UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FYS-MEK 1110
Eksamensdag: 16 mars 2016
Tid for eksamen: 15:00 – 18:00 (3 timer)
Oppgavesettet er på 4 sider
Vedlegg: Formelark
Tillatte hjelpemidler:
Øgrim og Lian: *Størrelser og enheter i fysikk og teknikk* eller
Angell, Lian, Øgrim: *Fysiske størrelser og enheter: Navn og symboler*
Rottmann: *Matematisk formelsamling*
Elektronisk kalkulator av godkjent type.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.
Husk å forklare hvordan du løser problemene og begrunn svarene dine.

Oppgave 1 (7 poeng)

En planet beveger seg i en lukket bane rundt en stjerne.

a. Banen er sirkulær og farten langs banen er konstant. Hva er nettobeløpet av arbeid som stjernens gravitasjonskraft gjør på planeten etter en full omdreiing: positiv, negativ eller null? Forklar svaret ditt! (3 poeng)
b. Hva hvis banen er elliptisk og farten til planeten endrer seg langs banen? Beskriv arbeid som stjernens gravitasjonskraft gjør på planeten langs banen. (4 poeng)

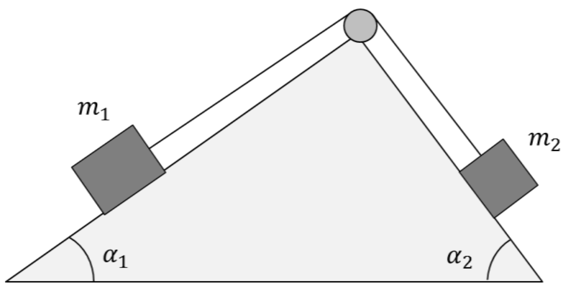
Oppgave 2 (7 poeng)

Du slipper en ball med masse m fra en høy bygning. Vi kan beskrive luftmotstandskraften som $\vec{F}_D = -D|\vec{v}|\vec{v}$. Tyngdens akselerasjon er g.

a. Tegn et frilegeme diagram og navngi alle krefter. (3 poeng)
b. Vi antar at bygningen er så høy at ballen oppnår terminalhastigheten. Finn et uttrykk for terminalhastigheten. (4 poeng)

Oppgave 3 (14 poeng)

To klosser med masse m_1 og m_2 står på hver sin side av en rettvinklet trekant som vist i figuren. Klossene er knyttet sammen med en tynn, masseløs snor som går over en masseløs trinse. Vi antar at det er ingen friksjon mellom klossene og overflaten, og at trinsen også er uten friksjon.



Skråplanene står i rett vinkel på hverandre, slik at $\alpha_2 = 90° - \alpha_1$.
Tipp: $\sin(90° - \alpha_1) = \cos\alpha_1$.

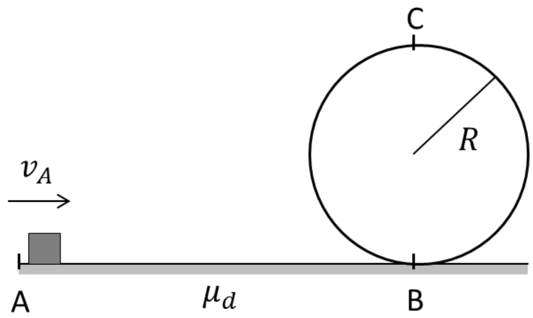
a. Tegn et frilegeme diagram separat for begge klossene. (4 poeng)
b. Vis at betingelsen for at systemet ikke beveger seg er: (5 poeng)

$$\frac{m_2}{m_1} = \tan\alpha_1$$

c. Finn akselerasjonen til klossene. Du kan se bort fra luftmotstanden. (5 poeng)

Oppgave 4 (16 poeng)

En kloss beveger seg langs en horisontal flate fra A til B og etterpå gjennom en looping med radius R. Avstanden mellom punktene A og B er s. Den dynamiske friksjonskoeffisienten mellom kloss og flate er μ_d. Mens klossen beveger seg gjennom loopingen er friksjon neglisjerbart. Vi ser også bort fra luftmotstanden. Klossen starter i punkt A med fart v_A.



a. Tegn et frilegeme diagram for klossen på toppen av loopingen i punkt C. (3 poeng)
b. Hvor stor må farten v_C i punkt C på toppen minst være for at klossen forblir i kontakt med loopingen? (4 poeng)
c. Hvor stor må farten v_B in punkt B nederst i loopingen minst være for at klossen fullfører loopingen? (4 poeng)
d. Hvor stor må farten v_A i punkt A være for at klossen fullfører loopingen? (5 poeng)

Uttrykk svarene som funksjon av radius R, tyngdeakselerasjon g, friksjonskoeffisient μ_d og strekningen s.

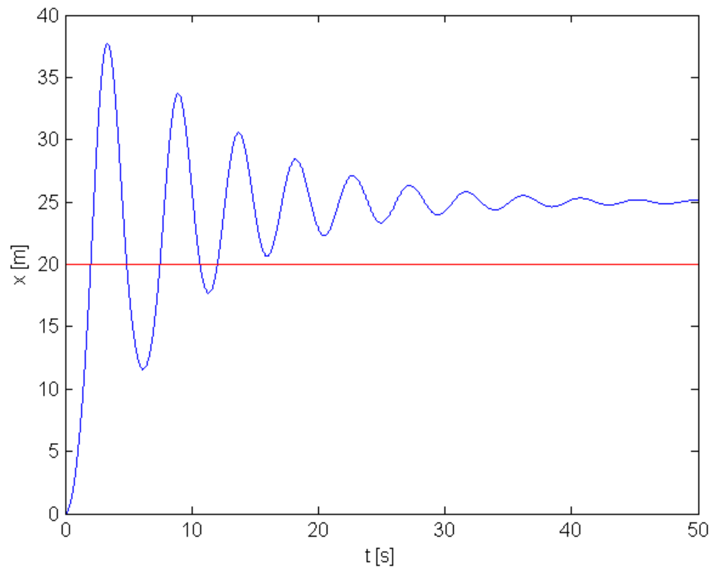
Oppgave 5 (20 poeng)

I denne oppgaven skal vi studere en person som hopper strikk. Strikken oppfører seg som en ideell fjær med fjærstivhet k når den blir strukket, men den har ingen styrke når den blir dyttet sammen. Strikkens likevektslengde er d. Det er også en viss demping i strikken som vi modellerer som en kraft som er avhengig av hastigheten strikken deformeres med. Når strikken er strukket til en lengde x, og strikken strekkes med den momentane hastigheten v, er kraften fra strikken gitt som:

$$F(x,v) = \begin{cases} -k(x-d) - c_v v & x > d \\ 0 & x \leq d \end{cases},$$

hvor v_c er en konstant som beskriver dempingen i tauet, og k er fjærstivheten. Vi legger nullpunktet for høyden der strikken er festet til bruen og regner positiv retning nedover. Personen starter fra $x = 0$ uten initialhastighet. Du kan se bort fra luftmotstanden og du kan anta at strikken er masseløs. Bevegelsen er kun vertikal. Tyngdens akselerasjon er g.

a. Tegn et frilegemediagram for personen når strikken er stram. (3 poeng)
b. Finn et uttrykk for høyden hvor personen blir hengende når bevegelsen har stanset. (4 poeng)
c. Skriv et program som finner posisjonen og hastigheten til personen som en funksjon av tid. Det er tilstrekkelig å ta med integrasjonsløkken. (5 poeng)
d. Figuren nedenfor viser resultatet av en simulering av et strikkhopp med denne modellen for en strikk med lengden $d = 20$ m og en person med $m = 70$ kg. Forklar resultatet. Gi et estimat for fjærkonstanten k brukt i simuleringen. (4 poeng)
e. Er systemet konservativt gjennom hele bevegelsen, i deler av bevegelsen, eller ikke i det hele tatt? Begrunn svaret. (4 poeng)

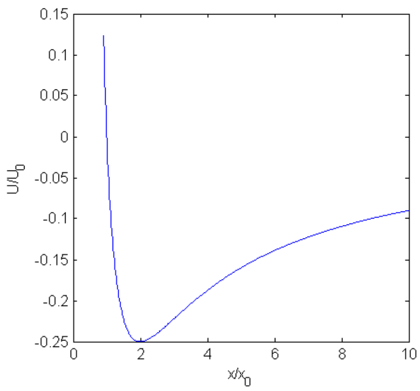


Oppgave 6 (16 poeng)

En partikkel med masse m beveger seg i en dimensjon. Den potensielle energien til partikkelen kan beskrives som

$$U(x) = U_0\left(\left(\frac{x_0}{x}\right)^2 - \frac{x_0}{x}\right),$$

hvor U_0 og x_0 er positive konstanter og posisjonen x kan bare ta positive verdier. Potensialfunksjonen er plottet i figuren.



a. Finn kraften som virker på partikkelen i posisjon x. (4 poeng)
b. Vis at kraften på partikkelen i posisjon $x = 2x_0$ er null. (4 poeng)

Ved tid $t = t_0$ er partikkelen i ro i posisjon $x = x_0$.

c. Finn farten til partikkelen ved posisjon $x = 2x_0$. (4 poeng)
d. Hvor langt kan partikkelen beveger seg? (4 poeng)

***

Dette er siste ark i oppgavesettet. Lykke til med oppgavene!

Formelark FYS-MEK 1110 Midtveiseksamen

$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, hvor $\vec{p} = m\vec{v} = m\frac{d\vec{r}}{dt}$ og $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$, $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$, $v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)$

Baneakselerasjon: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\hat{u}_T + \frac{v^2}{\rho}\hat{u}_N$

Fjærkraft: $F(x) = -k(x - x_0)$,

Luftmotstand: $\vec{F}_v = -k\vec{v}$ eller $\vec{F}_v = -D|\vec{v}|\vec{v}$

Statisk friksjon: $|F_s| \leq \mu_s N$,

Dynamisk friksjon: $|F_d| = \mu_d N$

Arbeid:$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = K_B - K_A$,

Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$

Potensiell energi for gravitasjon: $U = mgy$, for fjærkraft: $U = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$

Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}U(\vec{r})$

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{u}_r$, $U(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r}$