91/98

A

Side/Page: 1

Oppgave 1

G virker, men den er liten og virker over et lite tidsrom, så vi kan se borti fra den

a) siden $\sum F_{ext,x} = 0$ er bevegelsesmengden for systemet fisk A og fisk B bevart.
~~Ser bort fra G fordi den er liten sml. med de interne krefter~~

$$P_0 = m_A V_0 + m_B \cdot 0 = m_A V_0$$

$$P_1 = (m_A + m_B) V_1$$

$V_0 = 1\,m/s$
$m_A = 20\,kg$
$m_B = 5\,kg$

$$P_0 = P_1$$

$$m_A V_0 = (m_A + m_B) v_1$$

3/3

$$V_1 = \frac{m_A}{m_A + m_B} V_0 = \frac{20}{25} 1 = \underline{\underline{0{,}8\,m/s}}$$

b)

$$E_0 = \frac{1}{2} m_A V_0^2 + \frac{1}{2} m_B 0^2 = \frac{1}{2} m_A V_0^2$$

$$E_1 = \frac{1}{2}(m_A + m_B)\left(\frac{m_A}{m_A + m_B} V_0\right)^2$$

$$E_0 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 1^2 = \underline{10\,J}$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot 25 (0{,}8)^2 = 8\,J$$

3/3

$$E_1 - E_0 = 8\,J - 10\,J = \underline{-2\,J}$$

<u>2J ble tapt under middagen.</u>

bergengrafisk.no

Skriv ikke her / *Do not write here*	

Oppgave 2

a) bruker formelen $l = \frac{l_0}{\gamma}$ der l_0 er lengden målt i ro og l er lengden målt i fart.

romskip 1: $60 = \frac{100}{\gamma}$

$\gamma = \frac{100}{60} = \frac{5}{3}$

$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{5}{3}$

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}^2$

$\frac{9}{25} = 1 - \frac{u^2}{c^2}$

$\frac{u^2}{c^2} = 1 - \frac{9}{25} = 0{,}64$

$\sqrt{u^2} = \sqrt{0{,}64c^2}$

$\underline{\underline{u = 0{,}8c}}$

for romskip 2:

$80 = \frac{100}{\gamma}$

$\gamma = \frac{5}{4}$

$\frac{u^2}{c^2} = 1 - \frac{16}{25}$

$u^2 = 0{,}36c^2$

$\underline{\underline{u = 0{,}6c}}$

4/4

Skriv ikke her / *Do not write here*

Oppgave 2b)

$v_1 = 0{,}8c \quad v_2 = 0{,}6c$

$$v' = \frac{v-u}{1-\frac{u}{c^2}v}$$

for romskip 1 er $u = 0{,}6c \quad v = 0{,}8c$
v' er hastighet til romskip 2 målt fra romskip 1.

$$v' = \frac{0{,}8c - 0{,}6c}{1 - \frac{0{,}8 \cdot 0{,}6c^2}{c^2}} = \frac{0{,}2c}{1-0{,}48} = \underline{\underline{0{,}38c}}$$

for romskip 2 vil romskip 1 ~~gå~~ ha hastighet 0.6c-0.8c du burde se at $v_1' = -v_2'$

$$v' = \frac{0{,}8c + 0{,}6c}{1 - \frac{0{,}8 \cdot 0{,}6c^2}{c^2}} = \frac{1{,}4}{1{,}48} = \underline{\underline{0{,}94c}}$$

3/5

utledning av $l = \frac{l_0}{\gamma}$

$$\boxed{\begin{aligned} l_0 &= x_2 - x_1 \\ l &= x_2' - x_1' \end{aligned}}$$

$$x_2 - x_1 = \gamma(x_2' - ut_2') - \gamma(x_1' - ut_1')$$

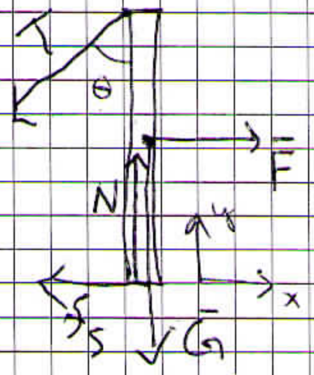
$$l_0 = \gamma(x_2' - ut_2' - x_1' + ut_1') \qquad \boxed{t_2' = t_1'}$$

$$l_0 = \gamma(x_2' - x_1') = \gamma l \qquad \underline{l = \frac{l_0}{\gamma}}$$

Skriv ikke her / *Do not write here*

Oppgave 3

a)



$\bar{T}$ er kaustpenning
$\bar{G}$ er tyngden
$\bar{N}$ er normalkraft fra gulvet
$\bar{f}_s$ er statisk friksjonskraft fra gulvet

4/4

b) står i ro, så $\sum \tau_o = 0$ og $\sum F = 0$ overalt.

~~$\sum F_y = 0$~~

regner ut τ om bunnen. Der er τ_N og τ_{f_s} null fordi kraftarmen er null og τ_G null fordi kraftarmen er parallell med kraften.

$$\tau_F = \frac{l}{2} \underline{j} \times F \underline{i} = -\frac{l}{2} F \underline{k}$$

der l er lengden av stanga

$$\tau_T = l \underline{j} \times (-T_x \underline{i} \times -T_y \underline{j}) = l T_x \underline{k}$$

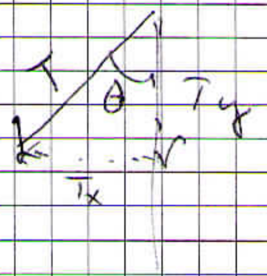
Den grønne kopien beholdes av kandidaten./ *The green copy is retained by the candidate.*

Skriv ikke her / *Do not write here*

siden $\sum \tau = 0$ er $\vec{\tau}_F + \vec{\tau}_T = 0$

$$+\frac{\cancel{l}}{2}F = \cancel{l}T_x$$

$$T_x = \frac{F}{2}$$



$$T_x = T\sin\theta = \frac{F}{2}$$

$$\underline{\underline{T = \frac{F}{2\sin\theta}}}$$

5/5

c) nedre ende sklir når $f_s = f_{max} = \mu_s N$

$$\sum F_y = \vec{T}_y + \vec{G} + \vec{N} = 0$$

$$T\cdot\cos\theta + mg = N$$

$$N = \frac{F}{2\sin\theta}\cdot\cos\theta + mg = \frac{F}{2\tan\theta} + mg$$

$$\sum F_x = \vec{T}_x + \vec{F} + \vec{f}_s = 0$$

$$T\cdot\sin\theta - F + f_s = 0$$

$$f_s = F - T\sin\theta = F - \frac{F}{2} = \frac{F}{2}$$

Skriv ikke her /
Do not write here

$$f_s = \mu_s \cdot N$$

$$\frac{F}{2} = \mu_s\left(\frac{F}{2\tan\theta} + mg\right)$$

$$\frac{F}{2} - \mu_s \frac{F}{2\tan\theta} = \mu_s mg$$

$$F\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu_s}{2\tan\theta}\right) = \mu_s mg$$

$$\underline{\underline{F = \frac{2\mu_s mg}{1 - \frac{\mu_s}{\tan\theta}}}}$$

dette er max kraft før F føren at nedre ende sklir ut.

6/6

4a) Ant stang $2m$ (bly m)

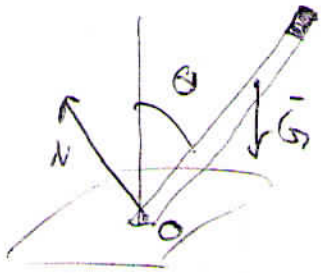
$$cm = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{\frac{l}{2} \cdot m + l \cdot m}{2m} = \frac{\frac{3}{2} l m}{2} = \frac{3}{4} ml$$

$$cm = \frac{3}{4} ml$$ 3/3

4b) $$I = I_{cm} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 + ml^2 = \frac{1}{12} ml^2 + \frac{1}{4} ml^2 + ml^2$$

$$I = \frac{4}{3} ml^2$$ 3/3

4c)



$\tau_{N,O} = 0$ fordi kraftarm lik 0.

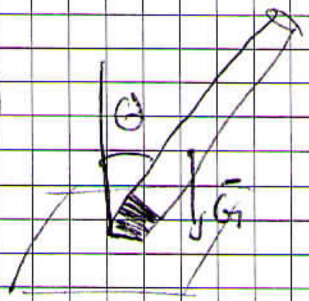
$$\tau_{G,O} = \frac{3}{4} l \sin\theta \, \underline{i} \times (-2mg \, \underline{j}) = -\frac{3}{2} lmg \sin\theta \, \underline{k}$$

$$\sum \tau_{O,z} = I \alpha_z$$ 4/4

$$\alpha_z = -\frac{3}{2} \cancel{l} \cancel{m} g \sin\theta \cdot \frac{3}{4} \frac{1}{\cancel{m} l^{\cancel{2}}} = -\frac{9}{8} \frac{g}{l} \sin\theta$$

Skriv ikke her / *Do not write here*

4d)



$$cm = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{m \cdot \frac{l}{2} + m \cdot 0}{2m}$$

$$\underline{cm = \frac{1}{4} l}$$

$$\tau_a = \frac{1}{4} l \sin\theta \, \underline{i} \times (-2mg \, \underline{j}) = -\frac{1}{2} lmg\sin\theta \, \underline{k}$$

$$-\frac{1}{2} lmg\sin\theta = I \alpha_z$$

$$\alpha_z = \frac{-\frac{1}{2} lmg\sin\theta}{I}$$

$$\text{ny } I: \quad I = I_{cm} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m \cdot 0 = \frac{1}{12} ml^2 + \frac{1}{4} ml^2$$

$$\underline{I = \frac{1}{3} ml^2}$$

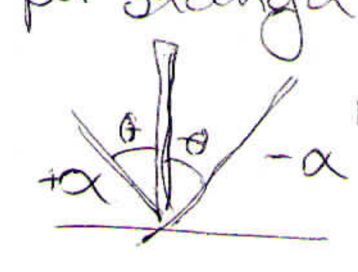
$$\alpha_z = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\cancel{l}\cancel{m}g\sin\theta}{\cancel{m}l^{\cancel{2}}} = \underline{\underline{-\frac{3}{2}\frac{g}{l}\sin\theta}}$$

4/4

~~som resultatene i oppg~~

~~Kraft~~ vinkelakselerasjonen når blystuppen er nede er ~~$\frac{3}{4}$~~ $\frac{4}{3}$ ganger så stor som når blystuppen er opp.

e) Som resultatene i 4c, 4d viser er vinkelakselerasjonen mindre når den lette delen er ned. At α er liten gjør det lettere å balansere en biljardkø fordi man lettere kan justere "balansen" når vinkelaksleraasjonen er liten. Man har altså mer tid til å endre retningen (for å få vinkelakselerasjonen den andre veien) når α er liten. ~~Man endrer retningen~~ Man endrer retning på α ved å flytte massesenteret på stanga frem og tilbake over midten

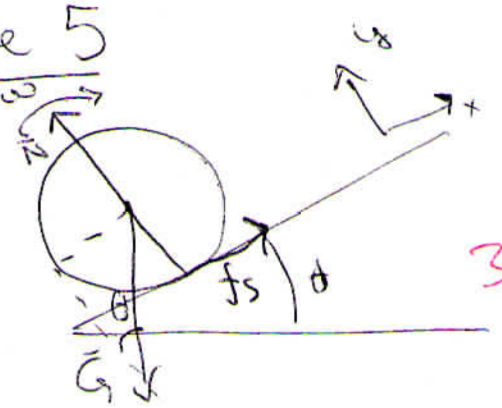


, så τ_G er den andre retningen.

5/5

Oppgave 5

a)



$I = \frac{2}{5} m R^2$

3/3

$\vec{N}$ er normalkraft fra underlaget
$\vec{G}$ er gravitasjonskraft
f_s er statisk friksjonskraft.

b) $\tau_G = 0$ fordi kraftarmen er null.
$\tau_N = 0$ fordi kraftarmen er parallell med $\vec{N}$.

$\tau_{f_s} = -R\underline{j} \times f_s \underline{i} = \underline{\underline{R f_s \underline{k}}}$ 3/3

c) rullebetingelse $v_x = -\omega R$, deriverer hver side også $a_x = -\alpha_z R$.

$\Sigma F_x = m a_x = f_s - G_x \qquad G_x = G\sin\theta = \underline{mg\sin\theta}$

$m a_x = f_s - mg\sin\theta$

$\tau_{f_s} = I\alpha_z \qquad \alpha_z = \frac{R f_s}{I} = \frac{R f_s}{\frac{2}{5} m R^2} = \frac{5}{2}\frac{f_s}{mR}$

(1) $a_x = -\alpha_z R$

(2) $ma_x = f_s - mg\sin\theta$

(3) $\alpha_z = \frac{5}{2}\frac{f_s}{mR}$

(1),(3) $a_x = -\frac{5}{2}\frac{f_s}{m\cancel{R}}\cdot\cancel{R}$

$f_s = -\frac{2}{5}ma_x$

(2) $ma_x = -\frac{2}{5}ma_x - mg\sin\theta$

$ma_x + \frac{2}{5}ma_x = -mg\sin\theta$

$\frac{7}{5}\cancel{m}a_x = -\cancel{m}g\sin\theta$

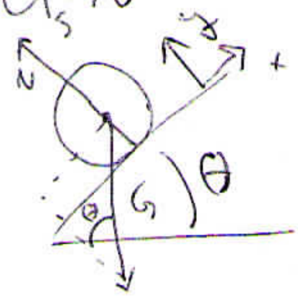
$\underline{\underline{a_x = -\frac{5}{7}g\sin\theta}}$

5/5

d) $f_s = -\frac{2}{5}ma_x = -\frac{2}{\cancel{5}}m\cdot\left(-\frac{\cancel{5}}{7}g\sin\theta\right) = \underline{\underline{\frac{2}{7}mg\sin\theta}}$

3/3

e) sklir når $f_s = f_{max} = \mu_s \cdot N$



$\cancel{N} =$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow G_y = N$$

$$G_y = mg\cos\theta = N$$

$$f_s = \frac{2}{7} \cancel{m}g \sin\theta = N\mu_s = \mu_s \cancel{m}g\cos\theta$$

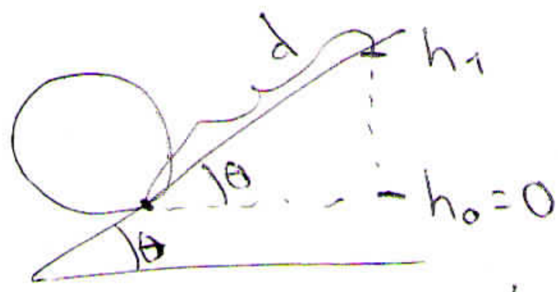
$$\underline{\underline{\mu_s = \frac{2}{7}\tan\theta}}$$ 4/4

f) $v_{0,x} = V_0$ når $x = 0$

siden kulen ruller er det statisk friksjon, statisk friksjon gjør ingen arbeid fordi kontaktpunktet mellom kulen og gulvet relativt ikke flytter seg $W = F_s$, $s = 0$, så $W = 0$. N gjør ~~heller~~ ingen arbeid fordi den står normalt på bevegelsesretningen. Mekanisk energi er dermed bevart.

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

der $v_1 = 0$



$$d = \frac{h_1}{\sin\theta}$$
$$h_1 = d\sin\theta$$

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mg\cdot 0 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$E_1 = \frac{1}{2}m0^2 + mgh_1$$

$E_0 = E_1$, $\quad \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \cancel{m}gh_1$

ok å bruke energibevaring, men du glemte rotasjon : $E_r = \frac{1}{2}I\omega^2$

$$\frac{v_0^2}{2g} = h_1 = d\sin\theta$$

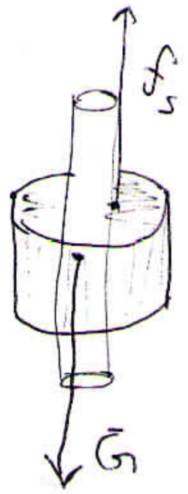
$$\underline{\underline{d = \frac{V_0^2}{2g\sin\theta}}}$$

3/6

Vi ser at dersom $\theta = 0$ vil d blir uendelig stor og kula vil altså ikke stoppe i hele. Når ~~det øker~~ vinkelen øker vil d bli kortere. Når vinkelen er $\theta = 90°$ ~~grad~~ vil $d = \frac{V_0^2}{2g}$, altså tilsvarende å kaste kula opp med en hastighet V_0. Resultatet virker altså rimelig.

Mangler Normalkraft og fjærkraft. 2/4

6a)



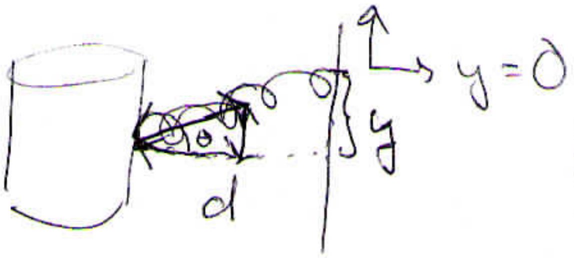
f_s er statisk friksjonskraft

$\bar{G}$ er tyngden.

Normalkreftene fra stang på sylinder nuller hverandre ut i alle retninger

6b) $$F_{K,y} = -Ky\left(1 - \frac{d}{\sqrt{y^2+d^2}}\right)$$

Fjærkraft $F_k = -k(x - x_0)$, $F(y) = -k(y - y_0)$



$$\bar{F} = -k\left(\sqrt{d^2+y^2} - d\right)$$

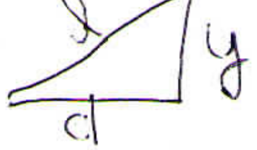
(1) forklaring se nede

$$F_y = -k\left(\sqrt{d^2+y^2} - d\right)\sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{d^2+y^2}}$$

$$F_y = -ky\left(\frac{\sqrt{d^2+y^2}}{\sqrt{d^2+y^2}} - \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}}\right) = \underline{\underline{-ky\left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}}\right)}}$$

(1) forklaring. likevektslengden til fjæren er d. Lengden får etter sylinderen ikke er i likevektsposisjon er



$l^2 = d^2 + y^2$

$\underline{l = \sqrt{d^2+y^2}}$

4/4

Skriv ikke her / *Do not write here*

6c) $F_x = -K\cancel{g}\left(\sqrt{d^2+y^2} - d\right)\cdot\cos\theta$

$$\cos\theta = \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}}$$

$$F_x = -K\,d\left(\frac{\sqrt{d^2+y^2}}{\sqrt{d^2+y^2}} - \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}}\right) = \cancel{-K(d-d^2)}$$

$$\underline{\underline{F_x = -Kd\left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}}\right)}}$$

3/3

6d) $f_d = \mu_d N$

$N = F_x$ fordi $\sum F_x = 0$

$$f_d = -Kd\left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}}\right)\mu_d$$

<u>fortegn:</u>

når $v_y < 0$ skal $f_d > 0$ og når $v_y > 0$ skal $f_d < 0$

4/4

Skriv ikke her / Do not write here

Da kan vi multiplisere f_d med $\frac{V_y}{|V_y|}$ så vil f_d får riktig fortegn.

$$f_d = -kd\left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}}\right)\mu_d \frac{V_y}{|V_y|}$$

$1 - \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}}$ vil alltid være større enn null, samme for d og μ_d. Når V_y er negativ blir dermed f_d positiv, og når V_y er positiv blir f_d negativ.

Skriv ikke her / *Do not write here*

6e)

```
for i in range(N+1):
    Fy = -k*y[i]*(1 - d/sqrt(y[i]**2 + d**2))
         - m*g - k*d*(1 - d/sqrt(d**2 + y[i]**2))
         * μd*v[i]/abs(v[i])
    a = Fy/m
    v[i+1] = v[i] + a*dt
    y[i+1] = y[i] + y[i+1]*dt
    t[i+1] = t[i] + dt
```

5/5

6f) ~~Når vi har to fjærer vil kreftene fra fjærene bli dobbelt så store.~~

~~Når man drar sylinderen ned vil den sprette opp til en høyde over y=0, deretter vil den falle ned igjen til litt kortere enn der man slapp den fra. Slik vil den fortsette til den til slutt stopper.~~

Når vi setter en lik fjær på andre siden blir $\sum F_x = 0$ og det er ingen normalkraft. Da er det heller ingen friksjonskraft. ~~Først~~ Det virker dermed ingen ikke-konservative krefter på sylinderen, og alle mekanisk

5/5