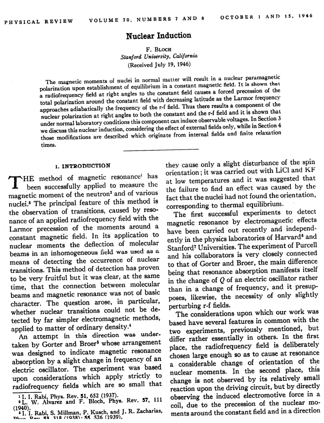
FYS-KJM 4740

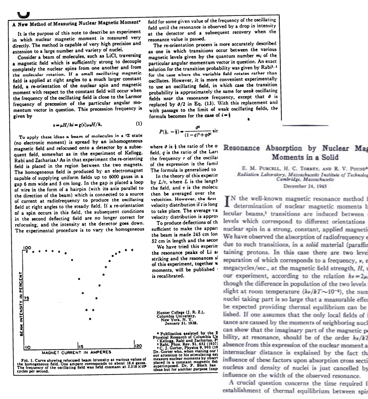
MR-teori og medisinsk diagnostikk

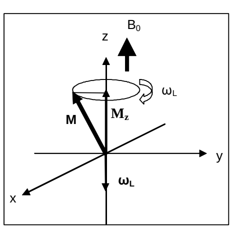
Kap 1 – 2
Bloch-likningen, relaksasjon og bildedannelse

Atle Bjørnerud, Rikshospitalet
atle.bjornerud@fys.uio.no
975 39 499

Kap 1
Bloch-likningen
RF-eksitasjon
Relaksasjon



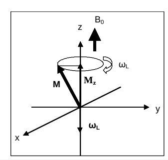




$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma(\mathbf{M} \times \mathbf{B})$$

The magnetic moment **M** rotates around the static B-field at the Larmor frequency

Larmors likning



Joseph Larmor

ω_0 (rad/s) = γ (rad/s/Tesla) x B_0 (Tesla)

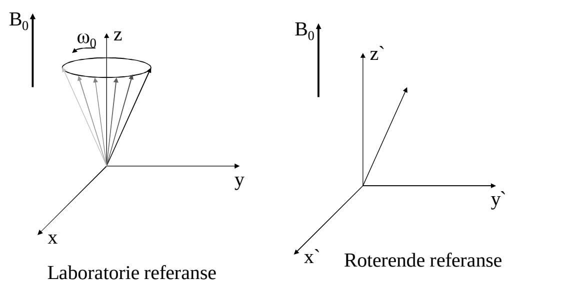
$\gamma_{hydrogen}$ = 2.68 *10^8 rad/s/Tesla

$/2\pi$

f_L (MHz) = γ (MHz/Tesla) x B_0 (Tesla)

$\gamma_{hydrogen}$ = 42.58 MHz/Tesla

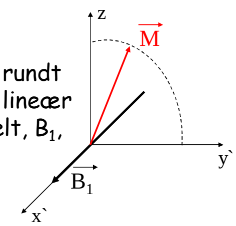
Roterende referansesystem

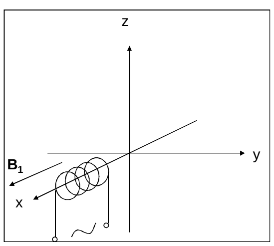


Rotasjon

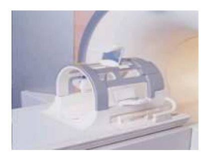
I MRI brukes korte RF pulser til å forandre retningen på magnetiseringsvektoren M.

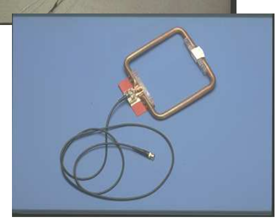
For å oppnå en rotasjon av M rundt en gitt akse anvendes et lineær polarisert og pulset magnetfelt, B_1, langs denne aksen.



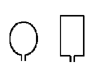


The RF-coil generates a magnetic field B1 along the x-axis





RF spoler

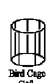


RF spoler er MR-systemets antenner som sender RF signalene (B_1-feltet) inn i pasienten og/eller mottar NMR signalet fra pasienten. RF spoler kan være kun mottakere ("receive-only") der body spolen brukes som RF sender, eller både mottaker og sender ("transceiver").

Overflate spoler ("surface coils") har det enkleste spole designet. De består av en enkel lednings sløyfe, enten sirkulær eller rektangulær. Bildedybden er begrenset til ca. radius av spolen. Denne spoletypen blir oftest brukt til rygg, skulder og kjeveavbildning, samt små anatomiske områder.

Dobbel salspole ("paired saddle coil") er den vanligste spoledesignet for kne avbildning. Spolene gir god RF homogenitet.

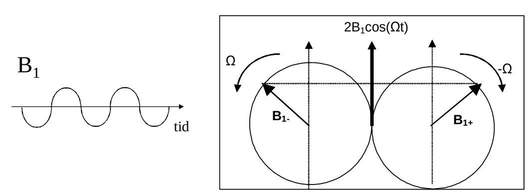
Helmholtz par består av to sirkulære og parallelle spoleelement. Denne spoletypen anvendes bl.a. til hofte og ryggavbildning.



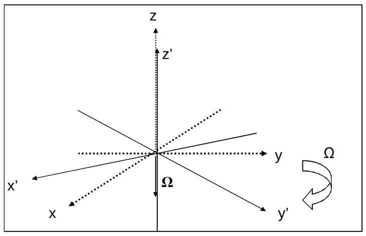
Fuglebur spolen ("bird cage coil") er det spoledesignet som gir den beste RF homogeniteten. Spoletypen anvendes som oftest som en transceiver spole for hodeavbildning, men også som knespole.

Rotasjon

RF pulsens magnetfelt, B_1, er generert av to sirkulær polariserte felter som hver roterer med ω_0 , men i motsatt retning



The 'rotating frame' (x', y', z'-coordinates)



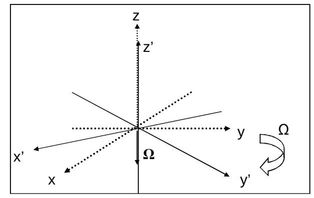
$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\mathbf{eff}} \qquad \mathbf{B}_{\mathbf{eff}} = \mathbf{B}_{\mathbf{0}} + \mathbf{B}_{\mathbf{1}} + \mathbf{\Omega}/\gamma \qquad \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Omega \end{bmatrix}$$

RF-eksitasjon med Larmor frekvens (rotating frame)

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\mathbf{eff}}$$

$$\mathbf{\Omega} = \gamma \mathbf{B}_{\mathbf{0}}$$

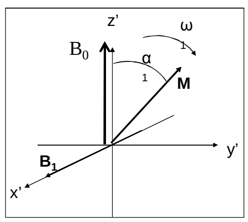
$$\mathbf{B}_{\mathbf{eff}} = \mathbf{B}_{\mathbf{1}}$$



I Matrise-notasjon

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{1x} \\ 0 & -B_{1x} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

$$M_{y'} = A \sin(\gamma B_{1x'} t) + B \cos(\gamma B_{1x'} t)$$



$$\omega_1 = -\gamma B_1$$

Using the boundary conditions $M_{y'} = M_{y'}(0)$ and $M_{z'} = M_z(0)$ at t=0, we get

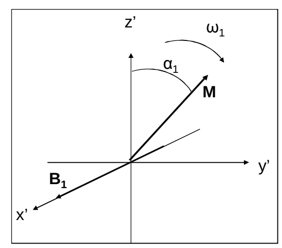
$$\mathbf{M}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega_1 t) & \sin(\omega_1 t) \\ 0 & -\sin(\omega_1 t) & \cos(\omega_1 t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x(0) \\ M_y(0) \\ M_z(0) \end{pmatrix} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{M}_0$$

Rotasjon

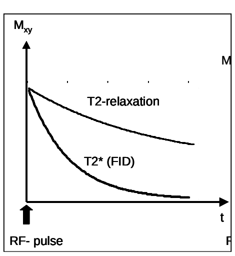
$$\omega_1 = -\gamma B_1$$

RF pulsens varighet er bestemt av flip vinkelen, α.

$$t_{B_1} = \alpha / \gamma B_1$$



Relaksasjon

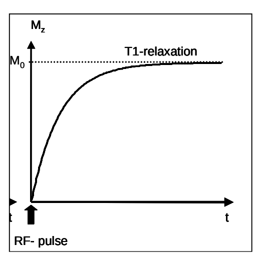


$$\frac{dM_x}{dt} = -\frac{M_x}{T_2}$$

$$\frac{dM_y}{dt} = -\frac{M_y}{T_2}$$

$$\frac{1}{T2^*} = \frac{1}{T2} + \gamma \Delta B_0$$

Relaksasjon



$$\frac{dM_z}{dt} = -\frac{M_z - M_0}{T_1}$$

Relaksasjon

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_{eff} - \mathbf{R}(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0)$$

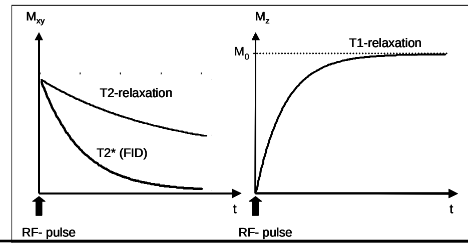
$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

Forutsetning: minimal relaksasjon under RF-eksitasjon:

$d\mathbf{M}/dT = -\mathbf{R}(\mathbf{M}-\mathbf{M_0})$

$$M_z(t) = M_0[1 - \exp(-t/T_1)] + M_z(0)\exp(-t/T_1)$$

$$M_{xy}(t) = M_{xy}(0)\exp(-t/T_2)$$

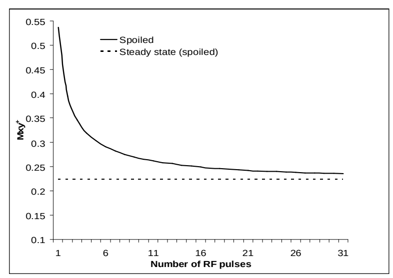


Oppsummering: Eksitasjon og Relaksasjon

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_{eff} - \mathbf{R}(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0)$$

$$\frac{dM}{dt} = \begin{bmatrix} -1/T_2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/T_2 & \gamma B_{1x} \\ 0 & -\gamma B_{1x} & -1/T_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{x'} \\ M_{y'} \\ M_{z'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0/T_1 \end{bmatrix}$$

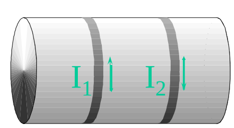
'Steady state'



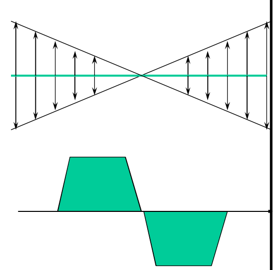
The progression of the Mxy (in relative units) towards a steady state level following multiple RF-pulses.

Kap 2
Snitt-selektiv RF-eksitasjon
Bildedannelse

Magnetfelt gradient

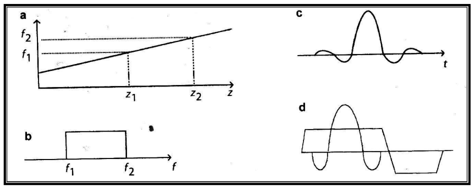


Maxwell pair



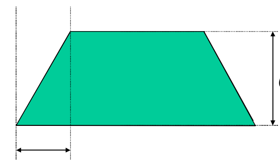
fra KI Gjesdal, PhD

Snitt-selektiv RF-eksitasjon



$B_z(t) = B_0 + G_z(t)\mathbf{r}$

Magnetfelt gradient



Gradient styrke (mT/m)

Stigningstid (ms)

Slew rate (mT/m/ms) = $\dfrac{\text{Gradient styrke}}{\text{Stigningstid}}$

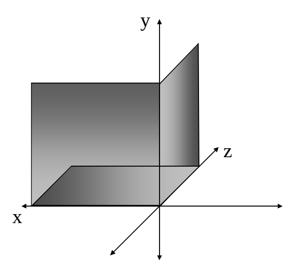
fra KI Gjesdal, PhD

Gradientspoler

Gradient spoler anvendes for å skape linjære forandringer i hoved-magnetfeltet (Bo). Gradientspolen består av tre sett med spole-elementer. Til forandringer i z-retningen anvendes et Helmholtz par, mens for magnetfeltvariasjoner langs x- og y-aksen anvendes en dobbel salspole.

fra KI Gjesdal, PhD

Magnetfelt-gradient



$\delta B_{G,z}(z) = G_z z$

$\delta B_{G,z}(y) = G_y y$

$\delta B_{G,z}(x) = G_x x$

Snitt-selektiv RF-eksitasjon

$$\mathbf{B}_{eff} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{G}\cdot\mathbf{r} + \mathbf{B}_1 + \frac{\mathbf{\Omega}}{\gamma} = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \\ B_0 + G_z z_1 - \dfrac{\Omega}{\gamma} \end{bmatrix}$$

Dersom vi setter: $\Omega=\gamma(B_0 + G_z z_1)$, får vi et effektivt felt ved $z=z_1$ lik:

$$\mathbf{B}_{eff} = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$ Snitt-selektiv eksitasjon @z=z_1

Hva skjer når $B_0 + G_z z_1 - \Omega/\gamma \gg B_1$??

Kumulativ effekt: eksitasjon, presesjon og relaksasjon

$\Omega=\omega_L$;$B_{eff}=B_{1x}$

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \begin{pmatrix} -1/T_2 & \gamma\mathbf{G}\cdot\mathbf{r} & 0 \\ -\gamma\mathbf{G}\cdot\mathbf{r} & -1/T_2 & \gamma B_{1x} \\ 0 & -\gamma B_{1x} & -1/T_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{x'} \\ M_{y'} \\ M_{z'} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0/T_1 \end{pmatrix}$$

Kumulativ effekt: eksitasjon, presesjon og relaksasjon

Transersal (M_{xy}) relaksasjon

Presesjon rund z-akse

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \begin{pmatrix} -1/T_2 & \gamma\mathbf{G}\cdot\mathbf{r} & 0 \\ -\gamma\mathbf{G}\cdot\mathbf{r} & -1/T_2 & \gamma B_{1x} \\ 0 & -\gamma B_{1x} & -1/T_1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} M_{x'} \\ M_{y'} \\ M_{z'} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0/T_1 \end{pmatrix}$$

Eksitasjon rundt x-akse

Longitudinell (M_z) relaksasjon

Transversal magnetisering, $M_{xy,}$ Relaksasjon og presesjon

$B_{1x}=0$

$M_T = M_x + jM_y$

Utled!

$$M_T = M_T(0)\exp\left(-j\gamma\mathbf{r}\cdot\int\mathbf{G}(t)dt\right)\exp\left(-\frac{t}{T_2}\right)$$

Longitudinell magnetisering, M_z Utled!

$$M_z(t) = M_0\left[1-\exp\left(-\frac{t}{T_1}\right)\right] + M_z(0)\exp\left(-\frac{t}{T_1}\right)$$

(Som før)

Transversal magnetisering, $M_{xy,}$ Eksitasjon og presesjon

$T_2=\infty$

$M_T = M_x + jM_y$

Forutsetning: $M_z \approx M_0$ (hvordan oppfylles dette?)

$$\frac{dM_T}{dt} = -j\gamma(\mathbf{G}\cdot\mathbf{r})M_T + j\gamma B_1 M_0$$

Generell løsning:

$$M_T = A(t)\exp\left(-j\gamma\mathbf{r}\cdot\int_{t_1}^{t}\mathbf{G}(t')dt'\right)$$

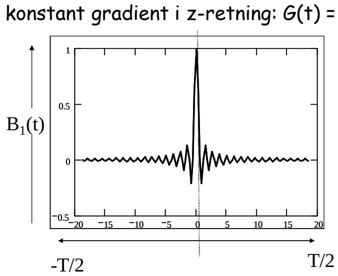
Transversal magnetisering, $M_{xy,}$ Eksitasjon og presesjon

$T_2=\infty$

Dersom vi sier at RF puls starter ved
–T/2 og varer i T sek:

$$M_T(T/2,\mathbf{r}) = j\gamma M_0\int_{-T/2}^{T/2} B_1(t)\exp\left(-j\gamma\mathbf{r}\cdot\int_t^{T/2}\mathbf{G}(t')dt'\right)dt$$

Ved konstant gradient i z-retning: G(t) = G_z



$$M_T(T/2,z) = j\gamma M_0\exp(-j\gamma z G_z T/2)\int_{-T/2}^{T/2} B_1(t)\exp(j\gamma z G_z t)dt$$

fasedispersjon

snittprofil

Ved konstant gradient i z-retning: G(t) = G_z

$$M_T(T/2,z) = j\gamma M_0\exp(-j\gamma z G_z T/2)\int_{-T/2}^{T/2} B_1(t)\exp(j\gamma z G_z t)dt$$

Snitt-profil = Fourier transform av B_1(t)
M_T(z)'s retning (fase) i x-y- planet er funksjon av z

Eliminere fase-dispersjon i x-y planet ved å anvende ekstra gradient med motsatt polaritet og halve varigheten: $-G_z$

Dette gir:

$$M_T(T,z) = jM_0 \int_{-k_T}^{k_T} \frac{B_1(k)}{G_z} \exp(jkz)dk$$

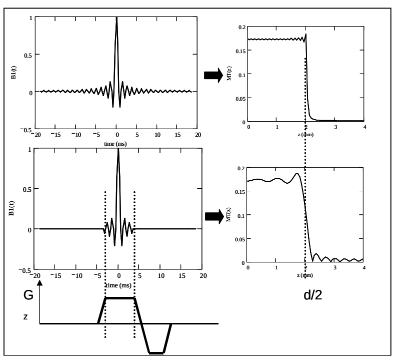
$k=\gamma G_z t$ and $k_T=\gamma G_z T/2$.

Ønsker 'blokk' eksitasjon: $M_T(z) = M_0\sin(\alpha)$ mellom $-d/2$ og $d/2$ og $M_T=0$ resten

Finn $B_1(t)$ profil fra Fourier integral:

$$B_1(t) = G_z \int_{-d/2}^{d/2} \exp(j\gamma G_z t \cdot z)dz = G_z d \cdot \frac{\sin(\gamma G_z t \cdot d/2)}{\gamma G_z t \cdot d/2}$$

Utled!



The effect of truncating the RF-excitation pulse (sinc-pulse). A 'perfect' slice profile requires an 'infinite' pulse duration and the truncation gives rise to a non-ideal slice profile as shown in the figure