Repetisjon

20.05.2015

Eksamen: Onsdag, 3. Juni, 14:30 – 18:30

Tillatte hjelpemidler:

- Øgrim og Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller*
- Angell, Lian, Øgrim: Fysiske størrelser og enheter: Navn og symboler*
- Rottmann: Matematisk formelsamling*
- Elektronisk kalkulator av godkjent type.

* ikke nødvendig
Formelark er del av oppgaveteksten.

Tidligere eksamensoppgaver:

http://www.uio.no/studier/emner/matnat/fys/FYS-MEK1110/v15/eks/eks.html

	uke 21	22	23
man	18 forelesning: spes. relativitet gruppe: spes. relativitet	25 Pinse	1 ingen forelesning orakel 14-16 FØ394
tir	19 gruppe: spes. relativitet	26 gruppe: repetisjon	2
ons	20 forelesning: repetisjon gruppe: spes. relativitet	27 ingen forelesning gruppe: repetisjon	3 **EKSAMEN**
tor	21 gruppe: spes. relativitet	28 gruppe: repetisjon	4
fre	22 datalab 11 – 14 FV329	29 datalab 11 – 14 FV329	5

Lorentz transformasjon

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

transformasjon tilbake:
omvendt fortegn for *u*

$$x = \gamma(x' + ut')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right)$$

små hastighet *u:* $\gamma \approx 1$ og $\frac{u}{c^2} \approx 0$

$\Rightarrow$ $x' = x - ut$

$t' = t$ Galileo transformasjon

lengdekontraksjon

et legeme i ro i system S' har **egenlengde**: $L' = x_1' - x_2'$

legemet beveger seg i system S
lengden i system S: vi må måle posisjonene x_1 og x_2 **samtidig** ($t_1 = t_2$)

$$L' = x_1' - x_2' = \gamma(x_1 - ut_1) - \gamma(x_2 - ut_2)$$

$$= \gamma(x_1 - x_2) - \gamma u(t_1 - t_2) = \gamma(x_1 - x_2) = \gamma L$$

$$L = \frac{L'}{\gamma}$$

tidsdilatasjon

egentid: vi maler et tidsintervall Δt' på samme sted: $x_1' = x_2'$

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \gamma(t_1' + \frac{u}{c^2}x_1') - \gamma(t_2' + \frac{u}{c^2}x_2')$$

$$= \gamma(t_1' - t_2') + \gamma\frac{u}{c^2}(x_1' - x_2') = \gamma\,\Delta t'$$

http://pingo.upb.de/ access number: 8178

Et romskip passerer deg med hastighet $v = 0.8\ c$. I ditt system måler du lengden til romskipet og du finner $L = 200$ m. Senere kommer romskipet tilbake og lander. Hva er lengden du måler nå?

A. 120 m
B. 200 m
C. 333 m

Romskipet har egenlengde L'.
Mens den passerer deg måler du en lengde som er kortere: $L = \frac{1}{\gamma} L'$

$$L' = \gamma L = \frac{1}{\sqrt{1-0.8^2}} \cdot 200\ \text{m} = 333\ \text{m}$$

Etter landing er romskipet i ro i ditt system og du måler egenlengden.

Lorentz transformasjon for hastighet

et partikkel beveger seg i system S med hastighet $v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

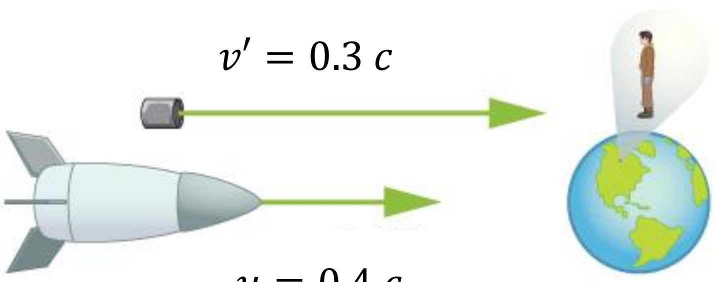
og i system S' med hastighet $v'_x = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$

Lorentz transformasjon: $\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$ $\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x)$

$$v'_x = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t} - u}{1 - \frac{u}{c^2}\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2}v_x}$$

transformasjon fra S’ til S: $v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2}v_x{}'}$

Du ser et romskip som beveger seg mot deg med hastighet $u = 0.4\ c$. Romskipet skyter et prosjektil som beveger seg med hastighet $v' = 0.3\ c$ relativ til romskipet i samme retning. Hva er hastigheten v til prosjektilet relativ til deg?



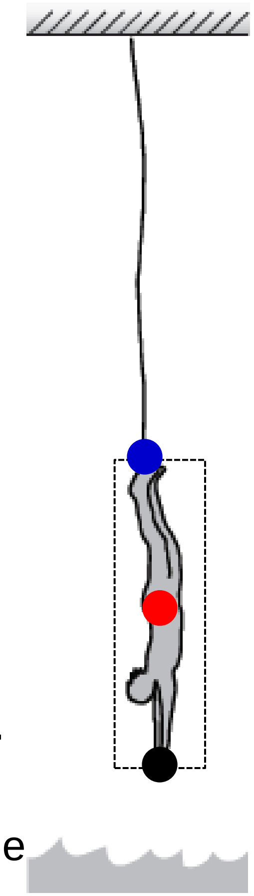
A. $v = 0.1\ c$
B. $v = 0.3\ c$
C. $v = 0.625\ c$
D. $v = 0.7\ c$
E. $v = 0.825\ c$

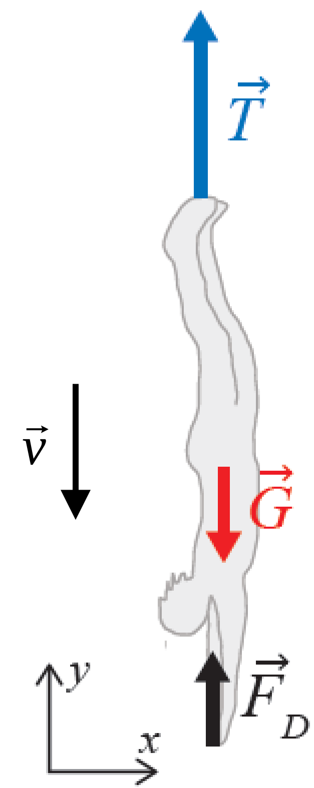
system S: Jorden
system S': romskip relativhastighet: $u = 0.4\ c$

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} = \frac{0.3c + 0.4c}{1 + 0.3 \cdot 0.4} = 0.625c$$

Fri-legeme diagram

1. Del problemet inn i system og omgivelser.
   system: person; omgivelse: tau, luft
2. Tegn figur av objektet og alt som berører det.
3. Tegn en lukket kurve rundt systemet.
4. Finn kontaktpunkter hvor kontaktkrefter angriper.
   Personen er i kontakt med tauet og med luften.
5. Navngi kontaktkrefter og definer symboler.
   Kraft fra tauet på personen: T
   Luftmotstand: F_D
6. Identifiser langtrekkende krefter og definer symboler.
   Gravitasjonskraft: G
7. Angrepspunktene er viktig for å finne kraftmomentene
8. Tegn objektet med skalerte krefter.
9. Tegn inn koordinatsystemet.
10. Det kan hjelpe å tegne inn en hastighetsvektor
    (f.eks. hvis det er hastighetsavhengige krefter).
    Ikke tegn hastighetsvektorer i kontakt med system:
    ikke bland hastigheter og krefter





	translasjon	rotasjon	
posisjon	$x(t)$	$\theta(t)$	vinkel
hastighet	$v(t)=\frac{dx}{dt}$	$\omega(t)=\frac{d\theta}{dt}$	vinkelhastighet
akselerasjon	$a(t)=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}$	$\alpha(t)=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2}$	vinkelakselerasjon
masse	m	$I=\int_M \rho^2 dm$	treghetsmoment
translatorisk energi	$K_t=\frac{1}{2}mv^2$	$K_r=\frac{1}{2}I\omega^2$	rotasjonell energi
kraft	$\vec{F}$	$\vec{\tau}_O=\vec{r}\times\vec{F}$	kraftmoment
bevegelsesmengde	$\vec{p}=m\vec{v}$	$\vec{l}_O=\vec{r}\times\vec{p}$	spinn
N2L	$\vec{F}=\frac{d\,\vec{p}}{dt}=m\vec{a}$	$\tau_z=\frac{d}{dt}L_z=I\alpha$	spinnsats

programmering på papir i eksamen

... skriv et program som finner posisjonen og hastigheten...
Det er tilstrekkelig kun å ta med integrasjonsløkken.

eksempel: $\vec{F} = \frac{C}{r^2}\hat{e}_r = \frac{C}{r^3}\vec{r}$

```
r(1,:) = [x0 y0];
v(1,:) = [v0x v0y];
for i = 1:n-1
   r3 = norm(r(i,:))^3;
   F = C*r(i,:)/r3;
   a = F/m;
   v(i+1,:) = v(i,:) + a*dt;
   r(i+1,:) = r(i,:) + v(i+1,:)*dt;
   t(i+1) = t(i) + dt;
end
plot(r(:,1),r(:,2))
```

- syntaks må ligne matlab eller python
- beregningen må foregå i diskrete tidsskritt
  $\Rightarrow$ må bruke indeks
- ikke bland skalarer og vektorer

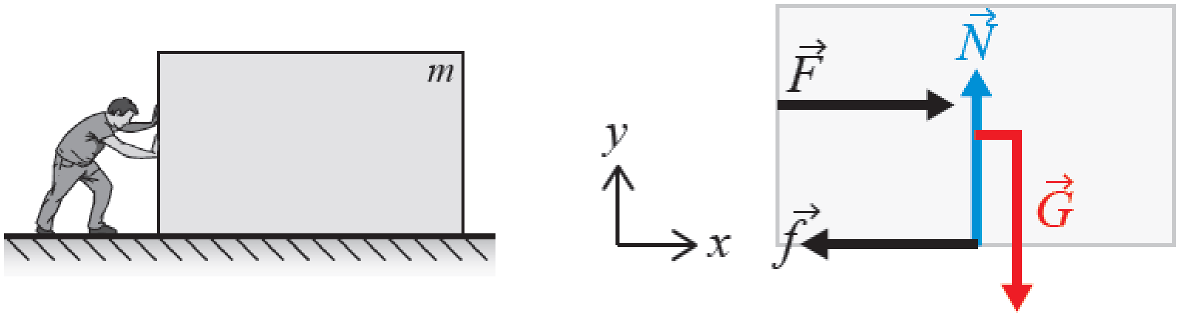
- obs: retning av krefter !

eksempel: luftmotstand $F_D = -Dv^2$ rettet mot bevegelsesretning

$$\vec{F}_D = -D|\vec{v}|\vec{v}$$

eksempel: dynamisk friksjonskraft $f_d = \mu_d N$

virker motsatt bevegelsesretning: $\vec{f}_d = -\mu_d \left|\vec{N}\right| \frac{\vec{v}}{\left|\vec{v}\right|}$



Konservative krefter

konservativ kraft: $\vec{F}$

arbeid: $W_{0,1} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \cdot \vec{v}\, dt = \int_0^1 \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(\vec{r}_0) - U(\vec{r}_1)$

integral uavhengig av veien,
bare avhengig av start og sluttposisjon

potensiell energi: $U(\vec{r}) = U(x, y, z)$

én dimensjon: $F(x) = -\frac{dU}{dx}$

tre dimensjoner: $\vec{F} = -\vec{\nabla} U$

konservativ kraft $\Leftrightarrow$ $\vec{F} = -\vec{\nabla} U$ $\Leftrightarrow$ arbeid uavhengig av veien

energi er bevart $K_0 + U(x_0) = K_1 + U(x_1)$

flere konservative krefter: $F_{\text{net}} = \sum_i F_i(x)$

energibevaring: $K_0 + \sum_i U_i(x_0) = K_1 + \sum_i U_i(x_1)$

Bevaring av energi, bevegelsesmengde, spinn

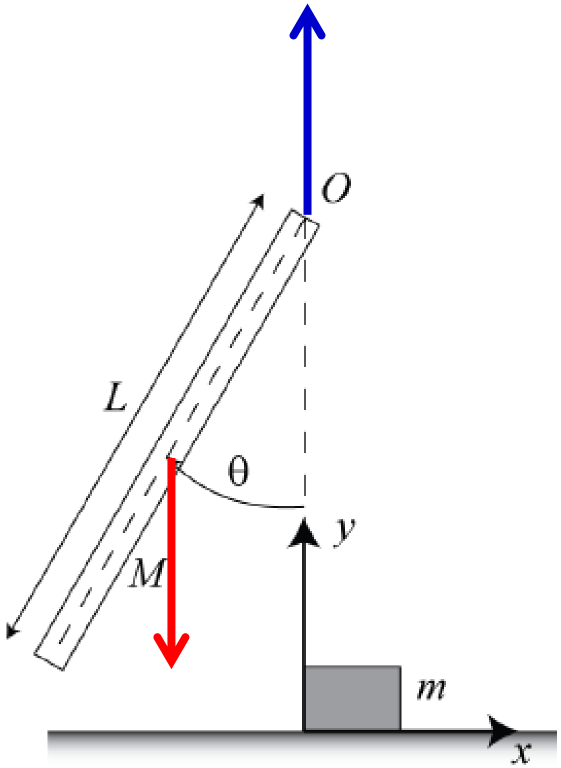
Forklar hva du gjør!

Du må begrunne bruk av bevaringslover

- konservative krefter
- netto ytre krefter
- netto ytre kraftmomenter

Eksempel: Vår 2007, oppgave 2

I denne oppgaven skal vi studere et støt mellom en stang og en liten kloss. Stangen er homogen og har masse M og lengde L. Stangen er festet med et friksjonsfritt hengsel til punktet O slik at det kan rotere som vist i figuren. Klossen er liten sammenliknet med stangen. Klossen har masse m og ligger til å begynne med i ro på et friksjonsfritt underlag. Stangen holdes i ro med vinkelutslaget θ_0 og slippes. Stangen treffer klossen idet stangen henger rett ned, det vil si idet $\theta = 0$. Stangens treghetsmoment om massesenteret er $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$.



b) Finn stangens kinetiske energi som funksjon av vinkelen θ. Se bort fra luftmotstand.

krefter: tyngdekraft, normalkraft i hengselen, ingen friksjon, ingen luftmotstand

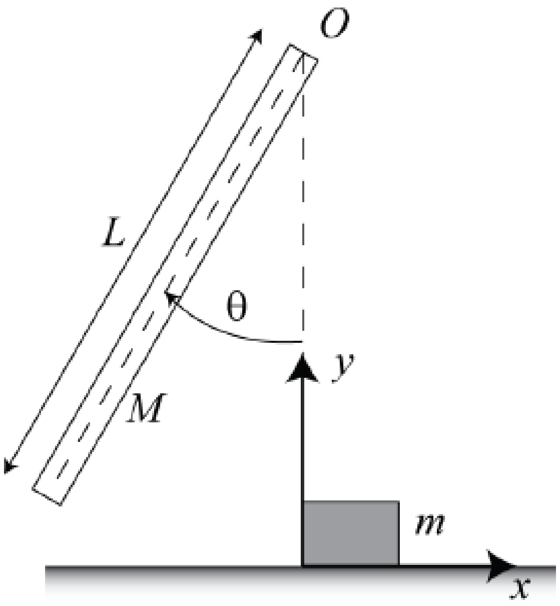
tyngdekraften er konservativ

normalkraften gjør ingen arbeid fordi hengselet beveger seg ikke

$\Rightarrow$ vi kan bruke energibevaring

http://pingo.upb.de/ access number: 8178

Hvilke størrelser er bevart i kollisjonen?



A. bare energi
B. bare bevegelsesmengde
C. bare spinn
D. energi og spinn
E. energi og bevegelsesmengde
F. bevegelsesmengde og spinn
G. alle tre
H. ingen

energi generelt ikke bevart:
- lyd
- deformasjon
- oppvarming

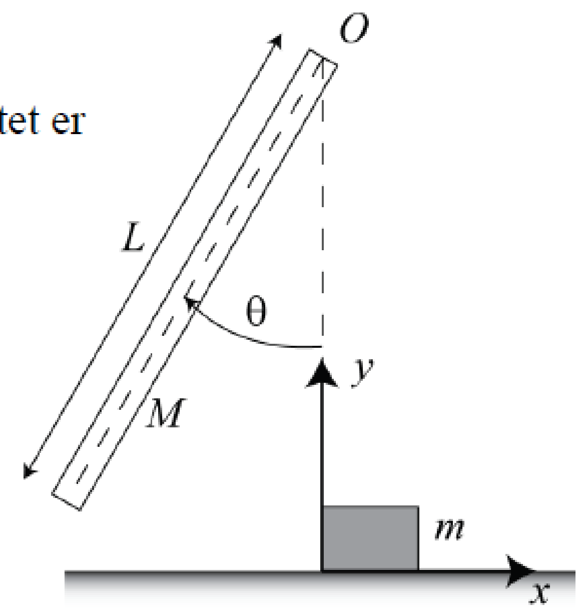
ytre kraft fra hengselen på staven
$\Rightarrow$ bevegelsesmengde ikke bevart

kraft fra hengselen gir ingen kraftmoment om O
$\Rightarrow$ spinn er bevart

Anta at støtet er fullstendig elastisk.

d) (Noe vanskelig) Vis at klossens hastighet umiddelbart etter støtet er

$$v_1 = \frac{2\omega_0 L}{1 + mL^2 / I_O}$$



støtet er fullstendig elastisk
$\Rightarrow$ energi er bevart (per definisjon)

i kollisjonen oppstår krefter fra hengselen på stangen
$\Rightarrow$ det virker ytre krefter og bevegelsesmengden er ikke bevart

normalkraft i hengselen gir ingen kraftmoment om O
tyngdekraft til stangen gir ingen kraftmoment siden ”kraftarm” er null
$\Rightarrow$ ingen kraftmoment fra ytre krefter om O
$\Rightarrow$ spinn om O er bevart

Anta nå at støtet er fullstendig uelastisk

g) Finn vinkelhastigheten til stangen og hastigheten til klossen umiddelbart etter støtet.

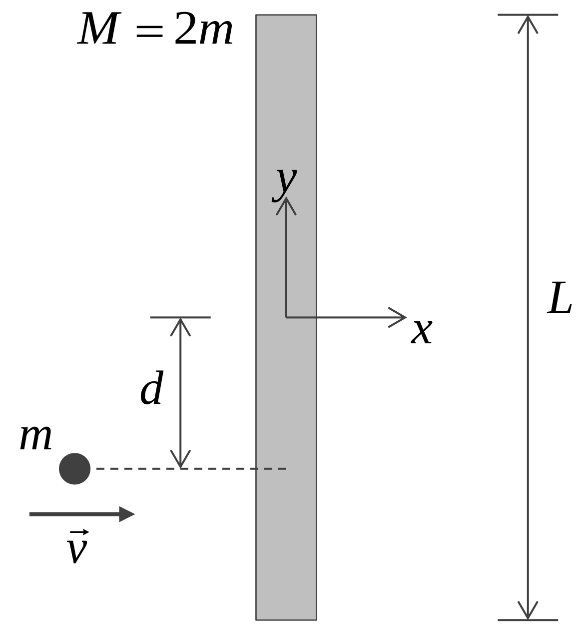
argumentene for spinnbevaring er fortsatt gyldig

energi er ikke bevart, men vi kan løse problemet allikevel
siden begge legemer beveger seg som ett.

http://pingo.upb.de/ access number: 8178

Våren 2013

En kule skytes i en tynn, homogen stav som ligger på en friksjonsfri overflate. Kulen treffer på staven i rett vinkel med hastighet v i en avstand d fra midten av staven. Kulen stoppes i staven og forblir der mens staven begynner å bevege seg. Hvilke størrelser er bevart i kollisjonen?



A. bare energi
B. bare bevegelsesmengde
C. bare spinn
D. energi og spinn
E. energi og bevegelsesmengde
F. bevegelsesmengde og spinn
G. alle tre
H. ingen

ingen friksjon
$\Rightarrow$ ingen ytre kraft i horisontal retning
normalkraft kompenserer gravitasjon
$\Rightarrow$ ingen netto kraft i vertikal retning
$\Rightarrow$ bevegelsesmengde er bevart

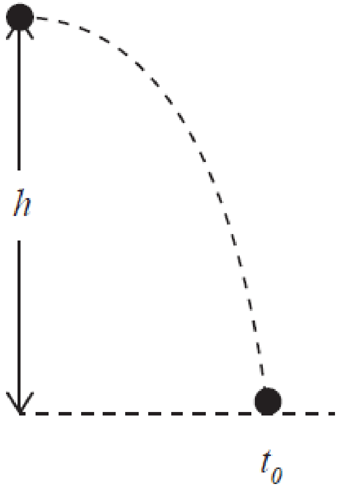
fullstendig uelastisk kollisjon
$\Rightarrow$ energi er ikke bevart:

ingen netto kraft
ingen netto kraftmoment
$\Rightarrow$ spinn er bevart

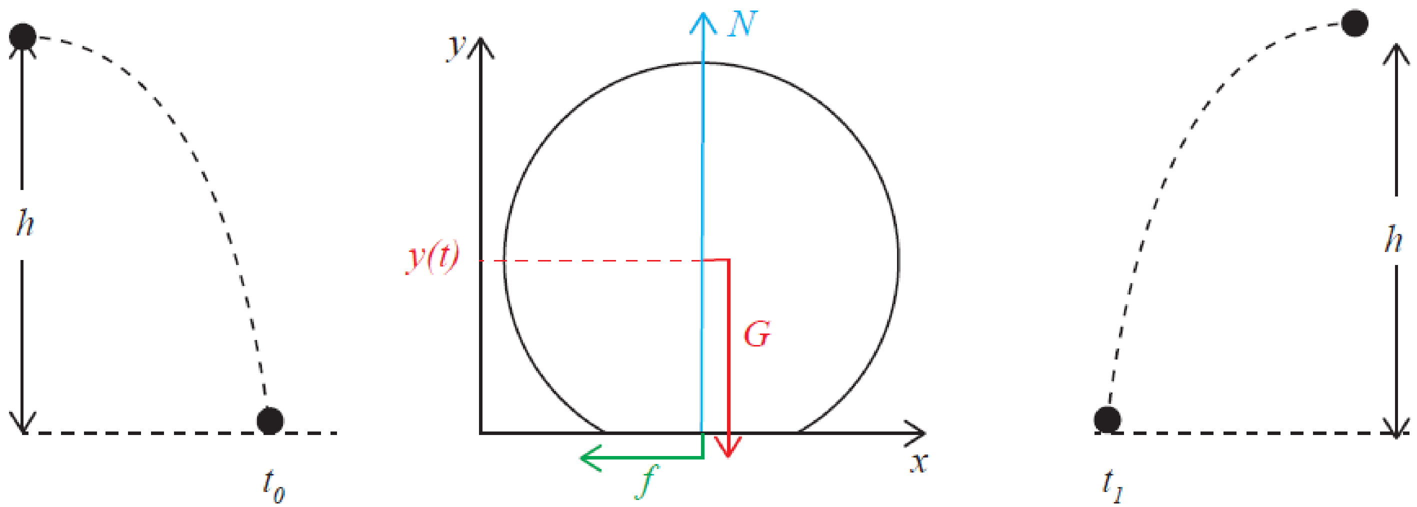
http://pingo.upb.de/ access number: 8178

En kule spretter på et flatt underlag.
Er spinn bevart?

A. ja
B. nei
C. vet ikke



Eksempel: Vår 2011, oppgave 3 en kule som spretter på gulvet



d) Finn vinkelhastigheten ω_1 til kula umiddelbart etter kollisjonen. Beskriv bevegelsen til kula etter kollisjonen.

rotasjon om massesenteret til kulen:
gravitasjon angriper i massesenteret $\Rightarrow$ ingen kraftmoment

normalkraft er parallell med vektoren fra massesenteret til angrepspunktet
$\Rightarrow$ ingen kraftmoment

bare friksjon gir et kraftmoment: $\tau_z = -Rf$ $\Rightarrow$ spinn er ikke bevart

spinnsats: $\tau_z = I\alpha$