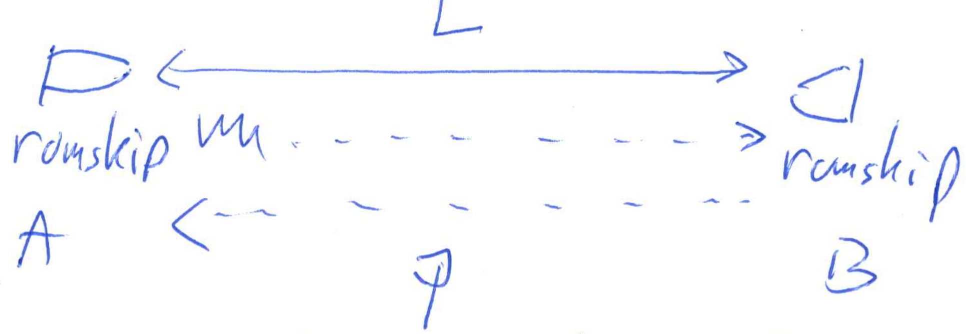
FASIT AVSLUTTENDE EKSAMEN AST2000 ①
H2017

1) a) <u>I romskipsystemet</u> er avstanden som laserstrålen må gå hele tiden den samme:



laserstrålen må gå strekningen L i begge retninger siden romskipene står stille

$\Rightarrow \Delta t_{AB} = \Delta t_{BD}$

<u>I planetsystemet</u> så beveger romskipene seg mot venstre. Dermed går romskip B mot laserstrålen ~~og gjør stre~~ som går mot høyre. Dermed blir avstanden som denne må bevege seg kortere enn avstanden mellom romskipene. For strålen som går til venstre er situasjonen omvendt: romskip A beveger seg <u>vekk fra</u> strålen som dermed får lenger vei.

Altså $\Delta t_{AB} < \Delta t_{BD}$

1b) Velger planetsystemet

$x_A = 0 \quad x'_A = 0$

$t_A = 0 \quad t'_A = 0$

$x_B = \frac{183,3170}{c} = 0,611\text{ms} \quad x'_B = ?$

$t_B = 0,622\text{ms} \quad t'_B = ?$

For romskipsyst.:

$x'_B = \frac{400\text{km}}{c} = 1,333\text{ms}$

$t'_B = 1,335\text{ms}$

1c) $\Delta S_{AB}^2 = \Delta S'^2_{AB}$ (invarians av Δs)

$\Delta t_{AB}^2 - \Delta x_{AB}^2 = \Delta t'^2_{AB} - \Delta x'^2_{AB}$

$(t_B - t_A)^2 - (x_B - x_A)^2 = (t'_B - t'_A)^2 - (x'_B - x'_A)^2$

$t_B^2 - x_B^2 = t'^2_B - x'^2_B$

$0,622\text{ms}^2 - 0,611\text{ms}^2 = t'^2_B - x'^2_B$

$t'^2_B - x'^2_B = 0,0136\text{ ms}^2 \approx 0$ fra unøyaktigheter i måling-ene

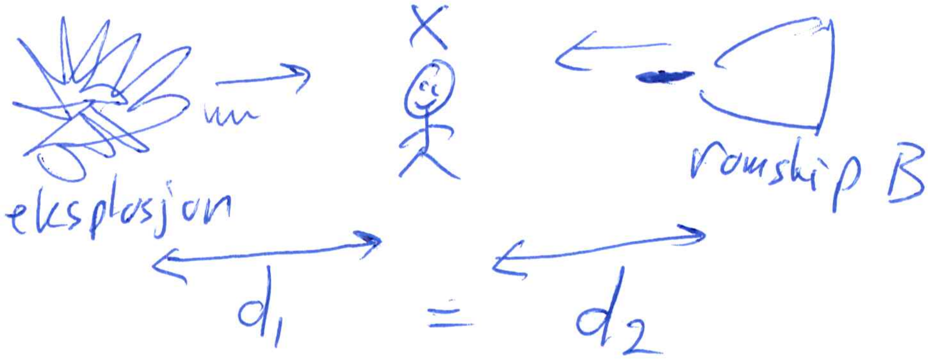
$\Rightarrow \quad t'_B = x'_B$

Et foton beveger seg med lyshastighet

Strålens bevegelseslikning er $s = v \cdot t \Rightarrow x'_B = c t'_B$

Siden $c = 1$ her så får vi $x'_B = t'_B$ uten regning

1d) Hvis vi har observatør X som er i romskipsyst. (R) og befinner seg midt mellom event B og C i det disse eventene skjer, så vil laserstrålen og fotonene fra eksplosjonen nå X samtidig. Grunnen til det er at strålene har like lang vei å gå fra begge sider



At begge lysstrålene krysser hverandre i X må også sees fra planetsystemet for å unngå paradokser. Men i planetsystemet så beveger X seg mot eksplosjonen og fra laserstrålen. For at strålene skal krysse i X så må dermed strålen fra venstre få et "forsprang" ved at event B skjer før C. Hvis ikke så vil X se eksplosjonen først og så laserstrålen etterpå, noe vi per def. av observatør X vet at ikke er tilfelle.

Mer detaljert forklaring til 1d (dette forventes ikke på eksamen!)

Konklusjonen vår avhenger strengt tatt av X sin posisjon når event B skjer i plan.syst. Hvis X i plan.syst (P) er mye nærmere romskip B enn eksplosjonen, så kan enda event C skje før B uten paradokser, da vil strålene fortsatt kunne krysse i X. MEN, vi ser i fig 1 at X må befinne seg ca. $\frac{1}{4}L$ fra romskip B (men noe nærmere enn $\frac{1}{4}L$). Hvis L' er avst. mellom romskipene i P, så befinner altså X seg hele tiden i en avstand $\lesssim \frac{1}{4}L$ fra romskip B. Vi ser på fig 2 at romstasjon er nesten midtveis mellom skipene i event B. Men i P så er relativ hast mellom X og lysstrålen fra eksplosjonen 1,65c mens relativ hastighet mellom X og laseren er $1-0,65=0,35c$. Dermed er relativ hast. mot fotonene fra ekspl. omtrent 5 ganger så stor som hastigheten fra laseren. Dermed kan ikke eksplosjonen skje før event B, ellers vil ikke strålene krysse i X.

2a) Første element i p_μ er energien som er E. Andre element er x-komp. til bevegelsemengden. For fotoner er $E=pc$
Siden $c=1$ har vi $E=p$, dette elementet blir dermed også E. Det er ingen bev. i y og z retning, dermed er $p_y=p_z=0$ for de to siste elementene
(Merk kunne også brukt $m^2=E^2-p^2=0 \Rightarrow E=p$ siden fotonet er masseløst)

2b) 4-vektorer transformerer under Lorentz-matrisa:

$$p'_\mu = L_{\mu\nu} p_\nu$$

$$\begin{pmatrix} E' \\ p' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -v\gamma \\ -v\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ E \end{pmatrix}$$

Første linje: $E' = \gamma E - v\gamma E = \gamma E(1-v)$

der $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$ og v er relativ hast. mellom systemene

3a) Bruker sammenheng mellom skallobs. og langt vekk-obs. for r_1:

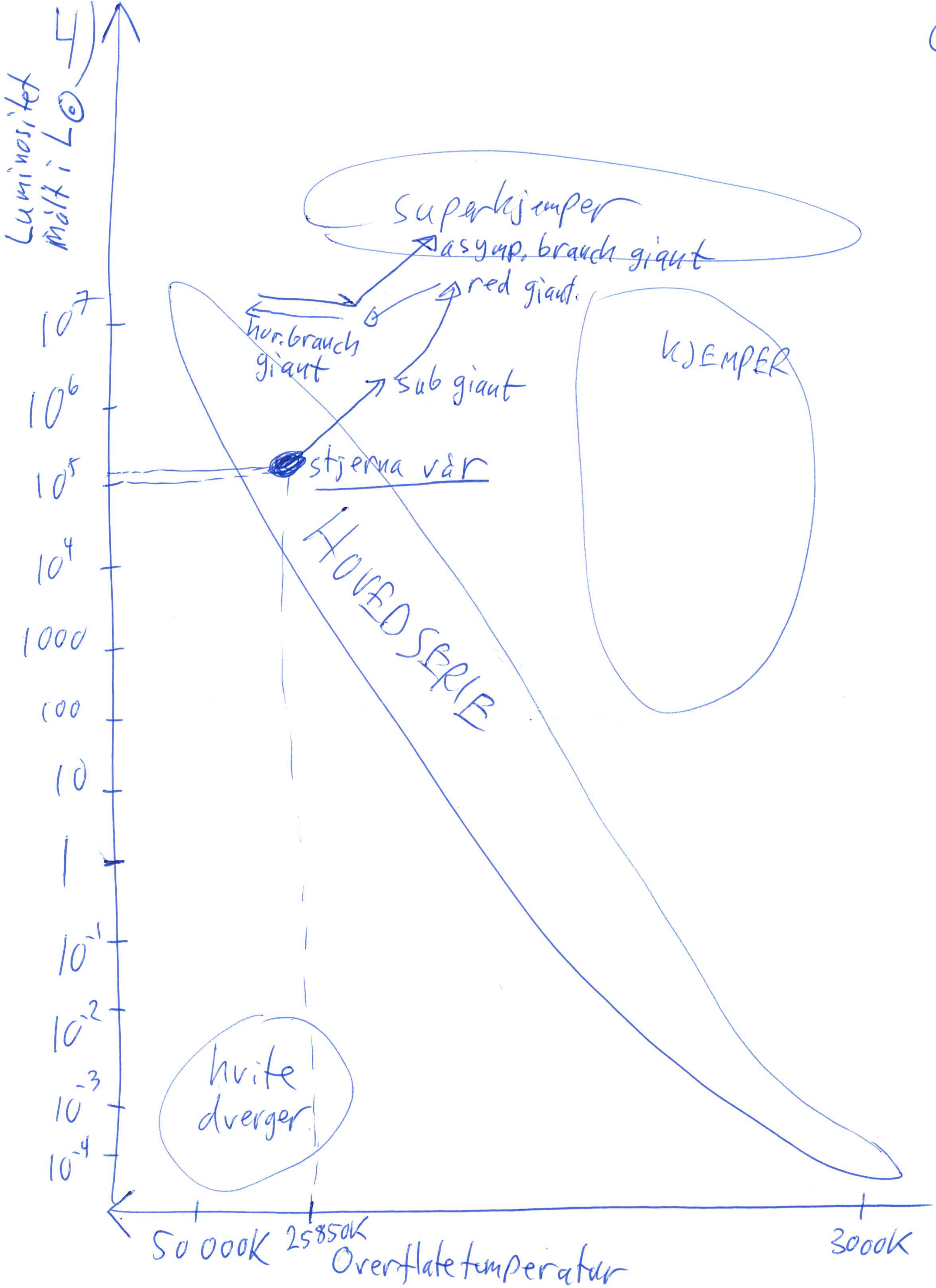
$$\Delta t_{sh} = \sqrt{1 - \frac{2M}{r_1}}\, \Delta t$$

$7 \cdot 60 = 420\,\text{min}$ $\qquad$ $M = 1171 M_\odot \cdot \frac{G}{c^2} = \underline{1736\,\text{km}}$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{420\,\text{min}}{\sqrt{1 - \frac{2 \cdot 1736}{3792}}} = 1446\,\text{min} = \underline{\underline{24h}}$$

3b) Samme uttrykk igjen men skal nå finne tid på skall-obs. klokke i r_2:

$$\Delta t_{sh} = \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 1736}{30911}} \cdot 1446\,\text{min} = 1362\,\text{min} \approx \underline{\underline{22^{30}}}$$


4)
Luminositet målt i $L_\odot$
10^7
10^6
10^5
10^4
1000
100
10
1
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
superkjemper
asymp. branch giant
red giant
hor. branch giant
sub giant
stjerna vår
KJEMPER
HOVED SERIE
hvite dverger
50 000K
25850K
3000K
Overflatetemperatur

4b) Bruker relasjoner mellom masse og temp. ⑧
og masse og Lum:

$L \propto M^4 \qquad M \propto T^2$

Bruker sola som ref:

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{M^4}{M_\odot^4} \Rightarrow L = \frac{L_\odot}{M_\odot^4} \cdot M^4 = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4 L_\odot = 20^4 L_\odot$$

$$= \underline{1{,}6 \cdot 10^5 L_\odot}$$

$$\frac{T}{T_\odot} = \sqrt{\frac{M}{M_\odot}} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{M}{M_\odot}} \cdot T_\odot$$

$$= \sqrt{20} \cdot 5780K = \underline{25850K}$$