FASIT EKSAMEN 2009

1.1) Anslår fra figuren at perioden $\underline{P = 16t}$

Anslår også at midlere tilsynelatende magnitude er $\underline{m_V \approx 3,0}$

Fra formelsamlingen har vi sammenhengen mellom periode og absolutt magnitude:

$M_V = -2,81 \lg P_d - 1,43$

Perioden i dager $\underline{P_d = \frac{16t}{24t}} \Rightarrow M_V \approx \underline{-0,94}$

Bruker da $m_V - M_V = 5 \lg \frac{d}{10pc}$

$\Rightarrow d = 10pc \cdot 10^{\frac{m_V - M_V}{5}} \approx \underline{\underline{61\ pc}}$

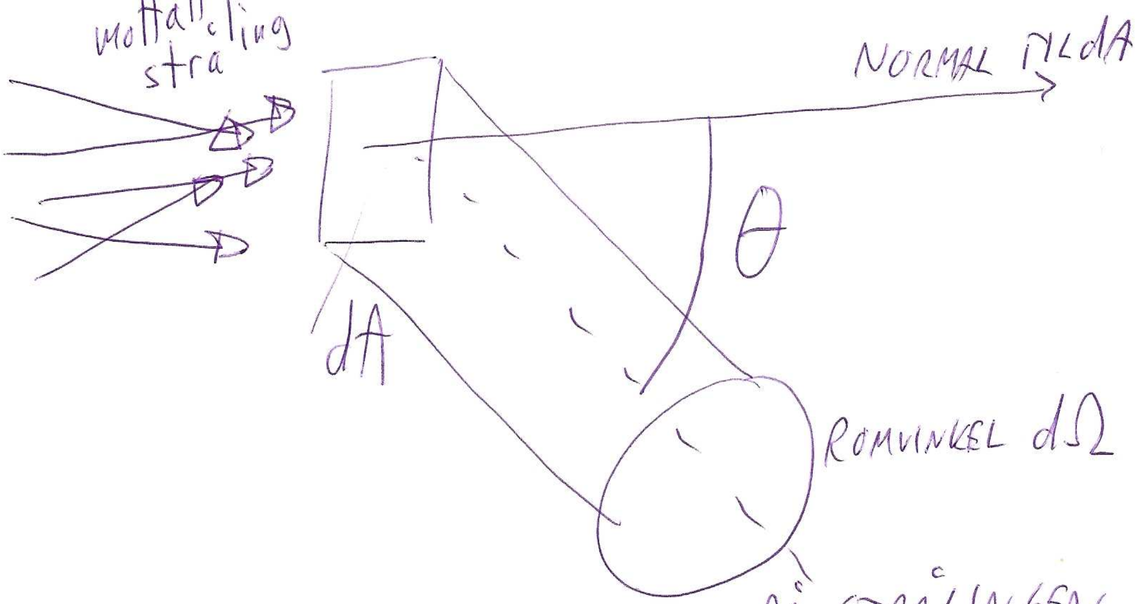
1.2) Intensitet er energi vi mottar per romvinkel, per areal, per ~~frekvens~~ bølgelengde og per tid

$$I(\lambda) = \frac{dE}{\cos\theta\, d\Omega\, dA\, d\nu\, dt}$$

Fluks er energi mottatt per areal, per bølgelengde og per tid

$$F(\lambda) = \frac{dE}{dA\, d\nu\, dt}$$

FORTSETTELSE AV 1.2



SER KUN PÅ STRÅLINGEN SOM KOMMER UT I DENNE RETNINGEN.

VI MÅ DERMED INTEGRERE OPP OVER ALLE ROMVINKLER I HALVKULEN BAK dA FOR Å FÅ MED OSS ALL STRÅLINGEN:

$$F(\lambda) = \int_{\text{HALVKULEN}} I(\lambda) \cos\theta \, d\Omega = \int_{\text{HALVKULE}} I(\lambda) \cos\theta \underbrace{\sin\theta \, d\theta \, d\varphi}_{d\Omega}$$

$$= \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \; I(\lambda) \cos\theta \sin\theta$$

$$= I(\lambda) \int_0^{\pi/2} d\theta \cos\theta \sin\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi I(\lambda) \int_0^1 u \, du \quad u = \cos\theta$$

$$= \underline{\underline{\pi I(\lambda)}}$$

FORDI $I(\lambda)$ IKKE AVHENGER AV (θ, φ)

1.3

VI VET AT $M \propto T_{eff}^2$

FOR ET SORT LEGEME ER T_{eff} ~~OMTRE~~ LIK FARGETEMP. SOM MAN FÅR FRA WIENS FORSKYVNINGSLOV. ANTAR AT STJERNA ER OMTRENT ET SORT LEGEME OG FÅR

$$T \cdot \lambda_{max} = C \Rightarrow T = \frac{0{,}0029\,mK}{300 \cdot 10^{-9}\,m} \approx \underline{\underline{9700K}}$$

VED Å SETTE OPP $M \propto T^2$ FOR SOLEN OG STJERNE A FÅR VI

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{T^2}{T_\odot^2}$$

$$\Rightarrow M = M_\odot \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^2 \approx \underline{\underline{2{,}6\,M_\odot}}$$

1.4

VI SER AT STJERNE A HAR SKIFTET POSISJON MED CA. 1 BUESEKUND I FORHOLD TIL BAKGRUNNSSTJERNENE. DETTE MÅ VÆRE PGA PARALLAKSE. PARALLAKSEVINKELEN ER DA 0,5" OG BASELINE 1500KM

$$\Rightarrow d = \frac{B}{\Delta\theta} = \frac{1500\,km}{0{,}5 \cdot \frac{1}{3600} \cdot \frac{\pi}{180}} \approx \underline{\underline{4{,}1\,AU}}$$

1.5) a)

VI SER AT VINKEL α ER DEN VINKELEN SOM STJERNA FLYTTER SEG PÅ HIMMELEN PGA. GRAVITASJONSLINSING. FRA FIG. 2 OG 3 SER VI AT

$$\underline{\alpha \approx 1''}$$

VI SER OGSÅ AT $\alpha + \delta$ ER VINKELAVSTANDEN MELLOM SENTRUM AV STJERNE A OG DER VI STJERNE B (LINSET). DA HAR VI

$$\alpha + \delta = 0{,}5^\circ + 0{,}5'' \approx \underline{0{,}5^\circ}$$

VINKELEN SOM LYSET BLIR AVBØYD ER β

VI HAR DA $\quad \beta = \frac{4M}{R}$

HVOR R ER AVSTANDEN FRA PUNKT X TIL SENTRUM AV STJERNE A. VI KJENNER VINKELAVSTANDEN MELLOM DISSE TO PUNKTENE OG AVSTANDEN TIL STJERNE A. DA GIR LITEN-VINKEL-FORMELEN AT

$$R = d_L \cdot (\alpha + \delta) \approx \underline{5{,}4 \cdot 10^6 \, km}$$

FORTSETTELSE 1.5a)

Høgden h: $\tan\alpha \approx \alpha = \frac{h}{d_L}$

$$\Rightarrow \underline{h = d_L \alpha}$$

VINKELEN χ: $\tan\chi \approx \chi = \frac{h}{d_S - d_L} = \frac{d_L \alpha}{d_S - d_L}$

DA FÅR VI $\gamma = \frac{\pi}{2} - \chi = \underline{\frac{\pi}{2} - \frac{d_L \alpha}{d_S - d_L}}$

SER FRA FIG. 5 AT

$$\beta + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \gamma = \pi$$

SETTER INN:

$$\frac{4M}{R} + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \chi\right) = \pi$$

$$\Rightarrow M = \frac{R(\chi + \alpha)}{4} = \underline{\underline{\frac{d_L(\alpha + \delta)}{4}\left[\frac{d_L \alpha}{d_S - d_L} + \alpha\right]}}$$

1.5b) SETTER INN

$$M \approx \frac{4{,}1AU \cdot 0{,}5 \cdot \frac{\pi}{180}}{4}\left[\frac{4{,}1AU \cdot \frac{\pi}{3600 \cdot 180}}{61pc - 4{,}1AU} + \frac{\pi}{3600 \cdot 180}\right]$$

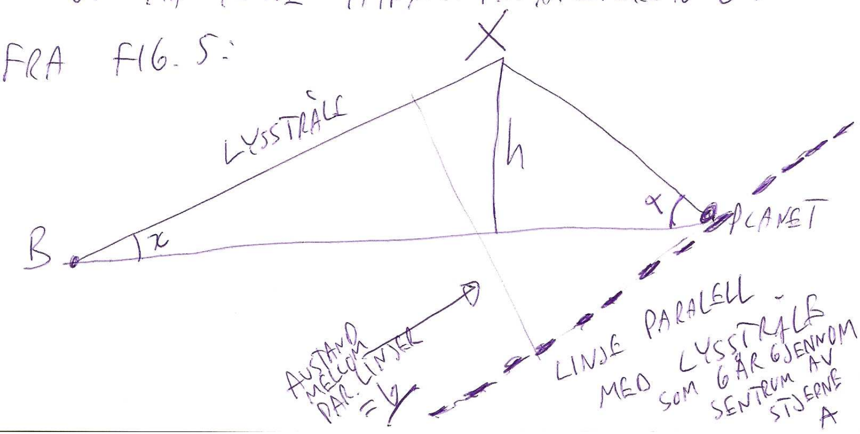
$$\approx \underline{6504m}$$

EN SOLMASSE ER $2 \cdot 10^{30} kg \cdot \frac{G}{c^2} = \underline{1482m}$

ALTSÅ $M = \frac{6504m}{1482m} \approx \underline{\underline{4{,}4M_\odot}}$

1.6) VI MÅ FINNE IMPAKTPARAMETEREN b:

FRA FIG. 5:



FORTSETTELSE 1.6

SER AT HVIS $\mathcal{K}$ OG α er SMÅ SÅ ER AVSTANDEN $\underline{b \approx R}$

DA BLIR LYSET SLUKT HVIS

$$\frac{1}{b} > \frac{1}{b_{crit}} \Rightarrow \frac{1}{R} > \frac{1}{3\sqrt{3}M}$$

$$\Rightarrow M > \frac{R}{3\sqrt{3}} = \frac{5{,}4 \cdot 10^{6}\,km}{3\sqrt{3}} \frac{M_\odot}{1482\,m}$$

$$\underline{\underline{\approx 700\,000 M_\odot}}$$

DET MÅ VÆRE ET VELDIG MASSIVT SORT HULL!

2.1a) ~~Hastigheter~~ Posisjonen til partiklene er tilfeldig med like stor sannsynlighet for å være i hvilken som helst posisjon i boksen. Trekker derfor tilfeldige <u>UNIFORMT</u> fordelt tall for (x, y, z) mellom 0 og L hvor L er lengden av boksen.

2.1b) Hastigheten er fordelt etter Maxwell-Boltzmann fordelingen som er Gaussisk. Trekker derfor et tilfeldig Gaussisk tall for hastigheten i hver retning v_x, v_y, v_z middelverdien er 0 og standardavviket σ er gitt fra MB-fordelingen.

2.1c) - Ser hvor mange partikler som treffer veggen ved $x = 0$ i løpet av tiden Δt og som HAR TRUFFET i løpet av siste Δt. Dette gjelder alle partikler med $\frac{|v_x|}{x} < \Delta t$ når boksen går fra $x = [0, L]$.
Hvis kollisjonen er elastisk så legger hver part. igjen bevegelsemengde $\Delta p = 2|v_x| \cdot m$.

2k FORTSETTELSE

Total kraft på veggen blir da

$$\cancel{F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \sum \frac{2|V_x| m}{2\Delta t}} \quad F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \sum \frac{2|V_x| m}{2\Delta t}$$

hvor summen går over alle part. som oppfyller $\frac{|V_x|}{x} < \Delta t$. Trykket blir da

$P = \frac{F}{A}$ hvor A er arealet L^2 til veggen

KODE: M = MASSE AV PARTIKKEL I GASS

Δt = TIDSINTERVALL

N = ANT. PARTIKLER

T = TEMP.

L = LENGDE AV BOKS (VOLUM L^3)

V_x = RANDOM.GAUSS(N,σ,0) → TREKK N ~~ANT~~ TALL MED MIDDELVERDI 0 OG ST.AVVIK σ. σ HAR BLITT SATT FRA MB-FUNKSJONEN

V_y = —— " ——

V_z = —— " ——

X = RANDOM.UNIFORM(N,L) → TREKK N TALL MELLOM 0 OG L

y = —— " ——

z = —— " ——

OPPG. 2.1 FORTSETTELSE

$\Delta X = ABS(V_x) * \Delta t$

– AVSTANDEN SOM HVER PART. BEVEGER SEG I X-RETN. MED I LØPET AV Δt

$F = 0$ (TRYKK)

FOR $i = 1, N$ – PART. FOR PART

IF $X(i) < \Delta X(i)$ THEN

(HVIS DEN ER SÅ NÆR VEGGEN AT DEN TREFFER ELLER HAR TRUFFET I LØPET AV Δt)

$\Delta P = 2 \cdot m \cdot ABS(V_x(i))$

$F = F + \frac{\Delta P}{2 \Delta t}$ ($2 \cdot \Delta t$ SIDEN VI SER BÅDE PÅ TIDSROMMET Δt FØR OG ETTER)

ENDIF

ENDFOR

$P = \frac{F}{L^2}$

2.2

a) FLUKSEN VI MOTTAR FRA ÉN STJERNE I AVSTAND r MED LUM. $L_\odot$ ER

$$F = \frac{L_\odot}{4\pi r^2}$$

VI GANGER DETTE MED ALLE n STJERNENE OG FÅR $F = \frac{nL_\odot}{4\pi r^2}$

b) F FRA PUNKT (a) ER FLUKS SOM VI MOTTAR FRA HVERT VOLUM AV UNIVERSET. VI MÅ INTEGRERE OVER HELE VOLUMET TIL UNIVERSET. INTEGRERER OVER SKALL MED TYKKELSE dr VOLUMET AV SKALLET ER $4\pi r^2 dr$

$$\Rightarrow F = \int_0^\infty \frac{nL_\odot}{4\pi r^2} \cdot 4\pi r^2 dr = \int_0^\infty nL_\odot dr$$

c) OVERFLATEN TIL HELE HIMMELKULEN I AVSTAND r ER $\Omega = 4\pi r^2$

ÉN STJERNE MED RADIUS $R_\odot$ DEKKER EN OVERFLATE $\pi R_\odot^2$

$$\Rightarrow \Delta\Omega = \frac{\pi R_\odot^2}{4\pi r^2} = \frac{R_\odot^2}{4r^2}$$

d) FRA ET GITT VOLUM AV STJERNER SÅ DEKKES DA $n \cdot \Delta\Omega$ PER VOLUM.

2.2 FORTSETTELSE

d) INTEGRERER OVER HELE VOLUMET INNENFOR r_{max}. DA SKAL HELE HIMMELKULEN VÆRE DEKKET, DVS. ANDELEN ER 1

$$\Rightarrow \int_0^{r_{max}} n\cdot\Delta\Omega\cdot 4\pi r^2\,dr = 1$$

$$\Rightarrow n\cdot\int_0^{r_{max}} \frac{R_\odot^2}{4r^2}\cdot 4\pi r^2\,dr = 1 \Rightarrow r_{max} = \frac{1}{n\pi R_\odot^2}$$

e) SETTER INN I INTEGRAL FRA (b) MED NY r_{max}

$$F_{TOT} = \int_0^{r_{max}} n L_\odot\,dr = n L_\odot r_{max} = \underline{\underline{\frac{L_\odot}{\pi R_\odot^2}}}$$

FLUKS VED SOLOVERFLATEN ER $\frac{L_\odot}{4\pi R_\odot^2}$, F_{TOT} ER 4 GANGER STØRRE

f) STJERNENES LEVETID ER ENDELIG, DVS. DE STRÅLER BARE I ET BEGRENSET TIDSROM. DØDE STJERNER VIL DERMED IKKE BIDRA. I TILLEGG HAR UNIVERSET EN ENDELIG LEVETID. VI KAN IKKE SE LENGER UT I VERDENSROMMET ENN OMKRING 13 MRD. LYSÅR. LYSET FRA STJERNENE SOM LIGGER BAK HAR IKKE HATT TID TIL Å TREFFE OSS ENDA. MEN VED DENNE AVSTANDEN ER HIMMELEN ENDA IKKE DEKT AV STJERNER. DERFOR ER HIMMELEN MØRK.