 år.
- **Oppgave 15:** Vi ser fra figuren at radien ser ut til å ha stabilisert seg på omkring $0.1 \times 10^{10}\text{m}$ noe som tilsvarer omtrent 1.4 solradier. Dermed har vi ikke fått dannet en stjerne som solen enda selv om kollapsen ser ut til å ha stoppet opp.
- **Oppgave 16:** I figur 2 ser vi hvordan temperaturen utvikler seg med tiden. Temperaturen fluktuerer veldig og det er usikkert om den faktisk har stabilisert seg. Men det kan virke som om den fluktuierer omkring samme verdi fra ca 0.35 år, noe vi skulle forvente fra plottet av radiusen.



Figur 2. Temperatur (venstre) og radius (høyre) til skya som funksjon av tida

- **Oppgave 17:** Tar vi midlet over temperaturverdiene fra 0.35 år så får vi 541.000K som ifølge oppgaveteksten ikke er nok til å starte fusjonsreaksjoner.
- **Oppgave 18:** I figur 3 så viser vi histogrammet til hastighetsfordelingene til partiklene etter simuleringen samt et plott av Maxwell-Boltzmann-fordelingen for temperaturen som partiklene har i siste tidssteg. Vi ser at gassen enda oppfører seg tilnærmet som en ideel gass.



Figur 3. Histogram av hastighetskomponentene i x , y og z -retning (fra venstre mot høyre) tatt av 50 partikler etter 0.7 år. Den røde linjen viser Maxwell-Boltzmannfordelingen basert på temperaturen til disse partiklene.

- **Oppgave 19:** Vi ser at størrelsen på gass-skya og temperaturen har stabilisert seg uten at vi har fått dannet en stjerne. Årsaken til dette finner vi når vi innser at radien på det innerste skallet vårt likner radien til skya. Som beskrevet over, så beregner algoritmen vår ikke gravitasjonskrefter for partiklene i det innerste skallet. Dermed vil radien aldri kunne krympe videre.
- **Oppgave 20:** Vi får ikke dannet en stjerne da vi gjør mange numeriske tilnærminger som ikke er nøyaktig nok.
- **Oppgave 21:** Til slutt kjører vi koden på nytt uten friksjonsledd. Så lenge det ikke er noe som bremser partiklene, så vil vi tro at de faller innover mot sentrum, men så kommer ut igjen med samme hastighet. Det blir som banebevegelser i et fler-legeme-system. Kanskje vil radien endres litt, men det er ikke gitt at vi får kollaps til en mye mindre radius. Dette stemmer godt med det som vi ser i simuleringa.

IV. DISKUSJON

I koden har vi gjort flere antakelser og tilnærmelser som gir urealistiske resultater. Som allerede diskutert over, så vil simuleringen bryte sammen når alle partiklene er samlet i den innerste kula. Da trenger vi flere skall eller en reskalering hvor skallene blir omdefinert innenfor den nye tettere gass-skya. Antall partikler i simuleringa og størrelsen på tidssteget vil også påvirke resultatet.

V. KONKLUSJON

Vi har løst oppgaven med de approksimasjonene som var spesifisert i teksten. Resultatet er unøyaktig fordi vi bruker et veldig begrenset antall partikler, samt at vi ikke tar hensyn til gravitasjon i de sentrale delene der gassen til slutt ender opp. Antall partikler til være veldig avhengig av regnekraft, men på en kraftigere datamaskin

vil man kunne kjøre algoritmen med langt flere partikler og dermed få mer nøyaktig svar.

ACKNOWLEDGMENTS

Takk til N.Kopernikus, L. Boltzmann, P. Dirac, og M. Faraday for nyttige diskusjoner under arbeidet med denne artikkelen. Takker også R. Feynman for gjentatte oppmuntringer om å fortsette arbeidet.

[1] Hansen, F. K., 2017, Forelesningsnotat 1A i kurset AST2000