FASIT AVSLUTTENDE EKSAMEN AST2000 H2019

1

1.1) For Cepheider har vi følgende relasjon

$$M_V = -2{,}81 \lg P_d - 1{,}43$$

der M_V er absolutt visuell ~~stø~~ størrelseklasse og P_d er pulseringsperioden i dager.

Vi leser av Pulseringsperioden fra fig 1:

$$P_d = (31\text{ timer} - 15\text{ timer})/24t \quad (\text{topp til topp})$$

$= \underline{0{,}67}$. Insatt får vi da

$$\underline{M_V = -0{,}94}$$

Den tilsynelatende magnituden finner vi fra fig 1, bruker midlet $\Rightarrow m_V \simeq 3{,}0$

Bruker sammenheng mellom tilsynelatende og absolutt ~~stø~~ størrelseklasse for å finne avstand

$$m - M = 5 \lg \frac{d}{10pc} \Rightarrow d = 10pc \cdot 10^{\frac{m-M}{5}}$$

$$= 10pc \cdot 10^{\frac{3-(-0{,}94)}{5}} \approx \underline{61pc}$$

1.2) Vi bruker Wiens forskyvningslov og antar $\lambda_{max} = 300nm$. Det gir oss temperaturen:

$$T = \frac{0{,}0029\,mK}{300nm} = \frac{0{,}0029\,m \cdot K}{300 \cdot 10^{-9}m} = \underline{9666K}$$

1.2 forts

Vet at massen følger temperaturen som

$$M \propto T^2$$

Hvis vi kaller prop. konstanten for K så får vi for sola: $M_\odot = K T_\odot^2$

og for stjerne A: $M_A = K T_A^2$

Deler likningene på hverandre og får:

$$\frac{M_\odot}{M_A} = \frac{T_\odot^2}{T_A^2} \Rightarrow M_A = M_\odot \frac{T_A^2}{T_\odot^2}$$

$$= M_\odot \frac{9666^2}{5780^2} = \underline{\underline{2{,}8 M_\odot}}$$

Altså 2,8 solmasser!

2.1

bev.mengde 4-vektor er gitt ved $P_\mu = m V_\mu$

V_μ er oppgitt til å være $V_\mu = (\gamma, \gamma v)$

Da får vi $P_\mu = m V_\mu = (\underbrace{m\gamma}_{\substack{\text{energi} \\ E}}, \underbrace{m\gamma v}_{\substack{\text{bev.mengde} \\ p}})$

2.1 forts

Energi for et foton er gitt ved

$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$. Vi har oppgitt at

$m^2 = E^2 - p^2$ Fotoner er masseløse $m=0$

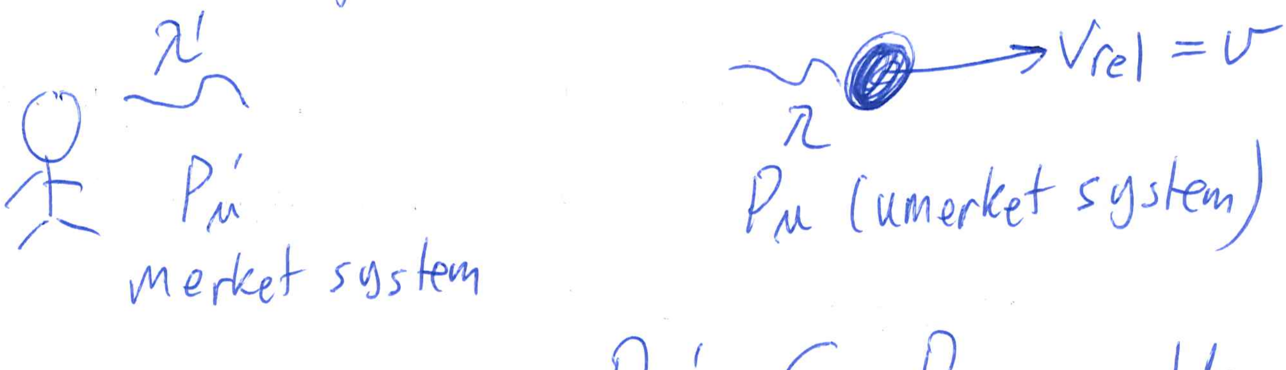
$\Rightarrow$ $p = \pm E$ siden fotonet går i mot oss, altså i negativ x-retning, får vi $p = -E$.

Da har vi $P_\mu = (E, p) = (\frac{hc}{\lambda}, -\frac{hc}{\lambda})$

og tilsvarende i merket system:

$$P'_\mu = (\frac{hc}{\lambda'}, -\frac{hc}{\lambda'})$$

2.2 Transformerer med Lorentzmatrisa:



Transformasjonen $P'_\mu = C_{\mu\nu} P_\nu$ gjelder når merket system har hastighet V_{rel} i forhold til umerket. Her er det omvendt

2.2 forts

Derfor blir $v_{rel} = -v$:

$$\begin{pmatrix} \frac{hc}{\lambda'} \\ -\frac{hc}{\lambda'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & v\gamma \\ v\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{hc}{\lambda} \\ -\frac{hc}{\lambda} \end{pmatrix} \quad \text{der } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$$

Første linje: $\frac{\cancel{hc}}{\lambda'} = \gamma \frac{\cancel{hc}}{\lambda} + v\gamma\left(-\frac{\cancel{hc}}{\lambda}\right)$

$$\Rightarrow \lambda' = \lambda \frac{1}{\gamma(1-v)} = \lambda \frac{\sqrt{1-v^2}}{1-v}$$

$$= \lambda \sqrt{\frac{(1-v)(1+v)}{(1-v)^2}} = \underline{\underline{\lambda \sqrt{\frac{1+v}{1-v}}}}$$

3.1

Energi i rel. teori er gitt ved:

$$\frac{E}{m} = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) \frac{dt}{d\tau}$$

- Her er r avstanden fra romskipet til det sorte hullet. Den er definert som $r = \frac{\text{omkrets}}{2\pi}$ der omkretsen gjelder skallet romskipet på et gitt øyeblikk befinner seg på.

- $\frac{dt}{d\tau}$ er forholdet mellom ~~to eventer~~ tidsperiden mellom to eventer. dt er tidsperioden langt-vekk-obs. måler mellom to (fritt valgte) eventer og $d\tau$ er tiden i romskipet målt mellom de samme eventer

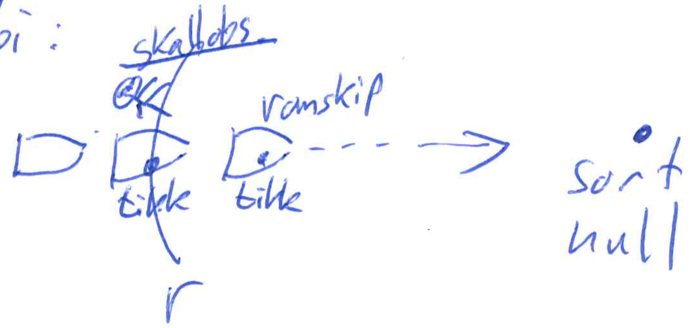
3.1 forts

En skallobs. på skallet r der romskipet befinner seg, vil måle tidsperioden dt_{skall} mellom disse eventene. Sammenhengen mellom dt og dt_{skall} er oppgitt til: $dt_{skall} = \sqrt{1-\frac{2M}{r}}\,dt$

Insatt for dt gir oss uttrykket vi skal frem til.

3.2

Anta en skallobservatør på skallet r der romskipet farer forbi:



Anta at klokka i romskipet tikker to ganger rett etter hverandre, akkurat i det det passerer skallobs. De to eventene er dermed nær hverandre i tid og i rom (i romskipet skjer de på samme sted) og nær observatørene i romskipet og på skallet.
Vi kan da anta lokalt inertialsystem og bruke spes. rel.

3.2 forts

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

skall obs dt_{sh} ; romskipsyst $d\tau$

$$\frac{dt_{sh}}{d\tau} = \gamma_{sh}$$

$$\gamma_{sh} = \frac{1}{\sqrt{1-v_{sh}^2}}$$

v_{sh} er romskipets hast. målt av skallobs.

Dette gir oss $\frac{E}{m} = \sqrt{1-\frac{2M}{r}}\frac{dt_{sh}}{d\tau} = \sqrt{1-\frac{2M}{r}}\gamma_{sh}$

I det romskipet passerer romskip A er:

$v = 0{,}295$, $r = 1\,AU$, $M = 1{,}16 \cdot 10^7 M_\odot$, $M_\odot[m] = 2 \cdot 10^{30}kg \cdot \frac{G}{c^2} = 1482m$

$$\cancel{\frac{E}{m} = \sqrt{1-\frac{2 \cdot 1AU}{1482m}}\frac{1}{\sqrt{1-0{,}295^2}}} \quad \frac{E}{m} = \sqrt{1-\frac{2 \cdot 1482}{1AU}}\frac{1}{\sqrt{1-0{,}295^2}} = \underline{1{,}04657}$$

Vet at mc^2 har enhet energi. Da må energi per masse ha enhet c^2. Vi må gange svaret med c^2 for å få SI enheter:

$$\frac{E}{m} = 1{,}04657 \cdot c^2 = \underline{9{,}4 \cdot 10^{16}\,\frac{J}{kg}}$$

3.3 Romskip A står på fast r og er dermed en skallobs. Vi transformerer derfor fra tidsrommet dt på langt-vekk-obs.

3.3 forts

klokke til skall-obs. klokke. Bruker at

$\Delta t = \frac{\Delta t_{sh}}{\sqrt{1-\frac{2M}{r_A}}}$ der $\Delta t_{sh} = \Delta t_A$ og $r_A = |A_r|$

altså pos. til skallobs.

Da får vi insatt: $\Delta \tau = \Delta t_B(r) = \frac{1-\frac{2M}{r}}{\sqrt{1-\frac{2M}{r_A}}} \frac{\Delta t_A}{E/m}$

Siden $r_A, \Delta t_A$ og E/m er konstant

3.4) a) Når $r \to 2M$ så går $\Delta t_B \to 0$ som betyr at romskip B vil observere lysglimtene fra romskip A uendelig tett. Det vil si at tiden utenfor går uendelig fort og du vil se hele universets historie før du faller inn. [På grunn av gravitasjons-Doppler-forskyvning, vil lysets farge bli blåforskøvet]

b) Vi har ikke tatt med lysstrålenes hastighet. Lysstrålene bremses ned i det sterke gravitasjonsfeltet. Og jo lenger inn mot $r=2M$ jo mer bremses lysstrålene. Dermed vil perioden mellom lysglimtene ikke bli uendelig små ettersom romskiped kommer lenger og lenger inn i tyngdefeltet mellom hvert blink.

(Vi ser dette fra formelen for lys som er oppgitt $\Delta r = \pm\left(1-\frac{2M}{r}\right)\Delta t$ (for $L/E=0$ ingen v_φ))

4) Se fasit midtveis H2019