UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FYS-MEK1110
Eksamensdag: Onsdag 6. juni 2012
Tid for eksamen: Kl. 0900-1300
Oppgavesettet er på 4 sider + formelark
Tillatte hjelpemidler: Øgrim og Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller
Angell, Lian, Øgrim: Fysiske størrelser og enheter: Navn og symboler
Rottmann: Matematisk formelsamling
Elektronisk kalkulator av godkjent type.

Kontrollér at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

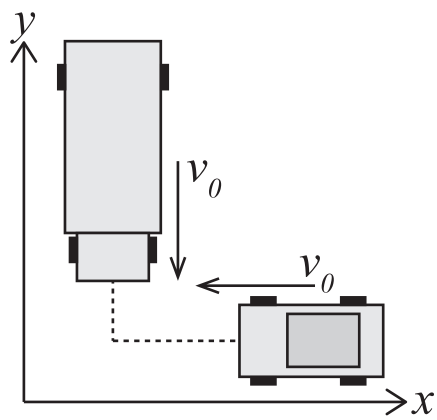
Ved sensur vil alle deloppgaver bli tillagt like stor vekt med mindre annet er oppgitt i oppgaven. Vi forbeholder oss retten til justeringer.

Du må i oppgavene begrunne dine svar. Ubegrunnede svar gir liten uttelling.

Oppgave 1

a) Et hjul ruller uten å skli bortover en flat, horisontal vei. Hjulet holder konstant hastighet. Tegn et frilegemediagram for hjulet.

b) En lastebil med masse M og en bil med masse m kolliderer og blir hengende fast i hverandre etter kollisjonen. Begge bilene har hastigheten v_0 før kollisjonen, men lastebilen og bilen kommer fra hver sin vei inn i et kryss slik at de treffer 90° på hverandre som vist i figuren. Hva blir hastigheten til bilene etter støtet?



c) (Denne oppgaven teller dobbelt). Ole sitter på en tribune og ser på en fotballkamp. Ole bruker en stoppeklokke han har i lommen og finner at kampen varer nøyaktig 90 minutter. Per har et raskt romskip som kjører i 90% av lyshastigheten. Per kjører forbi fotballbanen med romskipet idet kampen begynner og da starter Per stoppeklokken sin. Idet kampen slutter, stopper Per stoppeklokken. Vil stoppeklokken til Per vise det samme som klokken til Ole? Begrunn svaret.

Oppgave 2

Vi skal i denne oppgaven studere en elektrisk ladet nanopartikkel nær en overflate. Vi skal først studere problemet i en dimensjon og deretter i tre dimensjoner. I en dimensjon tenker vi oss at overflaten er plassert i $x = 0$. Kraften fra overflaten på nanopartikkelen som er i posisjonen x er da gitt som:

$$F(x) = \frac{U_0 b}{x^2} - \frac{U_0}{b}$$

hvor U_0 er en konstant med enhet energi og b er en konstant med enhet lengde. I denne modellen skyldes det første leddet frastøtende krefter fra overflaten på nanopartikkelen, og det andre leddet skyldes tiltrekkende krefter. (Denne modellen er en forenklet modell, og gir ikke nødvendigvis et realistisk bilde av en slik vekselvirkning). Nanopartikkelen har masse m. Du kan se bort fra andre krefter på nanopartikkelen.

a) Vis at $U(x) = \frac{U_0 b}{x} + \frac{U_0 x}{b}$ er et potensial for kraften F.

b) Skisser $U(x)$, finn likevektspunktene, marker disse i diagrammet og karakteriser dem.

Anta at nanopartikkelen starter i ro ved $x = \frac{b}{2}$.

c) Hva er hastigheten til nanopartikkelen ved $x = b$?

d) Hvor langt vekk kommer nanopartikkelen på det meste?

e) Skisser bevegelsen $x(t)$ til partikkelen og skisser den tilsvarende bevegelsen i et energidiagram.

f) Skriv et program som finner posisjonen, $x(t)$, og hastigheten, $v(t)$, til nanopartikkelen. Det er tilstrekkelig å ta med integrasjonsløkken.

Vi skal nå se på bevegelsen til en nanopartikkel i tre dimensjoner. Nanopartikkelen befinner seg nær en kule med radius R og sentrum i origo. Vekselvirkningen mellom nanopartikkelen og kulen er beskrevet ved et potensiale:

$$U(r) = \frac{U_0 b}{r - R} + \frac{U_0 (r - R)}{b},$$

som gir kraften

$$\vec{F} = \frac{U_0 b}{(r - R)^2} \frac{\vec{r}}{r} - \frac{U_0}{b} \frac{\vec{r}}{r}$$

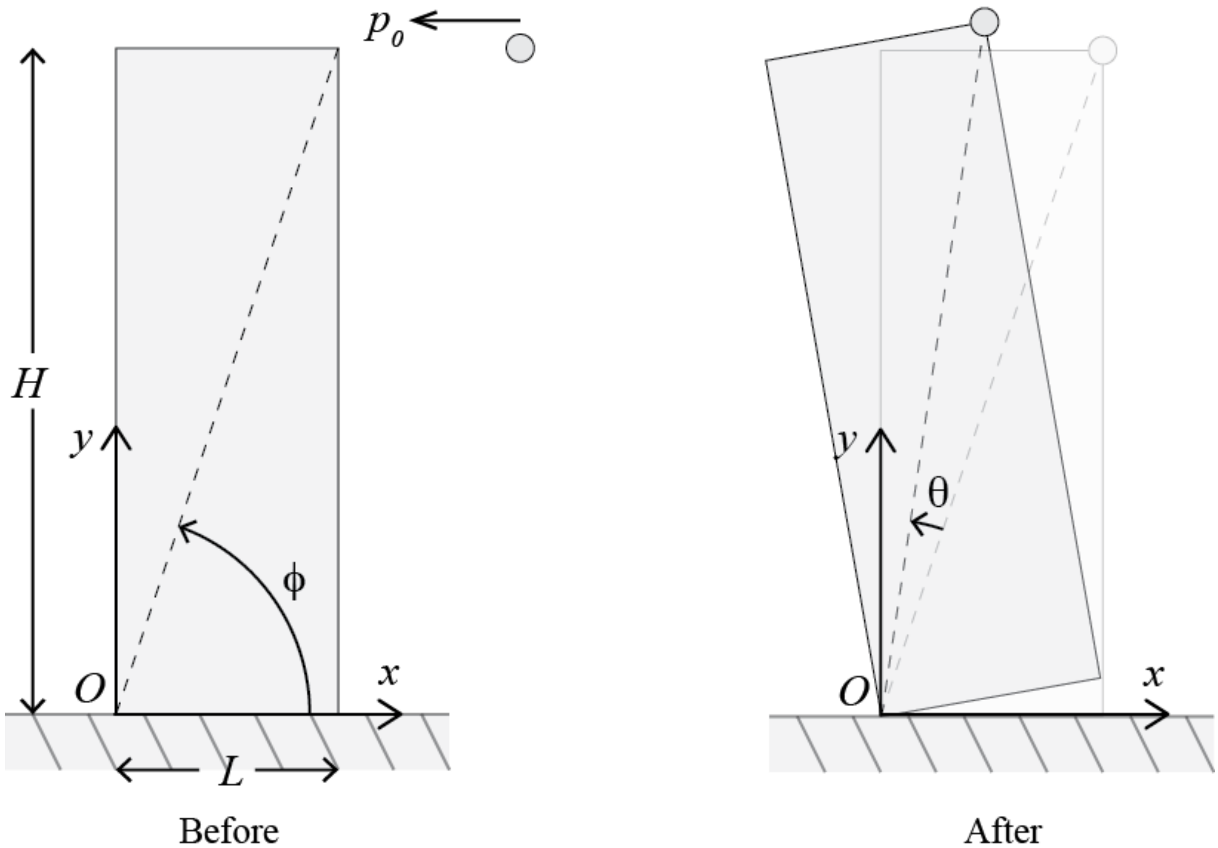
hvor $\vec{r} = (x, y, z)$ er posisjonen til nanopartikkelen og $r = |\vec{r}|$. Du kan anta at nanopartikkelen kun er påvirket av dette potensialet.

g) Skriv et program som finner posisjonen $\vec{r}(t)$ og hastigheten, $\vec{v}(t)$, for nanopartikkelen. Det er tilstrekkelig kun å ta med integrasjonsløkken.

h) Hvis nanopartikkelen starter i $r = R + b$, hvor stor må hastigheten være for at nanopartikkelen skal slippe fri fra overflaten og kunne bevege seg uendelig langt vekk?

Oppgave 3

En kloss med lengde L, høyde H og masse M ligger på et horisontalt bord som illustrert i figuren under. En kule skytes inn i toppen av klossen. Kulen har en horisontal bevegelsesmengde p_0 umiddelbart før den treffer klossen. Etter kollisjonen blir kulen hengende fast inne i klossen. Massen til kulen er så liten at den ikke endrer massen, massesenteret eller treghetsmomentet til klossen. Du kan anta at klossen ikke sklir, men roterer om punktet O rett etter kollisjonen. Du kan se bort fra luftmotstand. Du kan anta at klossen ikke har rotert i løpet av kollisjonen.



Treghetsmomentet om en akse gjennom massesenteret i z-retningen for en kloss med lengde L, høyde H og masse M er $I = \left(\frac{1}{12}\right) M(H^2 + L^2)$. Du kan bruke vinkelen $\phi = \text{atan}\left(\frac{H}{L}\right)$ og $R = \sqrt{\left(\frac{H}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}$ for å forenkle svarene dine hvis du ønsker.

a) Finn posisjonen til massesenteret til klossen.

b) Finn treghetsmomentet, I_{Oz}, til klossen om en akse langs z-retningen om punktet O.

c) Finn vinkelhastigheten til klossen om punktet O umiddelbart etter kollisjonen.

d) Finn absoluttverdien til hastigheten til massesenteret til klossen umiddelbart etter kollisjonen.

e) Hva blir det maksimale vinkelutslaget θ til klossen? (Det er tilstrekkelig å finne en likning som bestemmer den maksimale θ, du behøver ikke løse den.).

f) Hvor stor kan p_0 være uten at klossen tipper over? Begrunn svaret.

La oss nå anta at klossen ikke tipper over. Vi ser på bevegelsen etter kollisjonen.

g) Vis at vinkelakselerasjonen til klossen om punktet O er

$$\alpha = -\frac{R\cos(\phi + \theta)\,Mg}{I_{Oz}}$$

når θ er positiv.

h) Tenk nøye gjennom den fysiske situasjonen, beskriv hva som skjer når θ blir negativ, og finn et uttrykk for vinkelakselerasjonen til klossen når θ er negativ.

i) Skriv et program som finner bevegelsen til klossen som funksjon av tiden. Det er tilstrekkelig å ta med integrasjonsløkken.

***

Dette er siste ark i oppgavesettet. Lykke til med oppgavene!

Formelark Fys-mek1100

$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, hvor $\vec{p} = m\vec{v} = m\frac{d\vec{r}}{dt}$, og $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$, $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$, $v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$.

Konstant α: $\omega = \omega_0 + \alpha t$, $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$, $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha \cdot (\theta - \theta_0)$.

Baneakselerasjon: $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\hat{u}_T + \frac{v^2}{\rho}\hat{u}_N$.

Rotasjon: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$.

Galilei-trans.: $\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'$, $\vec{v} = \vec{V} + \vec{v}'$.

Fjærkraft: $F(x) = -k\,(x - x_0)$. Luftmotstand: $\vec{F}_v = -k\vec{v}$ eller $\vec{F}_v = -Dv\vec{v}$.

Friksjon: $|F_s| \leq \mu_s N$ eller $|F_d| = \mu_d N$.

Arbeid: $W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = K_B - K_A$, Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$.

Potensiell energi: $U(\vec{r})$. Tyngdekraft: $U = mgy$. Fjærkraft: $U = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$. Konservativ kraft: $\vec{F} = -\nabla U(\vec{r})$.

Impuls: $\vec{J} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt = \Delta\vec{p} = \vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0)$.

Rakett-likningen: $\vec{F}^{\text{ext}} + \vec{v}_{\text{rel}}\frac{dm}{dt} = m\vec{a}$.

Massesenter: $\vec{R} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{r}_i = \frac{1}{M}\int_M \vec{r} dm$, $M = \sum_i m_i = \int_M dm$.

Kraftmoment: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$. Spinn: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$.

Spinnsats: $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$. Stive legemer: $L_z = I_z\omega_z$, $\tau_z = I_z\alpha_z$.

Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$, $I = \sum_i m_i\rho_i^2 = \int_M \rho^2 dm$.

Parallellakseteoremet: $I = I_{\text{cm}} + Md^2$.

Rullebetingelse: $V = \omega R$.

Fiktive krefter: $m\vec{a}' = \sum \vec{F}^{\text{ext}} - m\vec{A} - m\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}' - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$.

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{u}_r$, $U(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r}$.

Spenning og tøyning: $\sigma_{xx} = \frac{F_x}{A_x} = E\frac{\Delta x}{x} = E\epsilon_{xx}$, $\frac{\Delta y}{y} = -\nu\frac{\Delta x}{x}$.

Lorentz-trans.: $x' = \gamma\,(x - ut)$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$.

Relativistisk: $m = \gamma m_0$, $\vec{p} = m\vec{v}$, $E = mc^2$.