

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FYS-MEK 1110 - Mekanikk / FYS-MEF 1110 - Mekanikk for MEF / FY-ME 100

Eksamensdag: Fredag 9. juni 2006

Tid for eksamen: Kl. 0900 - 1200

Tillatte hjelpemidler: Øgrim og Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk, *eller* Angell, Lian, Øgrim: Fysiske størrelser og enheter: Navn og symboler
Rottman: Matematisk formelsamling
To A4-ark med egne notater (kan beskrives på begge sider).
Elektronisk kalkulator av godkjent type

Oppgavesettet er på 4 sider.

Kontrollér at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Ved sensur vil alle delspørsmål i utgangspunktet bli gitt samme vekt (uavhengig av oppgavenummer). Vi forbeholder oss retten til justeringer.

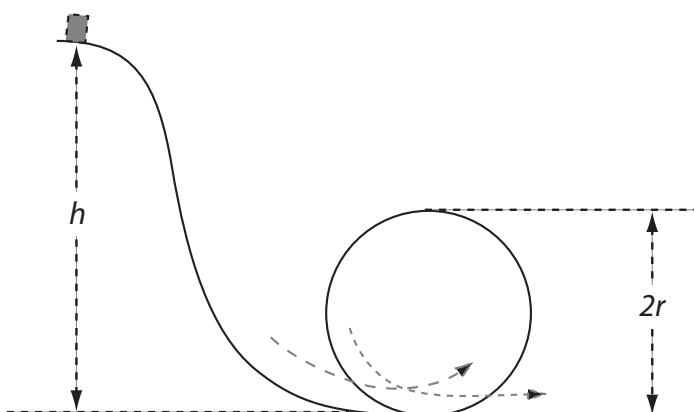
MERK: Les hele oppgaveteksten før du begynner å arbeide konkret med deler av oppgaven. Det vil for mange bli knapp tid på å besvare hele eksamenssettet, men gjør så mye du rekker. Vi anbefaler at du fører rett inn, og at du bruker korte svar som du eventuelt kan fylle ut siden dersom du får tid til dette. Siden hvert delspørsmål teller likt, lønner det seg å eventuelt hoppe over de vanskeligste og mest arbeidskrevende deloppgavene i første omgang og ta dem opp igjen siden dersom du får tid. I *noen* oppgaver kan flere delspørsmål løses uavhengig av om man har fått til de foregående delspørsmålene eller ikke.

1. Forståelsesspørsmål

a) Gjør rede for hvilke *ytte* krefter som virker på en motorsykkel som kjører oppover en bakke med konstant hastighet. Angi både angrepspunkt og retning til de aktuelle kreftene.

b) Hookes lov ($F = kx$) har mye til felles med elastisitetstiligningen (lengdespenning = elastisitetsmodulen * lengdetøyning). Hva er sammenhengen mellom fjærstivheten k og elastisitetsmodulen Y (også kalt Youngs modul)? Forklar *kort* i hvilken sammenheng den ene loven egner seg best, og i hvilken sammenheng den andre?

c) En typisk fysikkoppgave går ut på å beregne den minste høyden h man må ha når man starter i en berg-og-dal-bane, som vist i figuren, dersom en vogn skal kunne passere toppen av loopen uten å falle ned. Anta at vi kan se bort fra friksjon. Gjengi *kort* hvordan du resonnerer når en slik oppgave skal løses. Selve utregningen behøves ikke.



d) Oppgaven nevnt i punkt c gjaldt for en vogn som sklir. Anta nå at vi i stedet lar en kule *trille uten å skli* rundt hele banen. Gjengi *kort* resonnement du nå vil følge for å finne minste høyde h for at kula ikke skal falle ned i loopen. Igjen trengs ikke noe utregning.

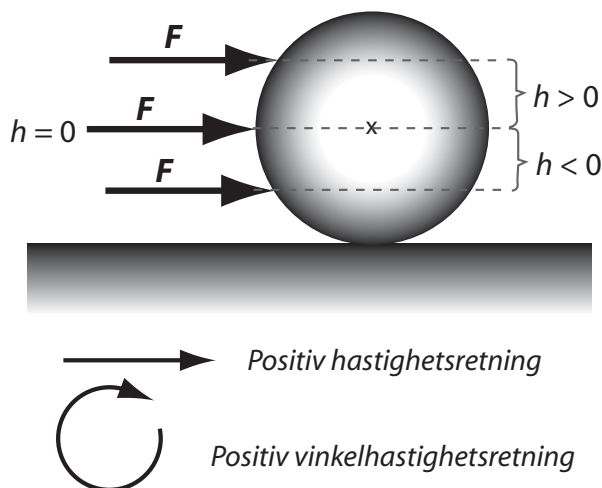
e) Forklar kort hvordan man kan starte med Newtons 2. lov og finne impulsloven $J = \Delta p$ (impuls-bevegelsesmengdeteoremet). Forklar likedan hvordan man kan starte med Newtons 2. lov og finne arbeid/kinetisk energi-loven. Det er ikke nødvendig å gi fulle utledninger, men det er en fordel om man kan skissere *kort* hvordan utledningen kan gjøres.

f) En snurrebass “preseserer” mens den snurrer rundt. Beskriv kort hva vi mener med dette uttrykket? Hvordan endrer preseseringshastigheten seg med tiden?

g) To barn som sitter på hver sin side av en karusell i fart forsøker å kaste en ball til hverandre. Det gikk ikke bra. Forklar kort hvordan barna vil beskrive bevegelsen til ballen, og forklar kort hvordan bevegelsen til ballen ser ut for faren deres som betrakter kastingen fra fjerde etasje.

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi se på ei kule på et plant, horisontalt underlag. Kula gis et kortvarig, kraftig støt ved en horisontal kraft som kan treffe kula i ulik høyde, som antydnet i figuren. Kula ligger i ro før støtet i første del av oppgaven, men triller mot støtretningen før støtet i siste del av oppgaven. I hele oppgaven ber vi om at hastigheter mot høyre har positivt fortegn, mot venstre negativt. Likeså ber vi om at vinkelhastigheter med urviseren gis positivt fortegn. Vertikal avstand h mellom støtsted og høyden til kulesenteret regnes som positiv når støtet treffer over kulesenteret og h er negativ for støt under kulesenteret. Treghetsmomentet for en kule er gitt ved $I = 2/5 mr^2$ hvor m er kulas masse og r kulas radius.



I hele oppgaven ber vi om at hastigheter mot høyre har positivt fortegn, mot venstre negativt. Likeså ber vi om at vinkelhastigheter med urviseren gis positivt fortegn. Vertikal avstand h mellom støtsted og høyden til kulesenteret regnes som positiv når støtet treffer over kulesenteret og h er negativ for støt under kulesenteret. Treghetsmomentet for en kule er gitt ved $I = 2/5 mr^2$ hvor m er kulas masse og r kulas radius.

a) Forklar *kvalitativt* hvordan bevegelsen til kula er *like etter* støtet for hvert av tilfellene $h=0$, $h>0$ og $h<0$. Begrunn svaret.

b) Vis at sammenhengen mellom den translatoriske hastigheten v_0 og vinkelhastigheten ω_0

$$\text{like etter støtet er som følger: } \omega_0 = \frac{5}{2} \cdot \frac{h}{r^2} \cdot v_0$$

c) For $h = 2r/5$ får vi en spesiell løsning. Forklar!

d) Finn to uttrykk som viser, for en hvilken som helst mulig h , hvordan den translatoriske hastigheten og vinkelhastigheten hver for seg forandrer seg i tiden etter støtet (så lenge kula sklir mot underlaget). Den kinetiske friksjonskoeffisienten er μ .

e) Vis at tiden det tar før bevegelsen blir ren rulling for tilfellet $h < 2r/5$ er gitt ved

$$t = \frac{2 - 5\frac{h}{r}}{7} \cdot \frac{v_0}{g\mu}$$

f) Hvor stor er den translatoriske hastigheten da (uttrykt ved v_0)? Hvordan blir bevegelsen deretter?

Anta nå at kula kommer trillende mot venstre med hastighet $-v_0$ før man gir støtet, og at støtet gir kula en impuls som gjør at kula går med farten $+v_0$ bort fra støtstedet like etterpå. Anta at støtet ble gitt nedenfor midtpunktet, nærmere bestemt for $h = -r/2$.

g) Finn et uttrykk for vinkelhastigheten til kula like etter støtet.

h) Hvor lang tid vil det nå gå før kula får en ren rulling (dersom det er mulig)? Hvor stor er eventuelt slutt hastigheten da? Beskriv bevegelsen!

Oppgave 3

Lorentz-transformasjonene i den spesielle relativitetsteorien er gitt ved:

$$x' = \gamma(x - ut) \quad , \quad y' = y \quad , \quad z' = z \quad , \quad t' = \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right) \quad \text{hvor} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

a) Hva er sammenhengen mellom de to referansesystemene S og S' som ligger bak formalismen i Lorentz-transformasjonene?

b) Vis ved direkte utregning fra Lorentz-transformasjonene at

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \quad .$$

[Denne relasjonen kan uttrykkes som "Lengden av en såkalt firervektor (x, y, z, ict) er den samme i alle inertialsystem." Men la deg ikke forvirre av dette nå.]

La oss betrakte to hendelser: (x_1, y_1, z_1, t_1) og (x_2, y_2, z_2, t_2) i S-systemet, og tilsvarende, men merkede symboler i S'-systemet. Anta at S' beveger seg slik at hendelsene skjer ved samme punkt i S', dvs slik at $x_1' = x_2'$.

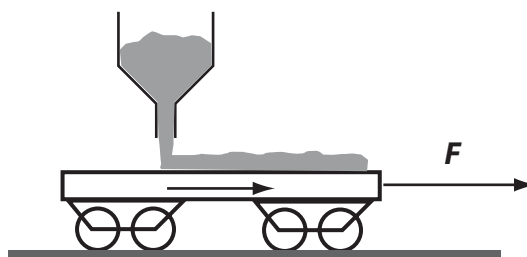
c) Vis da at

$$\Delta t' = \sqrt{(\Delta t)^2 - \left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2}$$

d) Dette uttrykket har bare mening for visse Δt sammenliknet med Δx . Hva sier dette oss om krav til to hendelser sett fra S for at de skal kunne betraktes på samme sted i S'?

Oppgave 4

En jernbanevogn ruller sakte av gårde med konstant fart på et plant, horisontalt underlag. Det faller kull loddrett ned på vogna gjennom en stor trakt. Mengde kull pr tid som faller ned på vogna, $k = dm/dt$, er konstant. Vogna dras av et lokomotiv med konstant hastighet v_0 .



- a) Hvor mye større kraft må lokomotivet dra i vogna med for å holde konstant fart mens kullet faller ned på vogna, sammenlignet med om det ikke falt noe kull overhodet?
- b) Hvor mye mer arbeid pr tid må lokomotivet gjøre mens kullet faller enn når det ikke faller? Hvor mye av dette arbeidet gjenfinner du i form av kinetisk energi? Har vi bevaring av mekanisk energi i dette tilfellet?

Dette er siste ark i oppgavesettet. Lykke til med oppgaveløsningen!
