Elastisitetsteori

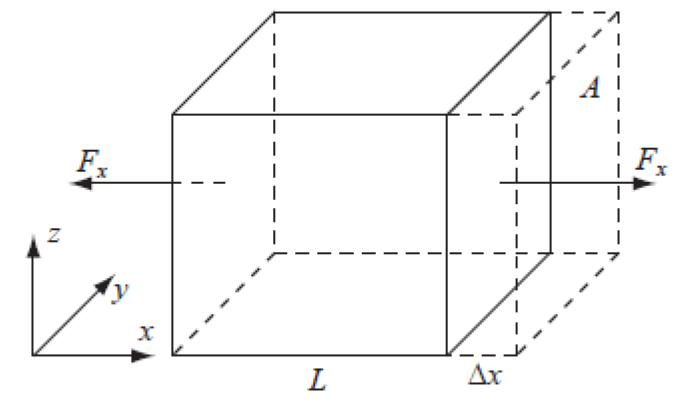
Spesiell relativitetsteori

14.05.2013

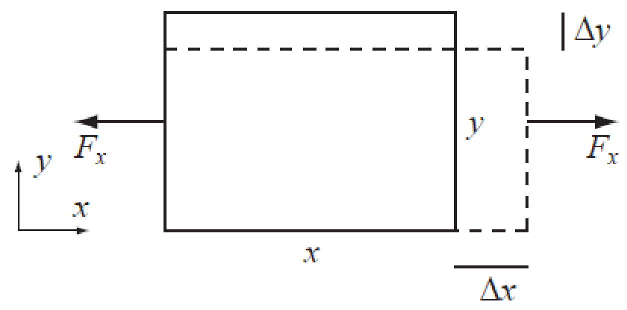
	uke 20	21	22	23
man	13 gruppe: elastisitet	20 Pinse- mandag	27 gruppe: spes. relativitet	3 ingen gruppe orakel 10-14 Ø394
tir	14 forelesning: spes. relativitet	21 forelesning: repetisjon	28 ingen forelesning	4 ingen forelesning
ons	15 gruppe: elastisitet	22 gruppe: spes. relativitet	29 ingen gruppe	5 **EKSAMEN**
tor	16 forelesning: spes. relativitet gruppe: statikk + elastisitet	23 ingen forelesning gruppe: spes. relativitet	30 ingen forelesning ingen gruppe	
fre	17 17. Mai	24 ingen datalab	31 orakel 10-16 Ø394	

Elastisitetsteori

Hookes lov $\sigma = E\varepsilon$ Elastisitetsmodul E

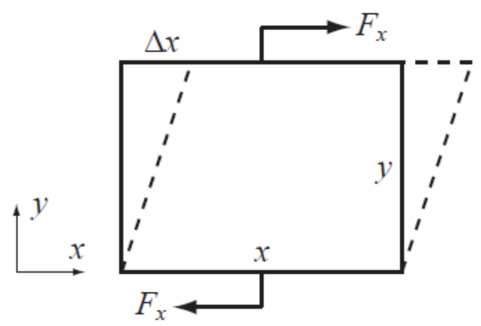


spenning $\sigma = \dfrac{F}{A}$ tøyning $\varepsilon = \dfrac{\Delta x}{x}$



tverrkontraksjon $$\varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y} = -\nu \frac{\sigma_x}{E} = -\nu \frac{\Delta x}{x}$$

Poissons tall ν

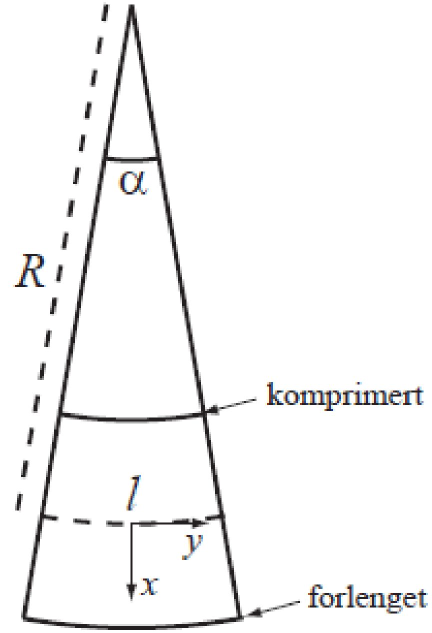


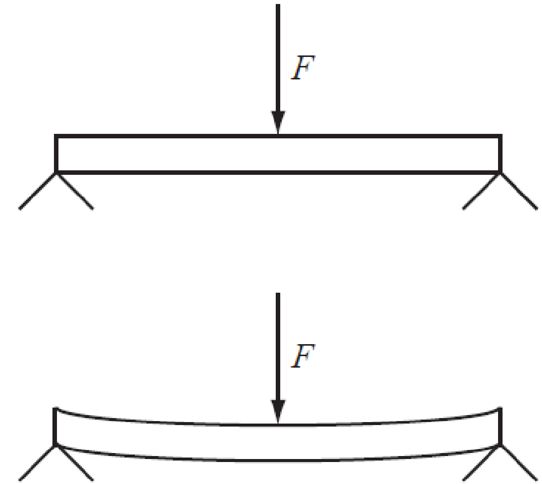
skjærspenning: $$\sigma_{xy} = \frac{F_x}{A_y} = G\frac{\Delta x}{y}$$

G: skjærmodul

for isotrope materialer: $$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Bøying av en bjelke





midtlinjen: den nøytrale linjen
ovenfor komprimeres bjelken
nedenfor forlenges bjelken

forlengelsen Δl i posisjonen x fra den nøytrale linjen:

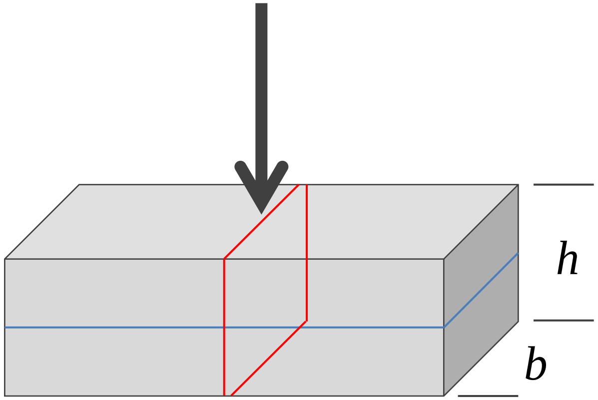
$$\Delta l = (R+x)\alpha - R\alpha = x\alpha = x\frac{l}{R}$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{x}{R}$$

Hookes lov: $\sigma(x) = E\frac{\Delta l}{l} = E\frac{x}{R}$

spenning i bjelken

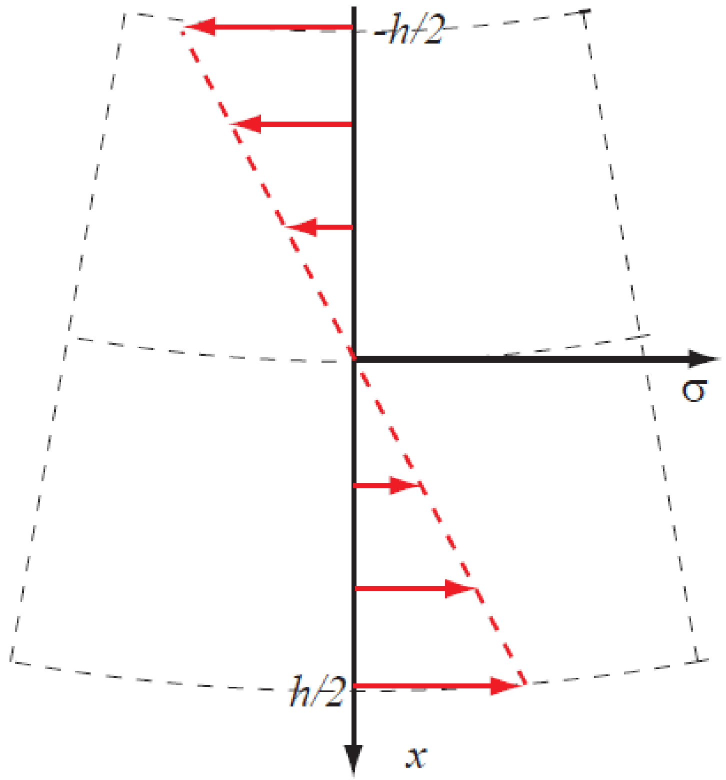
en bjelke med høyde h og bredde b
er bøyet med radius R:



kraft i avstand x fra
den nøytrale linjen:

$$dF(x) = \sigma(x)dA$$

$$\sigma(x) = E\frac{\Delta l}{l} = E\frac{x}{R}$$



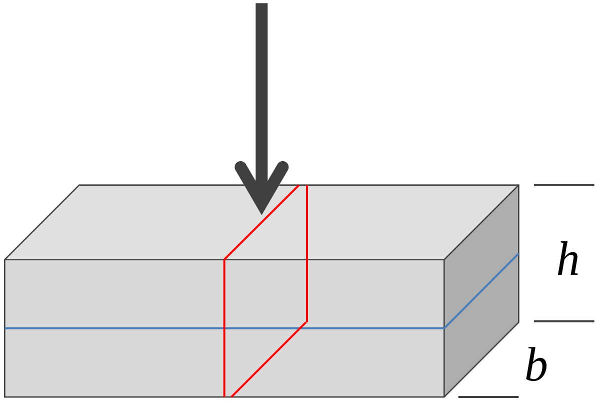
totalkraft på tverrsnitt:

$$F = \int_A \sigma(x)dA = b\int_{-h/2}^{h/2}\sigma(x)dx$$

$$= b\frac{E}{R}\int_{-h/2}^{h/2} x dx = b\frac{E}{R}\left(\left(\frac{h}{2}\right)^2 - \left(-\frac{h}{2}\right)^2\right) = 0$$

nettokraft er null,
men det virker et kraftmoment

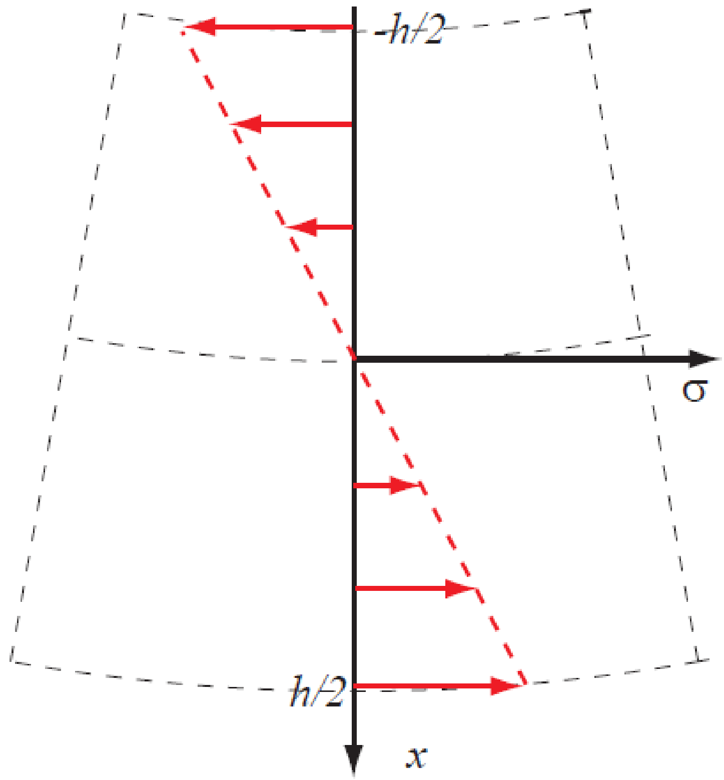
en bjelke med høyde h og bredde b
er bøyet med radius R:



kraft i avstand x fra
den nøytrale linjen:

$$dF(x) = \sigma(x)dA$$

$$\sigma(x) = E\frac{\Delta l}{l} = E\frac{x}{R}$$



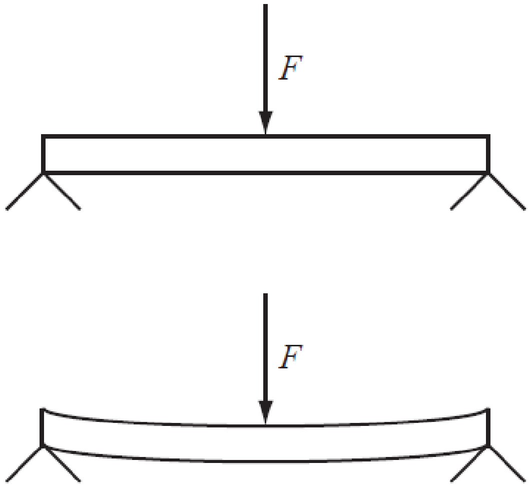
kraftmoment om O:

$$\tau = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \int \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$= \int_A x\sigma(x)dA = \frac{E}{R}\int_A x^2 dA \;= \frac{E}{R} I_A$$

$$I_A = \int_A x^2 dA$$ flatetreghetsmoment

kraftmoment om O: $\tau = \frac{E}{R} I_A$



kraftmomentet fra spenning i bjelken oppveies av ytre krefter (i lekevekt)

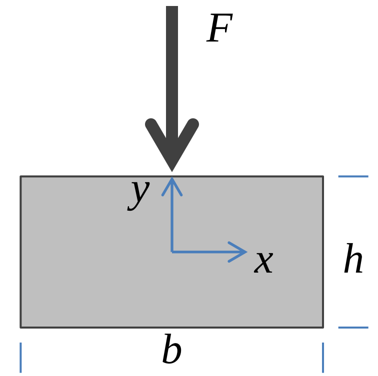
bøyningen er gitt ved: $\frac{1}{R} = \frac{\tau}{I_A E}$

bøyningen øker med kraftmoment τ, men avtar med elastisitetsmodul E og flatetreghetsmoment I_A

jo større flatetreghetsmoment, jo større motstand mot bøyning

Eksempel: flatetreghetsmoment for en 2×4 cm trevirke:

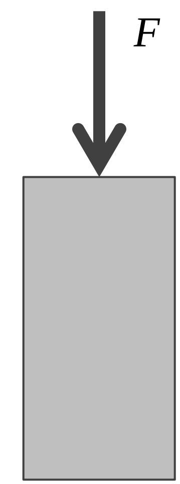
$$I_A = \int_A y^2 dA = b \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy = b\left(\frac{1}{3}\frac{h^3}{8} + \frac{1}{3}\frac{h^3}{8}\right) = \frac{bh^3}{12}$$



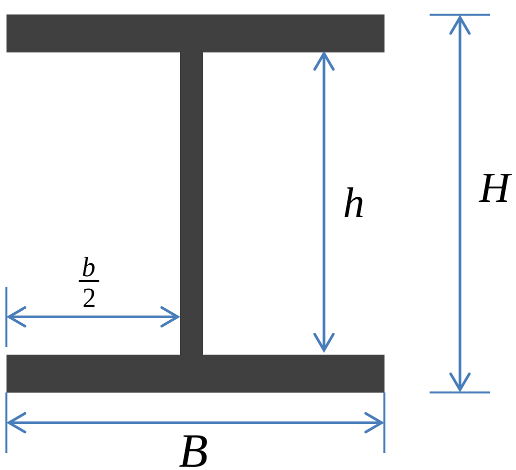
to orienteringer:

$$I_1 = \frac{4 \cdot 2^3}{12}\,\mathrm{cm}^4 = \frac{8}{3}\,\mathrm{cm}^4$$

$$I_2 = \frac{2 \cdot 4^3}{12}\,\mathrm{cm}^4 = \frac{32}{3}\,\mathrm{cm}^4 = 4I_1$$



mest stivhet for et gitt mengde material:
velg en form hvor material er langt bort fra den nøytrale linjen



$$I_A = \frac{1}{12}(BH^3 - bh^3)$$

$$B = H = 10\,\mathrm{cm}$$

$$b = 9.4\,\mathrm{cm}$$

$$h = 8\,\mathrm{cm}$$

$$I_A = 432\,\mathrm{cm}^4$$

$$A = 24.8\,\mathrm{cm}^2$$

full bjelke av samme størrelse

$$I_A = 833\,\mathrm{cm}^4$$

$$A = 100\,\mathrm{cm}^2$$

Spesiell relativitetsteori

Einsteins mirakelår 1905

han var 26 år gammel og jobbet som patentbehandler ved det sveitsiske patentbyrået i Bern

i 1905 publiserte han fire artikler:

- forklaring av Brownske bevegelser
- forklaring av den fotoelektriske effekten
- spesiell relativitetsteori
- forklarte forhold mellom masse og energi

Albert Einstein (1879 – 1955)

Oppfatninger på denne tiden:

bølger trenger et medium for å forplante seg

verdensrommet må være fylt av ”eter” slik at lysbølger kan forplante seg

konsekvens: jorden beveger seg relativ til eteren

lysets hastighet på jorden er avhengig av retning relativ til eteren

Michelson – Morley eksperiment i 1887:
prøvde å påvise effekten av jorden bevegelse gjennom eteren men fant at lyshastigheten er den samme uansett hvilken retning den måles.

nå kommer Albert Einstein:

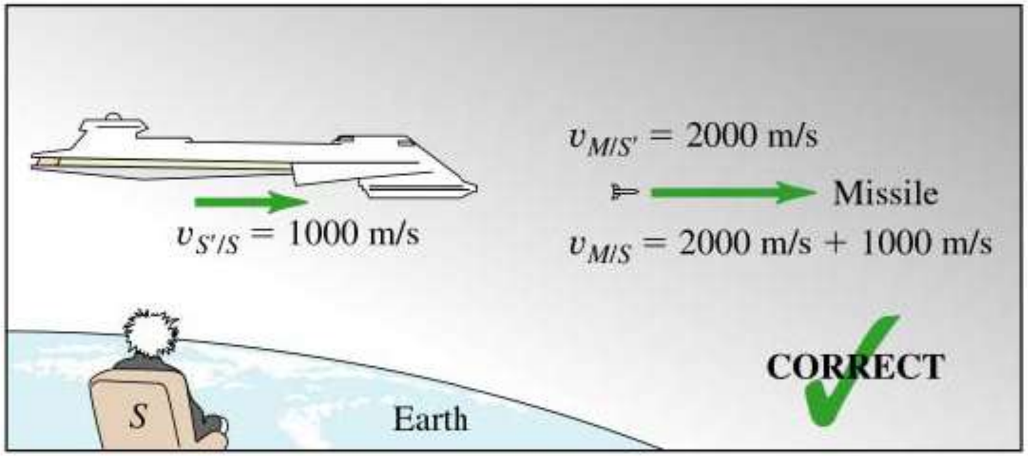
Newtons lover er de samme i alle inertialsystemer

Hvorfor krever elektromagnetisme (lysbølger) et spesielt referansesystem tilknyttet ti eteren?

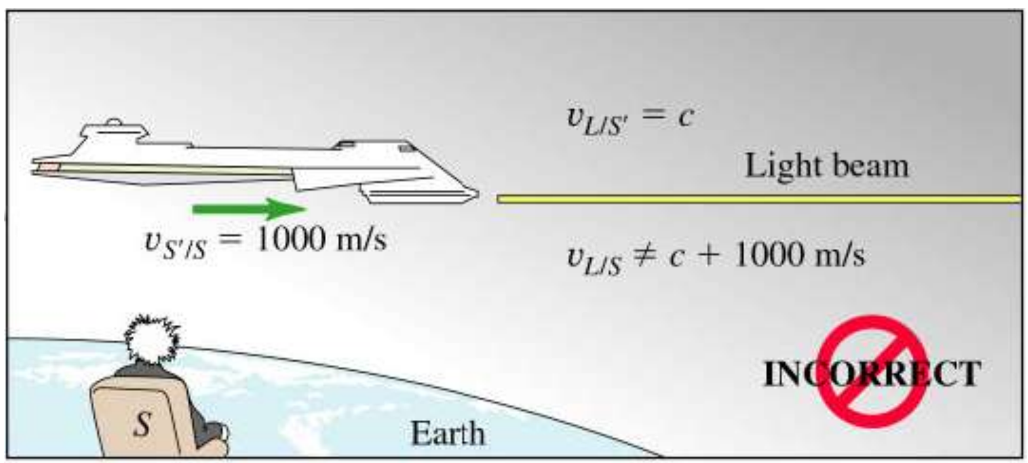
Einsteins postulatene

1. Fysikkens lover er de samme i alle inertialsystemer.

2. Lyshastigheten er den samme i alle inertialsystemer, og er uavhengig av observatørens bevegelse.



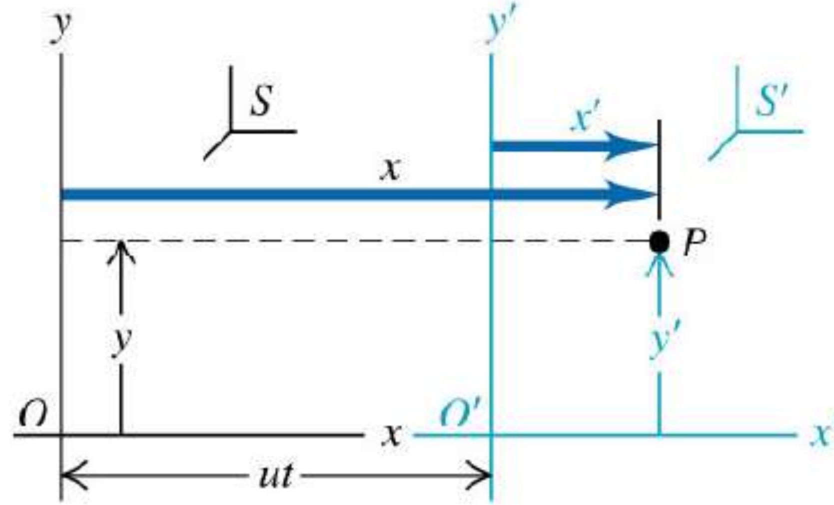
Newtonske mekanikk



er ikke lenger gyldig får å beskrive hvordan lys oppfører seg.

Galileo transformasjon

to koordinatsystemer:
S (f.eks. jorden)
S' (f.eks. romskip)



S' beveger seg relativ til S
med hastighet u langs x aksen,
hvor x og x' aksene er parallelle

O og O' er på samme sted ved tid $t=0$

vi beskriver posisjonen til et partikkel P

i system S: $\vec{r} = (x, y, z)$

i system S': $\vec{r}' = (x', y', z')$

Galileo transformasjon:

$$x = x' + ut \qquad v_x = v'_x + u$$
$$y = y' \qquad v_y = v'_y$$
$$z = z' \qquad v_z = v'_z$$

hva hvis partikkelen er et foton som beveger seg med lyshastighet?

$$c = c' + u$$

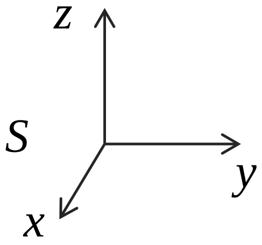
Einsteins 2. postulat: $c = c'$

hvis Einsteins 2. postulat er riktig, så må vi modifisere Galileo transformasjonen

er tiden den samme i S og S' ?

Definisjon av hendelse

En hendelse er en begivenhet (noe) som kan lokaliseres i rom og tid dvs. gis koordinater (x,y,z,t).

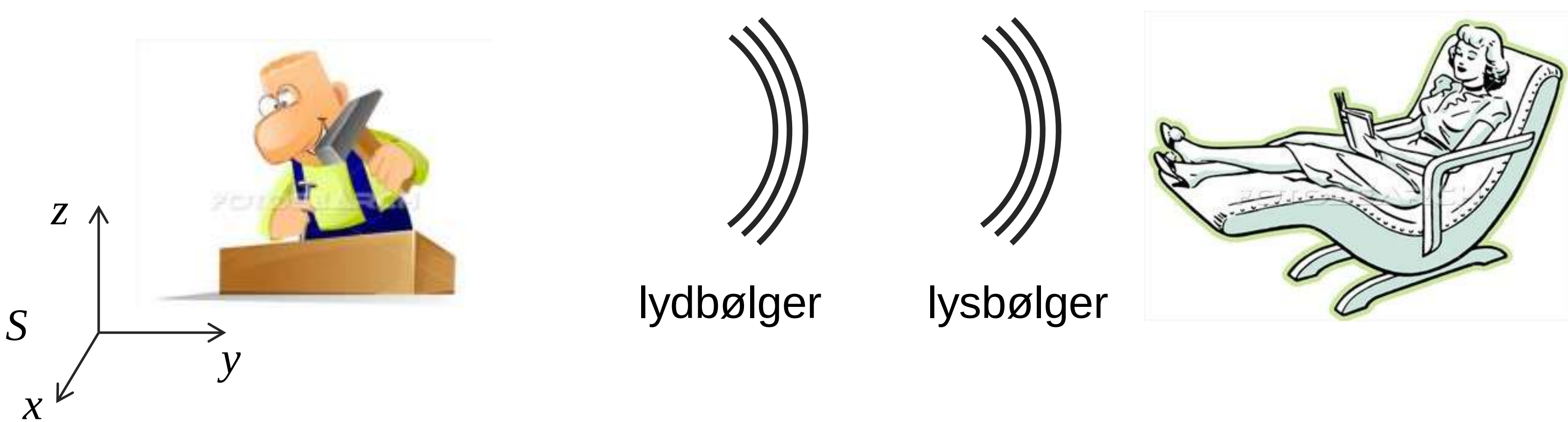


Definisjon av samtidighet

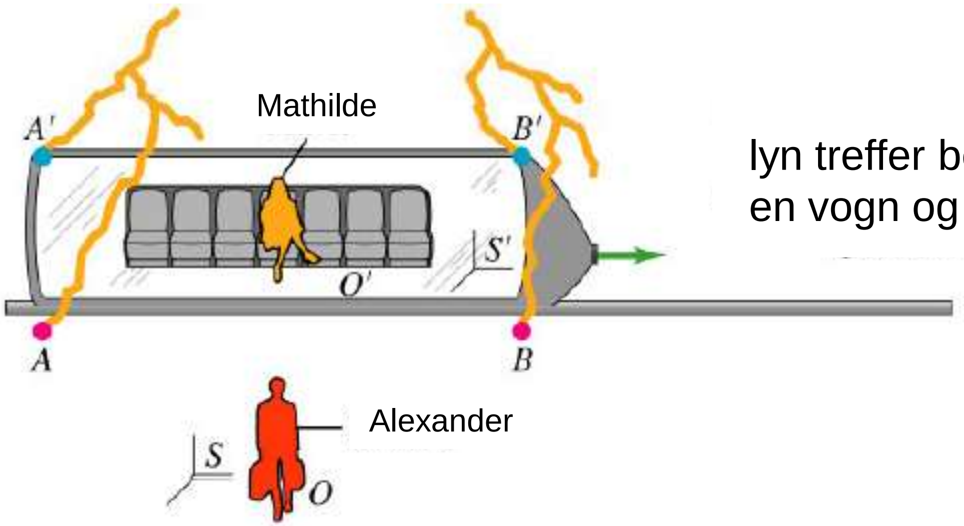
To hendelser er samtidige dersom de inntreffer ved samme tid i ett og samme system S.

En snekker arbeider på nabogården. Du merker at det er en liten forsinkelse mellom når du ser at han slår på en spiker og når du hører lyden.
Når inntreffer hendelsen ”hammeren treffer spikeren”?

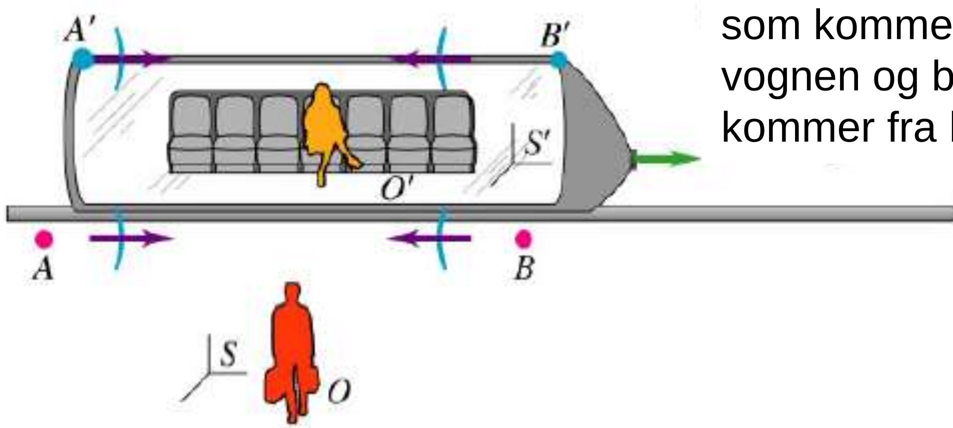
1. Idet du hører hammeren treffe spikeren.
2. Idet du ser hammeren treffe spikeren.
3. Ørlite etter at du ser hammeren treffe spikeren.
4. Ørlite etter at du hører hammeren treffer spikeren.
5. Ørlite før du ser hammeren treffe spikeren.



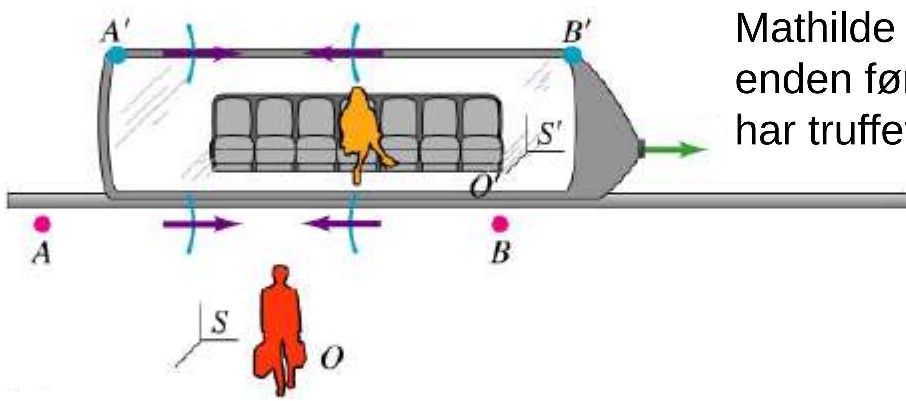
Samtidighet



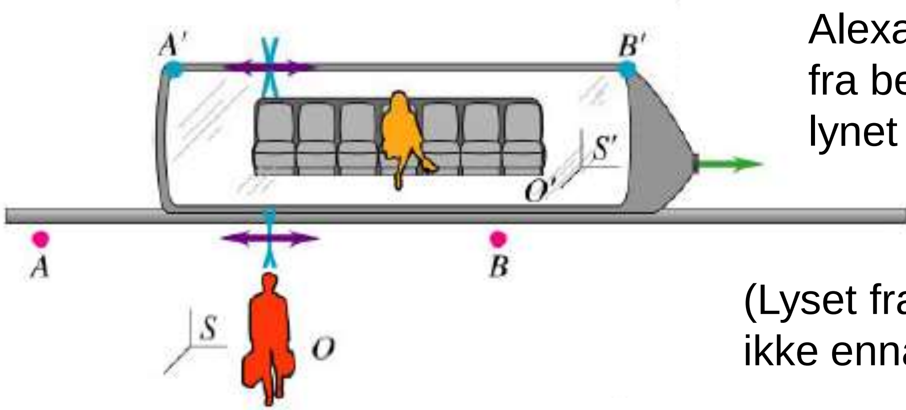
lyn treffer begge endene av en vogn og bakken ved siden



Mathilde beveger seg mot lysbølgen som kommer fra fremre enden av vognen og bort fra lysbølgen som kommer fra bakre enden.



Mathilde ser lyset fra den fremre enden først; hun konkluderer at lynet har truffet den fremre enden først.



Alexander ser lyset kommer samtidlig fra begge endene; han konkluderer at lynet har truffet begge endene samtidlig.

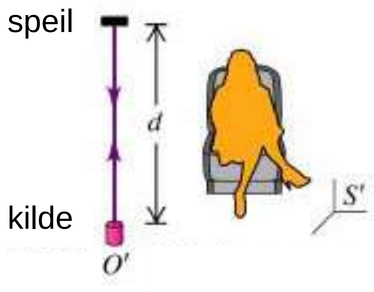
(Lyset fra den bakre enden har ikke ennå kommet til Mathilde.)

to hendelser:
lyn treffer fremre enden
lyn treffer bakre enden

Hendelsene er samtidig i system S (Alexander), men ikke samtidig i system S' (Mathilde)

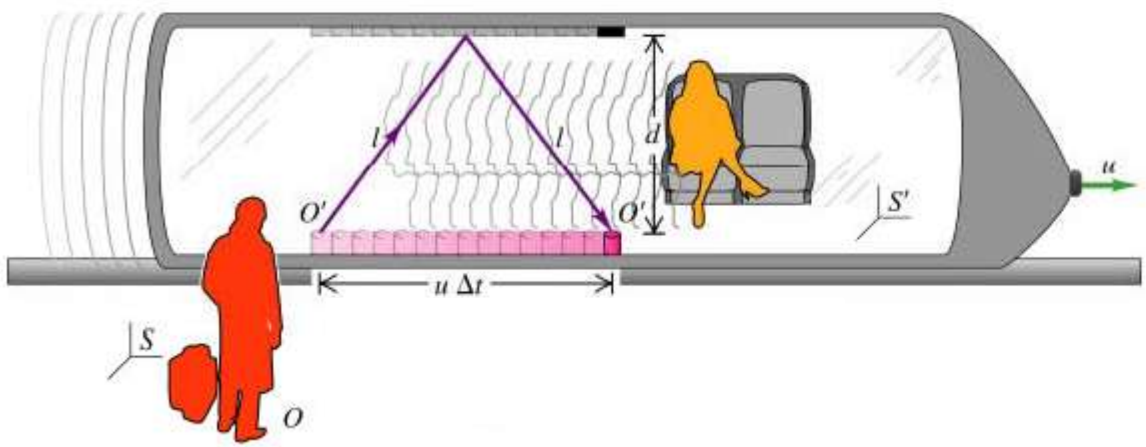
Tidsintervaller

Mathilde befinner seg i toget (system S')
og maler tidsintervall mellom to hendelser:



1. et lysglimt er sendt ut fra en kilde i O'
2. lyset er påvist i en detektor på samme sted etter refleksjon av et speil i avstand d

Hun måler: $\Delta t' = \dfrac{2d}{c}$



Alexander står på plattformen.
I system S inntreffer de to hendelser på forskjellige steder.

Lyset beveger seg med samme hastighet, men distansen er lenger.

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2} = \sqrt{(\Delta t')^2 + \left(\frac{u\Delta t}{c}\right)^2}$$

vi definerer: $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

Tidsdilatasjon

To hendelser inntreffer på samme sted.
En observatør som er i ro i samme system måler et tidsintervall Δt_0 mellom hendelsene.

Et tidsintervall som er målt mellom to hendelser i et referansesystem der posisjonen er identisk for begge hendelser, kalles en ***egentid***.

En annen observatør som beveger seg med konstant fart u relativ til den første måler et tidsintervall:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

vi ser at: $\Delta t > \Delta t_0$

tidsdilatsjon

det kreves at $u < c$

vi bruker $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0$$

Tidsdilatasjonen er **ikke** relatert til tiden lyset trenger for å komme til observatøren.

I systemet som beveger seg inntreffer de to hendelser på forskjellige steder.

Eksempel: myoner

Myoner er elementærpartikler som kan oppstår når høyenergetisk kosmisk stråling treffer på jordens atmosfæren.

henfall: $\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$ med gjennomsnittlig levetid $\tau = 2.2\,\mu\text{s}$

hendelse 1: myon oppstår i atmosfæren
hendelse 2: myon henfaller

I systemet tilknyttet myonet inntreffer begge hendelser på samme sted og tidsintervallet er $\Delta t_0 = 2.2\ \mu\text{s}$ (egentid)

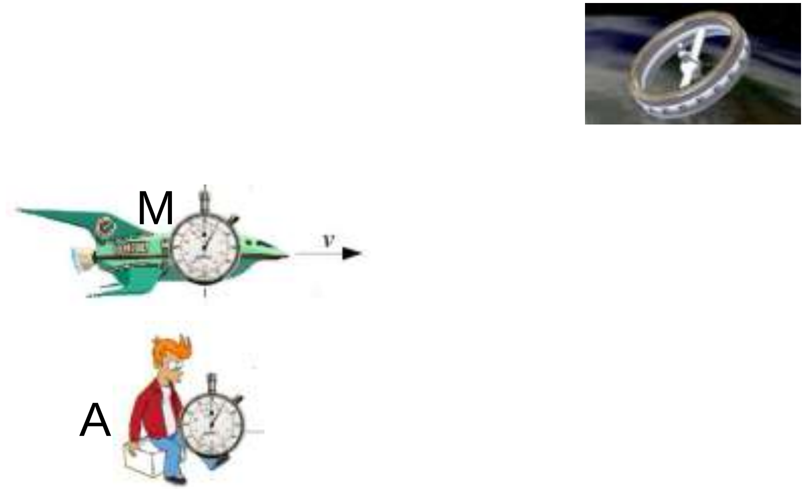
Pga. den høyenergetisk kosmisk stråling har myoner høy hastighet: $v = 0.99c$

Sett fra jorden er levetid til myonet $\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{2.2\,\mu\text{s}}{\sqrt{1-0.99^2}} = 15.6\,\mu\text{s}$

Uten tidsdilatasjon vil myonet komme så langt: $\langle x \rangle = \tau c = 2.2 \cdot 10^{-6}\ \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s} = 660\ \text{m}$

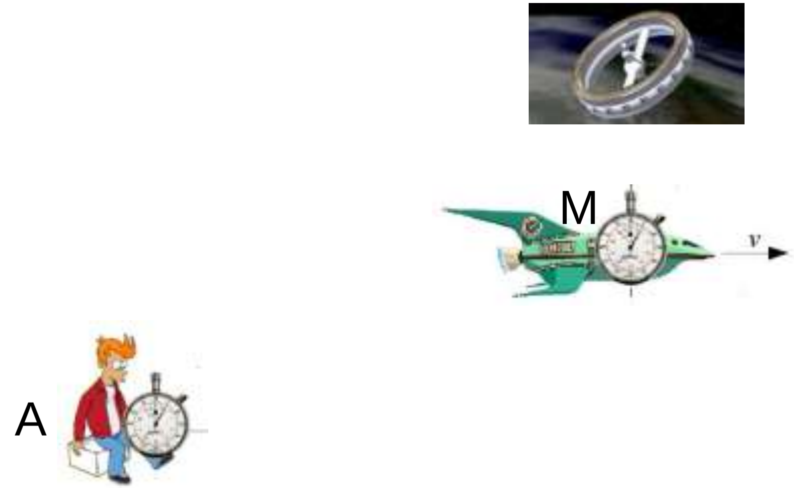
Pga. den relativistiske hastigheten beveger myonet seg $\langle x \rangle = 4.7\ \text{km}$ gjennom atmosfæren og kan bli påvist på bakken.

Mathilde flyr i et romskip med $v = 0.6\ c$.
I øyeblikket hun flyr forbi Alexander på jorden starter begge to sin klokke. Litt senere flyr Mathilde forbi en romstasjon. Hennes klokke viser $t = 1.0$ s. Hva viser klokken til Alexander?



1. 0.8 s
2. 1.0 s
3. 1.25 s

1. hendelse: Mathilde flyr forbi Alexander
2. hendelse: Mathilde flyr forbi romstasjonen

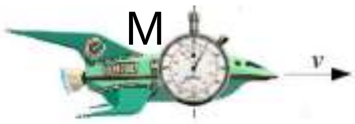


I system romskip inntreffer begge hendelser på samme sted og Mathilde måler egentiden $\Delta t_0 = 1.0$ s.

Alexander beveger seg med fart $v = 0.6\ c$ relativ til Mathilde og han maler tidsintervallet:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{1.0\,\mathrm{s}}{\sqrt{1-0.6^2}} = 1.25\,\mathrm{s}$$

Når Mathilde flyr forbi Alexander med $v = 0.6\,c$ vinker han til henne. Mathilde måler at Alexander vinker i ett sekund. Hvor lenge har han vinket?



1. 0.8 s
2. 1.0 s
3. 1.25 s

1. hendelse: Alexander begynner å vinke
2. hendelse: Alexander slutter å vinke

I system jorden inntreffer begge hendelser på samme sted og Alexander måler egentiden Δt_0.

Mathilde beveger seg med fart $v = 0.6\,c$ relativ til Alexander og hun maler tidsintervallet:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = 1.0\,\mathrm{s}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0.6^2}} = 1.25$$

Alexander måler tidsintervallet: $$\Delta t_0 = \frac{1}{\gamma}\Delta t = 0.8\,\mathrm{s}$$