Fasit til avsluttende eksamen i AST2000 år 2021

1 Fasit til kortsvarsoppgaver

1. Dette er godt forklart i del 1A (interaktivt forelesningsnotat). Se også diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 1A oppgave 1H.
2. $a \approx 2\text{AU}, \quad b \approx 0$ Forklaring i del 1B. Se også diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 1B oppgave 1H.
3. Alternativ E er riktig. Se del 1C samt tenk på hvor massesenteret skal ligge. Se også diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 1C oppgave 1H.
4. Stjerne A er nærmest. Sjekk størrelseklasseskalaen i del 1D, hva som er størst og minst, og forskjellen mellom tilsynelatende og absolutt. Se også diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 1D oppgave 1X.
5. $\mu = 18$, se definisjon i del 1E. Se også diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 1E oppgave 1F.
6. JA. Se del 1F. Se også diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 1F oppgave 1D.
7. Se forklaring i interaktive forelesningsnotater for 1G. Se også diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 1G oppgave 1H.
8. Se oppgaven om tvillingparadokset, oppgave 2A.8. Se også diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 2A oppgave 1F.
9. Den røde bilen. Se forklaring i del 2B samt diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 2B oppgave 1H.
10. Se forklaring i del 2C samt diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 2C oppgave 1Q.
11. $r_{\text{crit}} > 2M$. Se forklaring i del 2D samt diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 2D oppgave 1K.
12. Alternativ E er nærmest. Se forklaring i del 3A samt diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 3A oppgave 1C.
13. Gass-sky A har størst sjanse for å kollapse. Se forklaring om Jeans-masse i del 2B samt diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 3B oppgave 1C.
14. Se forklaring i del 3D samt diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 3D oppgave 1G.
15. Se del 3E samt diskusjon på forum under kortsvarsoppgaver, del 3E oppgave 1A.

Eksamen AST2000 2021

2.1) Vi vet at utstrålt fluks fra et sort legeme er $F = \sigma T^4$ der T er temperaturen

→ ~~Fluks~~ Utstrålt fluks er energi som stråles ut per areal på overflaten av legemet per tid

→ antar isotrop utstråling → kan da gange med areal $4\pi r^2$ for å finne luminositet som er totalt utstrålt energi per tid

→ $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$

Her øker radien R med hastighet v. Siden kula etter tid Δt er MYE større enn da eksplosjonen starta, antar vi $R \approx 0$ ved start. Som funksjon av tid har vi da $R = v\Delta t$ så lenge v er konstant.

Dermed får vi $\underline{\underline{L = 4\pi (v\Delta t)^2 \sigma T^4}}$

②

2.2) Luminositeten blir

$$L_{SN} = 4\pi \cdot (9500\,km/s \cdot 42\,dager)^2 \cdot \sigma\,(6000\,K)^4$$

$$\approx \underline{\underline{1{,}1 \cdot 10^{36}\,J/s\,(W)}}$$

For å finne avstand r tenker jeg å bruke sammenheng mellom tilsynelatende (m) og absolutt størrelseklasse (M)

$$m - M = 5 \lg \frac{r}{10pc}$$

Vet at $m = 10$, men må finne M.

Sammenlikner med sola for å finne M
Vi kjenner $L_\odot$ og $M_\odot$ fra formelark

$$M_\odot = 4{,}83 \qquad L_\odot = 3{,}827 \cdot 10^{26}\,W$$

Hvis vi har både sola og supernovaen i avstanden 10pc, så er $\underline{m = M}$
Absolutt fluks blir da

$$F_{SN} = \frac{L_{SN}}{4\pi (10pc)^2} \qquad F_\odot = \frac{L_\odot}{4\pi (10pc)^2}$$

Bruker $m_1 - m_2 \underset{\uparrow \atop 10pc}{=} M_1 - M_2 = -2{,}5 \lg \frac{F_1}{F_2} \underset{\uparrow \atop \text{10pc på begge!}}{=} \frac{L_1}{L_2}$

$$\Rightarrow \quad M_\odot - M_{SN} = -2{,}5 \lg \frac{L_\odot}{L_{SN}} \Rightarrow M_{SN} = M_\odot + 2{,}5 \lg \frac{L_\odot}{L_{SN}}$$

2.2 forts)

$$M_{SN} = -18,8$$

Insatt i $m_{SN} - M_{SN} = 5 \lg \frac{r}{10pc}$

$$\Rightarrow r = 10pc \cdot 10^{\frac{m_{SN} - M_{SN}}{5}} = \underline{\underline{5,75 Mpc}}$$

2.3) Nøytronstjerna er i hydrostatisk likevekt.

$$\Rightarrow \frac{dP}{dr} = -\rho g$$

Uniform tetthet: $\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ volum

Massen $M(r)$ innenfor radius r:

$$M(r) = \bar{\rho} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \underline{\underline{M \frac{r^3}{R^3}}}$$

volum av kule med radius r

Tyngdeakselrasjon i avstand r:

(tyngdeaksel. er en positiv størrelse) $g = \cancel{-} G \frac{M(r)}{r^2} \cancel{=} G M \frac{r^3}{R^3} \cdot \frac{1}{r^2} = \cancel{-} \underline{\underline{\frac{GM}{R^3} r}}$

Hydrostatisk likevekt: $\int_{P(\text{sentrum})}^{P(\text{overflate})} dP = -\int \frac{GM}{R^3} \cdot \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} r \, dr$

Antar at trykket på overflaten er 0

$$-P(\text{sentrum}) = -\frac{3GM^2}{4\pi R^6}\left[\frac{1}{2}r^2\right]_0^R$$

$$P(\text{sentrum}) = \frac{3GM^2}{\pi 8 R^4} \quad (1)$$

Nøytrondegenerasjonstrykk i sentrum:

$$P = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3}\frac{h^2}{20m_n} n_n{}^{5/3}$$

n_n = antalltetthet nøytroner, m_n = nøytronmasse

Antalltetthet av nøytroner $=$ $\frac{\text{Massetetthet}}{\text{nøytronmasse}} = \frac{\bar{\rho}}{m_n} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3 m_n}$

antar kun nøytroner

Setter inn (2) i (1):

$$\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3}\frac{h^2}{20m_n}\left(\frac{3M}{4\pi R^3 m_n}\right)^{5/3} = \frac{3GM^2}{8\pi R^4}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{R = \left(\frac{3}{2\pi}\right)^{4/3}\frac{h^2}{10m_n^{8/3}G}M^{-1/3}}}$$

2.4) Energi i tyngdefelt: ⑤

$$E = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\frac{dt}{d\tau} = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\frac{dt}{dt_{sh}} \cdot \frac{dt_{sh}}{d\tau}$$

$\cdot \frac{dt_{sh}}{dt_{sh}}$

$$\frac{dt}{dt_{sh}} = \frac{\Delta t \text{ (langt-vekk-obs)}}{\Delta t_{sh} \text{ (skall obs.)}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2M}{r}}} \quad \text{(formelsamling)}$$

$$\frac{dt_{sh}}{d\tau} = \frac{\Delta t_{sh} \text{ (skall-obs)}}{\Delta \tau \text{ (klokke på fritt fallende obs.)}} = \gamma_{sh} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_{sh}^2}}$$

spes. rel. teori, antar lokalt inertialsyst i det objektet faller forbi skall

$$\Rightarrow \quad E = \sqrt{1 - \frac{2M}{r}} \frac{1}{\sqrt{1 - v_{sh}^2}}$$

Ved overflate: $E = \frac{\sqrt{1 - \frac{2M}{R}}}{\sqrt{1 - v_{gass}^2}}$

Ved turningpoint der $v_{gass} = 0$: $E = \sqrt{1 - \frac{2M}{R+h}}$

Energibev: $\sqrt{\frac{1 - \frac{2M}{r}}{1 - v_{gass}^2}} = \sqrt{1 - \frac{2M}{R+h}}$

2.4 forts) $\frac{1-\frac{2M}{r}}{1-v_{gass}^2} = 1 - \frac{2M}{R+h}$ ⑥

$$\Rightarrow h = \frac{2M}{1-\frac{1-\frac{2M}{r}}{1-v_{gass}^2}} - R$$

2.5)