UNIVERSITETET I OSLO

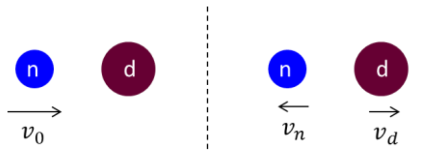
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FYS-MEK 1110
Eksamensdag: 22 mars 2017
Tid for eksamen: 14:30 – 17:30 (3 timer)
Oppgavesettet er på 4 sider
Vedlegg: Formelark
Tillatte hjelpemidler:
Øgrim og Lian: *Størrelser og enheter i fysikk og teknikk* eller
Angell, Lian, Øgrim: *Fysiske størrelser og enheter: Navn og symboler*
Rottmann: *Matematisk formelsamling*
Elektronisk kalkulator av godkjent type.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.
Husk å forklare hvordan du løser problemene og begrunn svarene dine.

Oppgave 1 (8 poeng)

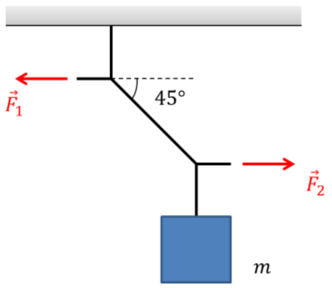
I tungtvannsmodererte kjernereaktorer kolliderer nøytroner med masse $m_n = 1$ u med deuteroner med masse $m_d = 2$ u (hvor u er enheten for massen til et atom). I en slik reaktor kolliderer et nøytron som har hastighet v_0 frontalt og elastisk med et deuteron som er i ro.



a. Hva er hastigheten til nøytronet etter kollisjonen, uttrykt som en brøkdel av den opprinnelige hastigheten? (5 poeng)
b. Hvor mye kinetisk energi har nøytronet igjen etter kollisjonen, uttrykt som en brøkdel av den opprinnelige kinetiske energien? (3 poeng)

Oppgave 2 (6 poeng)

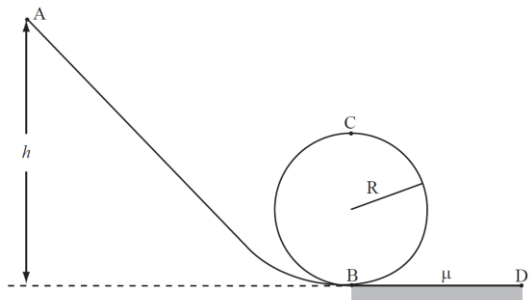
En eske med masse m henger i en masseløs strikk fra taket. To krefter, F_1 og F_2, virker på strikken i motsatt retning i to punkt med en viss avstand slik at en del av strikken er diagonal med vinkel 45°, som vist i figuren.



a. Finn snordraget i den diagonale delen av strikken. (3 poeng)
b. Hvor stor må kreftene F_1 og F_2 være for å holde systemet i denne posisjonen? (3 poeng)

Oppgave 3 (15 poeng)

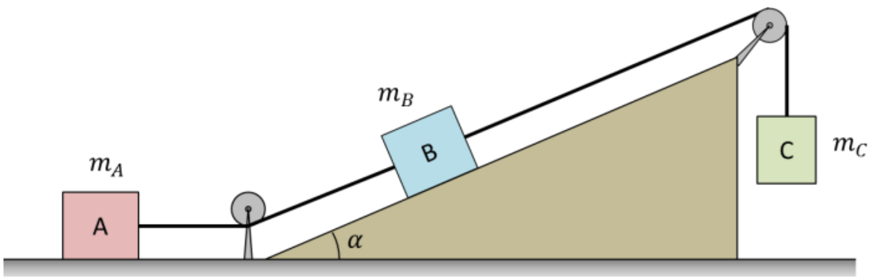
En blokk glir ned langs en rampe og deretter gjennom en loop med radius R. Etter loopen stanser blokken i punkt D på et grovt horisontalt bord. Blokken starter i ro ved punkt A i høyde h over bordet. Friksjon på rampen og i loopen er neglisjerbart. Den dynamiske friksjonskoeffisient mellom blokken og det horisontale bordet er μ.



a. Finn farten v_B til blokken ved punkt B før den går rundt loopen. (3 poeng)
b. Finn farten v_C ved punkt C. (3 poeng)
c. Hva er betingelsen for farten v_C slik at blokken holder kontakt med loopen? (3 poeng)
d. Hvor høyt over bordet må blokken slippes for å gå rundt loopen? (3 poeng)
e. Hvor langt sklir blokken på bordet før den stanser? (3 poeng)

Oppgave 4 (14 poeng)

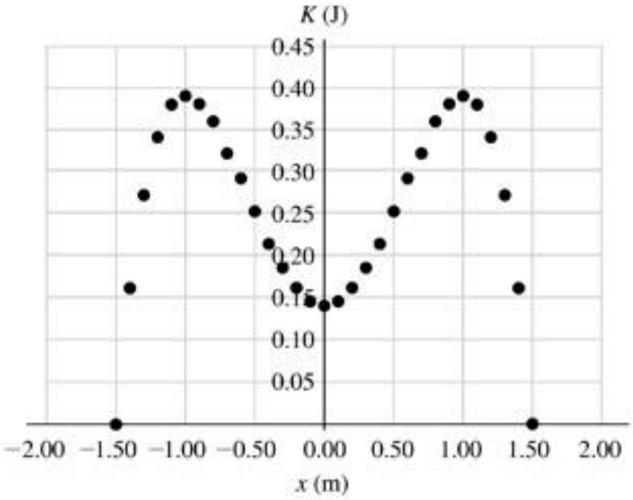
Klossene A, B og C er festet i en masseløs strikk og er plassert over en kile ved hjelp av trinser som vist i figuren. Klossene A og B har samme masse: $m_A = m_B = m$. Det er friksjon mellom klossene og underlaget, og den dynamiske friksjonskoeffisienten er μ_d for både kloss A og B. Trinsene kan anses som masseløse og uten friksjon. Kloss C beveger seg med konstant hastighet. (Tips: Det er hensiktsmessig å definere x retningen langs strikken, altså til høyre for kloss A, opp langs skråplanet for kloss B, og vertikalt ned for kloss C.)



a. Tegn frilegemediagrammer separat for alle tre klossene. (3 poeng)
b. Finn et uttrykk for snordragene T_{AB} mellom klossene A og B og T_{BC} mellom klossene B og C som funksjon av massene, friksjonskoeffisient μ_d og tyngdeakselerasjon g. (3 poeng)
c. Finn et uttrykk for massen til kloss C, m_C, som funksjon av masse m, friksjonskoeffisient μ_d og vinkel α. (5 poeng)
d. Hva er akselerasjonen til kloss C når du klipper strikken mellom kloss A og B? (3 poeng)

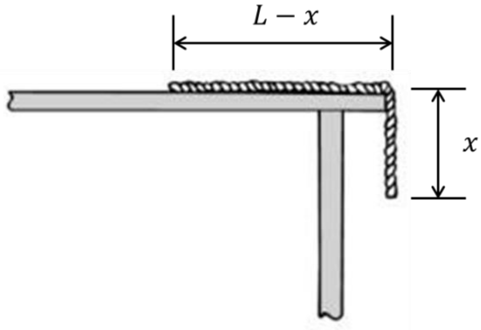
Oppgave 5 (15 poeng)

En konservativ kraft $F(x)$ virker som den eneste kraften på en partikkel med masse m som beveger seg langs x aksen. Du slipper partikkelen fri uten initialhastighet ved posisjonen $x_0 = -1.5$ m. Du måler hastigheten til partikkelen som funksjon av posisjon mens den beveger seg langs x aksen. Ut fra målingene beregner du den kinetiske energien K som funksjon av posisjonen. Figuren viser resultatet.



a. Du velger nullpunktet til den potensielle energien ved $x = 0$, $U(0) = 0$. Hvor mye potensiell energi $U(x_0)$ har partikkelen i startposisjonen $x_0 = -1.5$ m? Forklar! (3 poeng)
b. Skisser grafen for den potensielle energien $U(x)$. (3 poeng)
c. For hvilke verdier av x (hvis noen) er kraften $F = 0$? (3 poeng)
d. For hvilke verdiområde mellom $x = -1.5$ m og $x = 1.5$ m er kraften F positiv? For hvilke verdiområde er kraften F negativ? (3 poeng)
e. Hvor langt kommer partikkelen hvis du slipper den fri uten initialhastighet fra $x = -1.3$ m? Hvor stor er den kinetiske energien på sitt høyeste i denne bevegelsen? (3 poeng)

Oppgave 6 (22 poeng)



Et homogent tau med lengde L og masse m henger over kanten til et bord som vist i figuren. Massen til tauet er jevnt fordelt over lengden. Lengden til delen av tauet som henger vertikal ned over kanten er x. Systemet er i ro. Den statiske friksjonskoeffisienten mellom tau og bord er μ_s.

a. Del systemet inn i to deler, den som henger ned fra kanten med lengde x og den som ligger på bordet med lengde $L - x$, og tegn et frilegemediagram separat for hver del. (Tips: Det er igjen hensiktsmessig å definere x retningen langs tauet, altså til høyre langs bordet og ned for delen som henger.) (3 poeng)
b. Finn snordraget T som virker fra den ene delen av tauet på den andre og normalkraften N fra bordet på delen av tauet på bordet, uttrykt som funksjon av x, L, m, g. (3 poeng)
c. Hvor stor kan x maksimalt være for at tauet forblir i ro uten å skli ned fra bordet? (4 poeng)

Vi ser nå på en situasjon hvor bordet er glatt og det er ingen friksjon mellom tauet og bordet slik at tauet sklir ned uansett hvor stor x er (så lenge $x > 0$). Vi måler posisjonen til enden av tauet vertikal ned fra bordkanten slik at posisjonen tilsvarer lengden av tauet som henger ned. Tauet slippes uten initialhastighet fra posisjon x_0.

d. Finn akselerasjonen til enden av tauet. (3 poeng)
e. Vis at posisjonen til enden av tauet som funksjon av tiden kan beskrives ved
$$x(t) = \frac{x_0}{2} e^{t/\tau} + \frac{x_0}{2} e^{-t/\tau} \ ,$$
hvor $\tau = \sqrt{L/g}$. (4 poeng)

Til slutt ser vi på situasjonen hvor tauet sklir ned med friksjon mellom tauet og bordet. Den dynamiske friksjonskoeffisienten er μ_d.

f. Finn akselerasjonen til enden av tauet og skriv et program som finner posisjonen og hastigheten til enden av tauet som en funksjon av tid. Det er tilstrekkelig å ta med integrasjonsløkken. (5 poeng)

***

Dette er siste ark i oppgavesettet. Lykke til med oppgavene!

Formelark FYS-MEK 1110 Midtveiseksamen

$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, hvor $\vec{p} = m\vec{v} = m\frac{d\vec{r}}{dt}$ og $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$, $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$, $v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)$

Baneakselerasjon: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\hat{u}_T + \frac{v^2}{\rho}\hat{u}_N$

Fjærkraft: $F(x) = -k(x - x_0)$,

Luftmotstand: $\vec{F}_v = -k\vec{v}$ eller $\vec{F}_v = -D|\vec{v}|\vec{v}$

Statisk friksjon: $|F_s| \leq \mu_s N$,

Dynamisk friksjon: $|F_d| = \mu_d N$

Arbeid: $W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = K_B - K_A$,

Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$

Potensiell energi for gravitasjon: $U = mgy$, for fjærkraft: $U = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$

Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}U(\vec{r})$

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{u}_r$, $U(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r}$

Impuls: $\vec{J} = \int_{t_0}^{t_1}\vec{F}\,dt = \Delta\vec{p} = \vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0)$

Rakettligningen: $\vec{F}^{\text{ext}} + \vec{v}_{\text{rel}}\frac{dm}{dt} = m\vec{a}$