Kortfattet løsningsforslag / fasit

Ordinær eksamen i FYS-MEK 1110 - Mekanikk /
FYS-MEF 1110 - Mekanikk for MEF / FY-ME 100
Eksamensdag onsdag 8. juni 2005
(Versjon 10. juni kl 1520)

1. Forståelsesspørsmål

a) *Når du bruker en jekk for å løfte en bil bruker du en kraft som er mye mindre enn vekten til bilen. Betyr det at du gjør mindre arbeid enn dersom du måtte ha løftet bilen direkte? Forklar.*

Ved å bruke jekk kan man klare seg med langt mindre kraft enn om man skulle løftet bilen direkte, men man må vippe jekk-stanga opp og ned mange ganger selv om bilen bare skal løftes litt opp. Arbeid, som er definert som kraft ganger vei, vil derfor bli omtrent den samme om vi bruker jekk eller ikke. I praksis bruker vi nok mer arbeid med jekk enn uten siden det blir litt tap i alle ledd, men vi får i alle fall løftet bilen!

b) *En bil starter opp fra ro og akselererer raskest mulig opp til den når 90 km/t. Det er en bil med automatgir som yter omtrent samme effekt hele tiden. Er akselerasjonen den samme under hele fartsendringen? Begrunn svaret.*

Effekten P som motoren yter vil føre til en drivkraft F gitt ved $F=P/v$ hvor v er bilens fart (samme retning som kraften i vårt tilfelle). Etter som farten øker, vil drivkraften gå ned siden effekten er antatt å være tilnærmet konstant. Og går drivkraften ned, vil det ifølge Newtons 2. lov føre til at også bilens akselerasjon avtar etter som farten øker.

c) *Treghetsmomentet til et legeme omkring en akse som går gjennom massesenteret er I_{cm}. Finnes det noen annen akse parallell med den første aksen som kan gi et treghetsmoment mindre enn I_{cm}? Forklar.*

Massesentersatsen sier at $I = I_{cm} + mr^2$, dvs at treghetsmomenter I om en akse er lik treghetsmomentet om en parallell akse gjennom massesenteret *pluss* et ledd lik massen m ganger med avstanden r mellom de to aksene i annen potens. Siden det siste leddet alltid vil være større eller lik null, vil vi *aldri* kunne finne noen annen akse parallell med den første aksen som kan gi et treghetsmoment *mindre enn* I_{cm}.

d) *Kan* én enkel kraft a*nvendt på et legeme gi både endring i translasjons- og rotasjonsbevegelse samtidig? Forklar.*

Ja, skyver vi f.eks. på en stav som ligger flatt på et bord uten friksjon, vil staven generelt få både en translasjons- og rotasjonsbevegelse samtidig. Bare dersom kraften virker gjennom massesenteret vil kraften ikke føre til rotasjon. Massesentersatsen beskriver den translatoriske bevegelsen, og spinnsatsen rotasjonsbevegelsen.

e) *Anta at vi har en rakett langt ute i verdensrommet som drives av en rakettmotor. I et inertialsystem hvor f.eks. solen vår ligger i ro (og som raketten opprinnelig var i ro i forhold til), kan raketten oppnå større fart enn den relative farten til brenngassene i forhold til raketten? Begrunn svaret.*

Ja, raketten kan så definitivt få en større fart v i et inertialsystem den startet ut fra, enn den relative farten v_{ex} brenngassene har i forhold til raketten. Dette kan begrunnes på flere ulike måter, bl.a. ved å bruke rakettlikningen:

$$v = v_{ex} \ln \frac{m_0}{m}$$

hvor m_0 er massen da raketten starter (i ro) og m er massen som tilsvarer at hastigheten har nådd verdien v. Vi ser at vi nærmest kan få hvilken (ikke-relativistiske) hastighet vi vil ved å gjøre rakettmotoren (brennstoffbiten) stor og nyttelasten liten.

På forelesningene har vi også vist at tenker man seg at raketten drives framover av diskrete "eksplosjoner" der den gjenværende delen av raketten i hver eksplosjon deles i to like store masser, vil vi allerede etter tre trinn ha oppnådd en høyere hastighet i labsystemet på den gjenværende delen av raketten enn brenngassens fart relativt til raketten.

Poenget er at akselerasjonen for raketten til enhver tid bare er bestemt av den relative hastigheten til brenngassene og hvor mye masse som forsvinner i brenngassene hvert sekund (samt massen i den gjenværende del av raketten). Vi har ikke en situasjon som i punkt b) ovenfor der effekten P er lik kraft ganger hastighet, en relasjon som gjelder fordi bilen hele tiden dytter på et underlag som ligger stille, mens i raketten skyver man hele tiden på brenngassene som har hastigheten v_{ex} i *forhold til raketten*.

Oppgave 2

En sirkulær skive 0.500 m i diameter er hengt opp i en horisontal akse gjennom senteret. Skiva har en snor vundet opp langs randen. Snora passerer en ny trinse P og det er et lodd med vekt 240 N i enden av snora. En 2.00 m lang, jevntykk stang er festet radielt utover på skiven med endepunktet i senteret av skiven. Det er ikke noe friksjon i aksen verken for skiven eller trinsen.

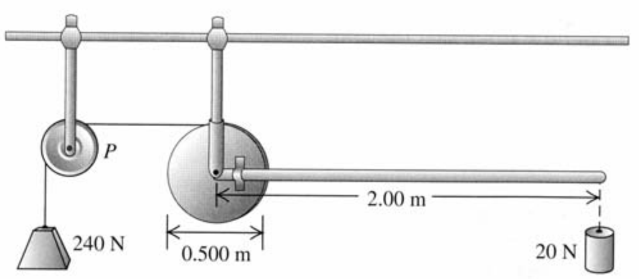
a) *Bestem vekta til stanga dersom stanga er i en likevektsstilling når den er horisontal.*

Systemet er og forblir i ro, hvilket betyr at sum av krefter og sum av kraftmoment om en hvilken som helst akse må være lik null. Vi velger skiven pluss stang som system. Det virker to kraftmoment om aksen i skiva. Disse må være like, men motsatt rettet. Det ene kraftmomentet skyldes tyngden til loddet som overføres via snora, og snora står vinkelrett på posisjonsvektor fra aksen i skiva til angrepspunktet til (snor)kraften som virker på skiva. Kraftmomentet herfra blir derfor 240 N ganger 0.250 m (radien). Kraftmomentet som trekker andre veien får vi ved å tenke oss all masse til staven plassert i massesenteret av staven. Når staven er horisontal, blir kraftmomentet stanga setter opp lik tyngden w til stanga ganger halve lengden (1.00 m). Herav:

$$w \cdot 1.00\ \mathrm{m} = 240\ \mathrm{N} \cdot 0.250\ \mathrm{m}$$

$$w = 60\ \mathrm{N}$$

b) *I ytre enden av stanga festes det nå et lodd med vekt 20 N (se figuren). Hva blir nå likevektstillingen til stanga, det vil si hvilken vinkel vil nå stanga danne med horisontalen etter at vi har fått en ny likevektstilling?*



Det nye loddet gir et ekstra kraftmoment som vil forsøke å dreie skiva pluss stang i klokkas retning. Kraftmomentet som forsøker å dreie i motsatt retning forblir uforandret, men kraftmomentet stang og nytt lodd setter opp vil avta etter som skive og stang dreier seg i urviserens retning. Dette skyldes at armen tyngden av stanga og tyngden av det nye loddet har med hensyn til aksen i skiva, blir redusert med en faktor cosθ, hvor θ er vinkelen stanga danner med horisontalen. Ved likevekt får vi da:

$$240\text{ N} \cdot 0.250\text{ m} = (w \cdot 1.00\text{ m} + 20\text{ N} \cdot 2.00\text{ m}) \cdot \cos\theta$$

herav får vi at $\theta = 53.1^{\circ}$.

c) *Er likevektstillingene i punkt a) og b) stabile eller ustabile? Forklar.*

Vi kan finne ut om likevektstillingen er stabil eller ustabil ved å tenke oss at vi bringer systemet litt ut av likevekt og sjekker om det da går tilbake til likevektstillingen. I så fall er likevektstillingen stabil. Dersom imidlertig systemet dras enda lenger vekk fra likevektstillingen etter å ha blitt dyttet det litt ut, er likevektstillingen ustabil.

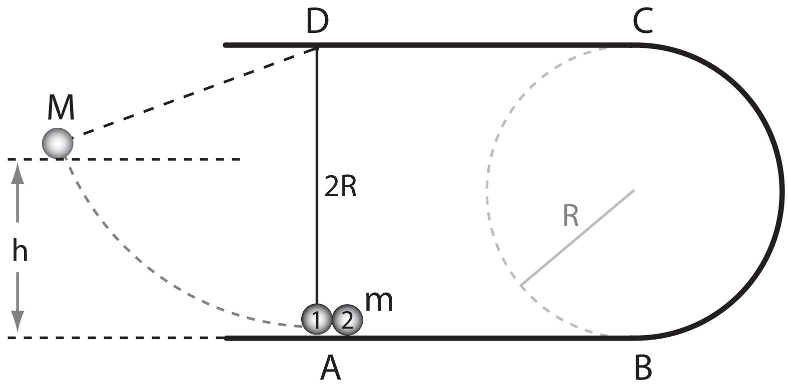
La oss først betrakte systemet i punkt a), dvs at likevektstillingen er at stanga er horisontal. Akkurat i denne stillingen klarer vi å matche dreiemomentene fra stanga og fra (det store) loddet. Men hva skjer dersom vi dytter stanga litt nedover, litt vekk fra likevektposisjonen? Da vil kraftmomentet fra loddet vinne siden det har konstant "arm", mens vekten til stanga nå har fått mindre effektiv arm. Da vil stanga bli dradd tilbake mot likevektstillingen, og man kunne kanskje fristes til å trekke slutningen at likevektposisjonen er stabil. Men hva skjer dersom du *løfter* stanga litt i forhold til den horisontale likevektposisjonen? Jo, da vil igjen dreiemomentet fra loddet vinne over dreiemomentet fra stanga, og stanga vil da dreies mot urviseren, vekk fra likevektstillingen. Vi har da vist at likevektstillingen faktisk er ustabil, men ensidig ustabil.

Hva nå med den skrå likevektstillingen vi har i punkt b)? La oss tenke oss at vi dreier skiva pluss stang litt nedover slik at vinkelen θ blir litt større enn den var ved likevekt. I så fall vil venstresiden i uttrykket vi satte opp under punkt b) ovenfor bli større enn høyresiden. Dreiemomentet fra det store loddet vil da dominere, og skiva pluss stang vil bli dreid motsatt av urviserens retning (mot mindre vinkel θ). Vi ser altså at systemet forsøker å komme tilbake til likevektstillingen igjen. Løfter vi stanga vekk fra likevektstillingen, vil dreiemomentet som skyldes stangas og det lille loddets vekt vinne, og systemet vil også her forsøke å gå tilbake til likevektstillingen igjen. Vi har da vist at likevektstillingen vi fant i punkt b) er stabil.

Det er altså forskjell i stabiliteten for løsningene i a) og b).

Oppgave 3

Vi har to jevnstore kuler, kule 1 har masse M og er hengt opp i en snor. Kule 2 har masse m og ligger på et fullstendig friksjonsfritt underlag som er formet som en bøyle med to horisontale deler AB og CD og der den krumme delen BC danner en del av en sylinder med radius R. Kulene er små relativt til R (betydelig mindre enn de er angitt med på figuren).



Kule 1 og 2 plasseres først slik at de såvidt berører hverandre (nær punkt A i figuren) når kule 1 henger fritt ned. Kule 1 dras så ut til en høyde h over planet der kule 2 ligger, og kule 1 slippes og kolliderer med kule 2.

a) *La oss betegne farten til kule 1 like før kollisjonen for v og farten til kule 2 like etter kollisjonen for u. Vis at dersom støtet er sentralt (alle involverte hastigheter langs samme linje) og fullstendig elastisk, er:*

$$u = \frac{2M}{M+m}v$$

Oppgaveteksten er formulert slik at vi ledes til en modellering av systemet der kulene kan anses som nærmest punktformige, slik at vi slipper å ta hensyn til selve rotasjonen av kulene. Siden det sies at underlag og bøyle er fullstendig friksjonsfrie, går det i samme retning, nemlig at vi kan se bort fra kulenes rotasjon om sitt massemiddelpunkt. Dette gjelder hele oppgaven unntatt punkt f.

Kollisjonen mellom kule 1 og kule 2 ved punkt A kan da betraktes som et rent, sentralt støt, og er fullstendig elastisk, hvilket i praksis er det samme som et elastisk støt. Bevaring av total bevegelsesmengde og kinetisk energi i støtet (for systemet kule 1 og kule 2 sammen) gir oss da to likninger. La oss starte med bevegelsesmengden:

$$Mv + 0 = Mv' + mu \qquad (1)$$

hvor *v'* er hastigheten til kule 1 etter kollisjonen (positiv retning til høyre). Husk at kule 1 generelt sett vil ha en hastighet forskjellig fra null etter støtet fordi massene *M* og *m* generelt ikke er like. Bruker vi nå egenskapen ved elastisk støt, at kinetisk energi er bevart, får vi:

$$\frac{1}{2}Mv^2 + 0 = \frac{1}{2}Mv'^2 + \frac{1}{2}mu^2$$

Vi fjerner felles faktor 1/2 i siste likning, og samler ledd med *M* i, og bruker kjente algebraiske relasjoner:

$$M(v^2 - v'^2) = mu^2$$

$$M(v - v')(v + v') = mu^2 \qquad (2)$$

Likning (1) (den basert på bevaring av bevegelsesmengde) gir ved litt omrokkering:

$$M(v - v') = mu \qquad (3)$$

Dividerer vi likning (2) med likning (3), får vi da:

$$(v + v') = u$$

herav: $v' = u - v$ (4)

Setter vi (4) inn i (1) får vi:

$$Mv = Mu - Mv + mu$$

En svak ordning på leddene gir da:

$$u = \frac{2M}{M + m}v \qquad (5)$$

hvilket var det vi skulle vise.

b) *Det eksisterer en minste fart kule 2 må ha etter sammenstøtet for at den skal komme helt til topps i den krumme banen BC uten å miste kontakten med underlaget før punkt C (hvor overgangen til det horisontale planet skjer). Vis at denne minste hastigheten er gitt ved:*

$$u_{min} = \sqrt{5Rg}$$

hvor g er tyngdens akselerasjon.

Kule 2 vil bare følge sylinderveggens innside dersom kontaktkraften mellom kule og vegg er større enn null. Dersom vi antar at kula følger sylinderens krumme vegg helt til punkt C, betyr det at kula hele veien langs den krumme delen (til og med punkt C) må ha en *sentripetal*akselerasjon lik v^2/R, der v er den momentane farten og R er radius i banen. Den tilsvarende sentripetalkraften må fremkomme ved hjelp av tyngdens komponent vinkelrett på banen, samt kontaktkraftens normalkomponent. I punkt C vil begge disse virke vertikalt, og minste fart kule 2 kan ha uten at den mister kontakt med underlaget før punkt C, er den farten som svarer til at kontaktkraften i punkt C er lik null. For minstefarten vil altså kule 2 i punkt C ha en sentripetalkraft lik tyngen. Herav:

$$m \cdot \frac{u_C^2}{R} = mg \qquad (6)$$

hvor u_C^2 er kulas fart i punkt C.

Siden det ikke er friksjon kan vi relatere u_C^2 til farten u like etter støtet ved å bruke energikonservering: Sum av kinetisk og potensiell energi i punkt A må være lik tilsvarende sum i punkt C. Dette gir:

$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mu_C^2 + mg2R$$

$$u_C^2 = u^2 - 4gR \qquad (7)$$

Setter vi (7) inn i (6) og vi forkorter bort massen *m*, får vi:

$$\frac{u^2 - 4gR}{R} = g$$

Herav:

$$u = \sqrt{5Rg} \qquad (8)$$

Siden dette er nettopp minste fart kule 2 kan ha for å ha kontakt med sylinderveggen også i punkt C, har vi vist det som skulle vises i denne deloppgaven.

c) *Bestem minimum høyde h du må dra kule 1 opp til for at kule 2 skal ha kontakt med underlaget helt opp til punkt C, forutsatt at kule 1 har dobbelt så stor masse som kule 2.*

Dette er variasjon over samme tema som før. Nå må vi bruke energibevaring for kule 1 sammen med resultatene fra punkt a) og b) for å komme fram. La oss først finne sammenhengen mellom farten v i laveste punkt og slipphøyden h. Dette får vi ut fra energibevaring (kule 1):

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (9)$$

Vi setter nå (8) og (9) inn i (5) og får:

$$\sqrt{5Rg} = u_{\min} = \frac{2M}{M+m}v_{\min} = \frac{2M}{M+m}\sqrt{2gh_{\min}}$$

$$5Rg = \left(\frac{2M}{M+m}\right)^2(2gh_{\min})$$

$$h_{\min} = \frac{5}{2}\left(\frac{M+m}{2M}\right)^2 R$$

Det kan være interessant å se om man kan realisere en slik høyde innenfor opplegget skissert i forsøksoppstillingen. La oss nå anta at $M = 2m$. I så fall får vi:

$$h_{\min} = \frac{5}{2}\left(\frac{2m+m}{4m}\right)^2 R = \frac{45}{32}R$$

hvilket lett skulle la seg implementere i praksis.

d) *Kule 2 vil etter hvert falle ned på underlaget AB. Hvor langt fra B vil kula treffe underlaget dersom kula hadde u_{min} som beskrevet i punkt b) ovenfor?*

Bevegelsen blir et rent horisontalt kast ved konstant, vertikal akselerasjon (tyngdens). Her kan man bruke standard formler om man vil, eller man kan utlede uttrykkene selv. Enklest er å ta utgangspunkt i at bevegelsen i *vertikal retning* er et rent fall, høyde $2R$, med startfart lik null. Vi har altså at 1/2 $g\ t^2 = 2R$, hvor t er tiden til kula når "bakken". Herav: $t = 2\sqrt{R/g}$.

Dette er tiden kula kan bevege seg i horisontal retning, og siden hastigheten i horisontal retning er konstant under fallet, følger det at kula vil treffe "bakken" en avstand d fra punkt B, gitt ved:

$$d = u_C \cdot t = \sqrt{Rg} \cdot 2\sqrt{R/g} = 2R$$

Her brukte vi likning (6) underveis (horisontal hastighet i punkt C). Vi ser altså at vi får et meget enkelt uttrykk for hvor kula faller ned, forutsatt at kula har nøyaktig minste hastighet for å beholde kontakten med underlaget også i punkt C.

e) *Anta nå at vi gjør samme type eksperiment som før, men at kule 1 løftes høyere enn h før den slippes. Beskriv kvalitativt (uten regning) hvordan kule 2 nå vil bevege seg. Nevn spesielt hvor langt ut langs det horisontale stykket CD kula nå vil bevege seg før den mister kontakt med bøylen.*

Gir vi kulene større hastighet, vil nesten alt forbli som hittil, men nå vil v_C bli større enn grenseverdien vi har operert med hittil. Kule 2 vil likevel miste kontakt med underlaget i C, akkurat som tidligere. Dette skyldes at hastigheten til kula i punktet C er rent horisontal, og da vil den uansett horisontalfart, gå inn i et horisontalt kast i punkt C hvilket nettopp innebærer at kula mister kontakt med underlaget i C. Tiden som går fra kula er i C til den når "gulvet" vil også forbli den samme som før, men kula vil altså lande et stykke lenger vekk fra punkt B enn $2R$.

f) *I hele oppgaven hittil forutsatte vi at underlaget var fullstendig friksjonsfritt. Beskriv kvalitativt (uten regning), med maks ti linjers tekst, hva som ville skjedd med kule 2 dersom friksjonen mot underlaget hadde en mer realistisk verdi.*

Dersom det hadde vært litt friksjon mellom underlaget og kule 2, ville kula etter støtet med kule 1 slure mot underlaget, men etter hvert få en større og større rotasjonshastighet og eventuelt få en ren rulling uten sluring. En del av den kinetiske energien ville i et slikt tilfelle gå over til rotasjonsenergi og en del over til varme, og våre beregninger i punkt c) ville blitt mer kompliserte. Resultatet ville uansett bli at vi måtte hatt en større initiell fart u like etter kollisjonen for at kule 2 skulle kunne nå punkt C uten å forlate underlaget. Tilsvarende ville vi måtte løfte kule 1 en del høyere enn beregnet verdi h_{min} i punkt c) for å oppnå det samme.

Oppgave 4

Einstein lanserte den spesielle Relativitetsteorien for hundre år siden i år.

a) *Relativitetsteorien er basert på to postulater. Hva sier disse?*

Første postulat, relativitetspostulatet, lyder: Alle fysiske lover er de samme i ethvert inertialsystem.

Andre postulat: Lyshastigheten i vakum er den samme i alle inertialsystem, og den er uavhengig av både bevegelsen til inertialsystemet og til lyskildens bevegelse.

b) *Utled formelen for tidsdilatasjon, gjerne ut fra et "tankeeksperiment". Nevn viktige forutsetninger og poenger ved utledningen.*

Vi tenker oss at vi måler tid ved å sende lys fra en lyskilde til et speil som reflekterer det tilbake igjen. Tidsforskjellen mellom start og retur av lyset er på en måte "klokke-enheten", forutsatt at lengden mellom kilde og speil er kjent i tillegg til den universelle lyshastigheten c. Vi får at tidsforskjellen rett og slett blir lik den totale lysveien dividert med lyshastihgeten. Dersom avstanden mellom lyskilde og speil er lik L, vil tiden mellom utsending av lys og retur av lys i dette systemet, S, være lik

$$\Delta t = 2L/c$$

Spesielle forhold kommer inn når hendelsene 1) lys sendes ut fra en lyskilde, 2) lys reflekteres fra et speil, og 3) lys kommer tilbake til lyskilden, analyseres i to ulike inertialsystem. Hendelse 1 og 3 kan skje på samme posisjon i ett inertialsystem. Vi kaller som nevnt dette referansesystemet for S. Tidsdifferansen mellom hendelsene 1 og 3 kalles her *egentid* (engelsk: proper time). I alle andre inertialsystem vil disse hendelsene skje på ulikt sted.

La oss nå betrakte de tre hendelsene i et inertialsystem S'som beveger seg med hastighet v relativt til det første. Anta også at lyskilde og speil i det første systemet har en gjensidig retning i forhold til hverandre som står vinkelrett på relativhastigheten mellom de to systemene. Dersom S' beveger seg langs en felles x-akse relativt til S, kan f.eks. speilet ligge på y-aksen i S mens lyskilden og detektor ligger i origo.

Sett i S' vil hendelse 2 være forskjøvet i x-retning sammenliknet med hendelse 1 som vi for enkelhets skyl kan tenke oss lå i origo også i S'. Lyset må altså i S' gå en avstand som er lik $\sqrt{L^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2}$ mellom hendelse 1 og 2 (ingen lengdekontraksjon i en retning noormalt på den gjensidige hastigheten i forhold til hveandre). Siden lyshastigheten skal være c også i S', vil total tid mellom hendelse 1 og 3 i S' vil derfor være:

$$\Delta t' = \frac{2}{c}\sqrt{L^2 + \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2}$$

Kvadrerer vi og ordner ledd, får vi:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\Delta t' = \left(\frac{2L}{c}\right)^2$$

Setter vi inn for tidsdifferansen vi fant i S, får vi:

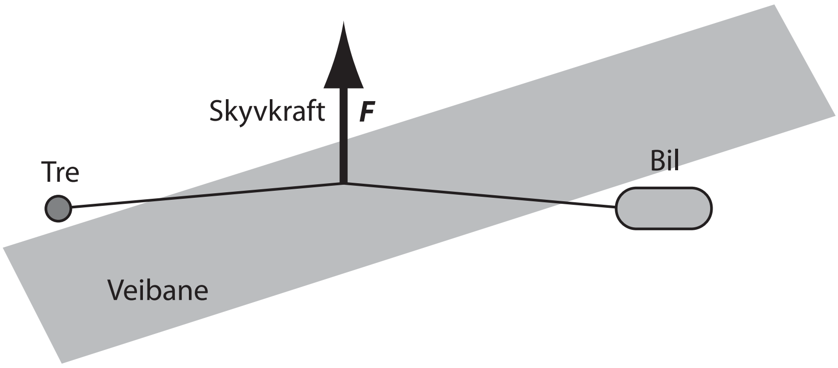
$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \Delta t$$

(NB. Merkingen på Δt er iblant litt vanskelig å få øye på.)

Dette er formelen for tidsdilatasjon. En tidsforskjell mellom to hendelser (1 og 3) vil alltid synes å være lengre i et system S’ der hendelsene forekommer på ulik posisjon enn i et system S der hendelsene skjer på samme sted.

[Det vil være naturlig i en besvarelse å lage en skisse av oppsettet, liknende det vi finner i figur 37.5 i læreboka. Det er ikke tatt med i dette løsningsforslaget av makelighetsgrunner, siden det tar en del ekstra tid å lage slike figurer i elektronisk format.]

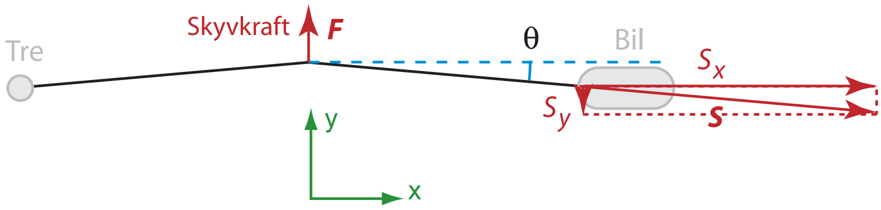
Oppgave 5



En mann har kjørt av veien og kommer ikke opp igjen med egen hjelp. En fysikk-studine kommer forbi, og tilbyr seg å hjelpe. Hun dytter på bilen mens mannen forsøker å rygge bilen opp på veien igjen, men klarer det ikke. Skuffet anslår hun at det trengs minst to-tre ganger så stor kraft som den hun kan yte ved direkte dytting. Det viser seg imidlertid at mannen har et langt slepetau i bilen sin. Fysikkstudinen lyser opp og knytter tauet stramt mellom bilen og et tre 20 meter lenger bak i veikanten (se figur). Hun dytter så sidelengs midt på tauet med en kraft ***F*** *mens mannen igjen forsøker å rygge tilbake på veien, og denne gangen går det bra!*

a) *Tegn og forklar hvorfor studinen nå klarte å få bilen tilbake til veien. Ville det gått like bra også om tauet ikke var stramt i utgangspunktet? (Husk at tauet strekker seg litt ved belastning.)*

I figuren på neste side er det tegnet inn krefter som virker på tauet. I situasjonen står alt stille eller er i meget sakte bevegelse, derfor vil summen av krefter som virker *på tauet* være tilnærmet lik null. (Det samme gjelder langt på vei ellers også siden massen til tauet antakelig er liten sammenliknet med de kreftene vi bruker på det.)



Tauet kan på grunn av sin fleksibilitet bare formidle krefter som er langs tauets retning på ethvert sted. I figuren er det tegnet inn kraften fra studinens skyvkraft en på tauet, samt bilens kraft på tauet, men ikke kraften fra treet på tauet (sløyfet av makelighetshensyn), men kraften fra treet blir omtrent et speilbilde av bilens.

Siden sum av krefter i y-retning må være omtrent lik null, må y-komponenten av kraften som f.eks. virker på tauet fra bilen (S_y) være omtrent halvparten så stor som den skyvkraften studinen dytter på tauet med (F). Men siden snordraget må være rettet langs tauet, betyr det at x-komponenten av kraften bilen drar på tauet med, må være svært mye større enn y-komponenten, i alle fall så lenge vinkelen θ er liten. Eller om vi vil: Størrelsen på kraften S bilen trekker på tauet med må være mye større enn størrelsen av studinens skyvkraft.

Dersom vi refererer til angitte størrelser i figuren ovenfor, ser vi at:

$$S_y \approx \frac{1}{2}F$$

$$S_y = S\sin\theta$$

Kombineres disse, får vi:

$$S \approx \frac{F}{2\sin\theta}$$

Kraften bilen trekker på tauet med er motsatt lik kraften tauet trekker på bilen med, altså S (ser bort fra fortegn). Vi ser da at vi kan oppnå en langt større trekkraft på bilen enn den skyvkraften studinen bruker på tvers av tauet.

Her angir vi noen tall som viser dette:

Vinkel θ i grader	**Forholdet mellom kreftene: S/F**
30	1.00
20	1.46
10	2.88
5	5.74
2	14.4

Vi ser altså at trekkraften kan bli betydelig mye større enn skyvkraften, men bare dersom vinkelen er liten, det vil si at tauet er temmelig rett/stramt allerede før studinen begynner å skyve.

I praksis må man etterstramme mange ganger for å utnytte dette prinsippet dersom man skal dra bilen et betydelig stykke. I så måte har vårt system likheter med spørsmål 1a om jekken.

På forsiden av læreboka er det et bilde av Millennium Bridge som er en gangbru over Themsen i London sentrum. Bildet nedenfor viser en større del av denne brua. Den er elegant fordi den er så nett og ruver svært lite i landskapet. Hengebruer generelt pleier jo ha mye høyere tårn for å feste kablene som holder brubanen oppe, slik du f.eks. kjenner fra Golden Gate Bridge i San Francisco, en kraftig bru med minst to kjørefelt for biler i hver retning.

b) *Diskutér med bakgrunn i svaret på punkt a) ovenfor, hvorvidt man kunne ha brukt samme lite ruvende type konstruksjon som er brukt i Milennium Bridge også da Golden Gate Bridge i San Francisco skulle bygges.*

Vi merker oss at "slank design" betyr nettopp at bærekablene har liten vinkel med horisontal-planet. Vi vet da ut fra beregningene i punkt a) at draget langs kablene er betydelig større enn kraften som drar kablene nedover på midten av bruspennet. Dette aksepteres i Millennium Bridge fordi dette er en *lett* gangbru som veier lite selv og som har nokså *liten, begrenset belastning* i form av mennesker på brua.

Skulle man valgt et liknende opplegg for en bru som må tåle svært mye større belastninger, ville vi få en uakseptabel belastning på bærekablene dersom vi hadde valgt en slank design. En slik design kan du derfor ikke forvente å finne på bruer som skal kunne tåle store tyngder. Da må vi ha høyere tårn for å få en vinkel i forhold til horisontalen (siden tyngden virker vertikalt) som er betydelig større enn det man klarer seg med på Millennium Bridge.

Figuren nedenfor viser forresten forankringspunktet for bærekablene på sørsiden av Millennium Bridge. Vi ser at selv for denne lette gangbrua er festepunktet meget kraftig dimensjonert, nettopp fordi kraften langs kablene blir vesentlig større enn vekten av brua og folk som går på den.