

① a) Kan se på beregelsen som et uelastisk støt

2/3

ikke forklart eller
begrunnet bevaring
av bevegelsesmengde

$$m_A \cdot V_0 = (m_A + m_B) V$$

$$V = \frac{m_A \cdot V_0}{(m_A + m_B)} = \frac{20 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}}{(20 \text{ kg} + 5 \text{ kg})} = \underline{\underline{0,8 \text{ m/s}}}$$

b) ~~skj~~

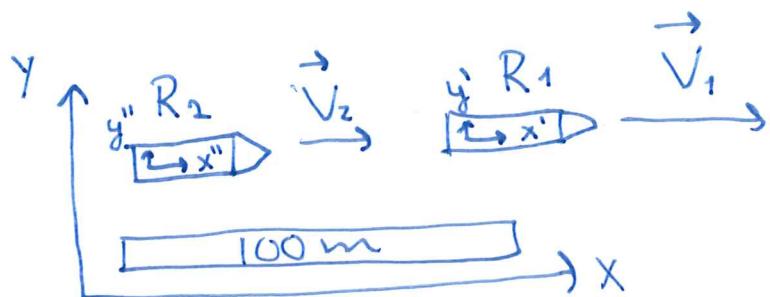
$$\begin{aligned} \Delta E &= E_k - E_{k_0} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) V^2 - \frac{1}{2} m_A V_0^2 \\ &= \frac{1}{2} (25 \text{ kg}) \cdot (0,8 \text{ m/s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ kg} \cdot (1 \text{ m/s})^2 \\ &= -2 \quad] \end{aligned}$$

2 joule mekanisk energi går tapt i kollisjonen,
ettersom endringen kun skjer mtp. kinetisk
energi.

3/3

2.

- ② a) Kan bruke formel for lengdeforkortelse



Finner generell
formel

$$I = \frac{l_0}{c} \quad \frac{R_1}{v_1} = c \sqrt{1 - \frac{60^2}{100^2}} = \underline{\underline{0,8c}}$$

$$I = I_0 \times \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad v_2 = c \sqrt{1 - \frac{80^2}{100^2}} = \underline{\underline{0,6c}}$$

$$\frac{l^2}{l_0^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$v^2 = c^2 - \frac{l^2 c^2}{l_0^2}$$

$$v = c \sqrt{1 - \frac{l^2}{c^2}}$$

Bruker formel

4/4

3.

b) Vi kan bruke en Lorentztransformasjon og finne et uttrykk som funker generelt.
(u er som vanlig hastighet i forhold til vårt referansesystem)

$$v' = \frac{x'}{t'} = \frac{\gamma(x - vt)}{\gamma(t - \frac{v}{c^2}x)} = \frac{vt - vt}{t - \frac{v}{c^2}vt} = \frac{v - v}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$v'_2 = \frac{v_2 - v_1}{1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{0,6c - 0,8c}{1 - \frac{0,8c \times 0,6c}{c^2}} = -\underline{\underline{0,38c}}$$

v_2 fra R_1

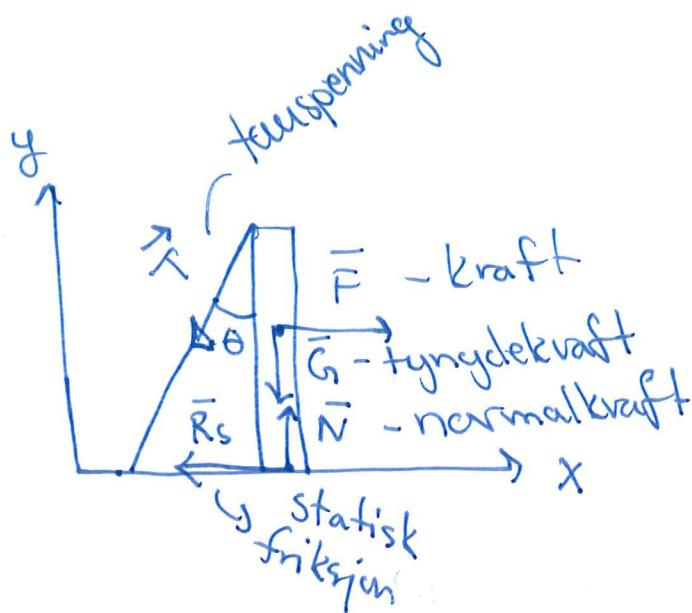
$$v'_1 = \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_2 v_1}{c^2}} = \frac{0,8c - 0,6c}{1 - \frac{0,6c \times 0,8c}{c^2}} = 0,38c$$

Gir mening at resultatene er motsatte,
eftersom spesiell relativitet fungerer
begge veier

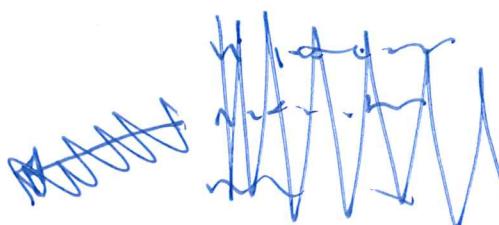
4.

(3)

a)

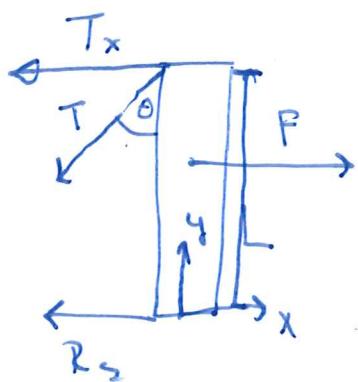


4/4



$$F = |\vec{F}|$$

ikke vektoriserte krefter, kan antas til å være kraftens størrelse



Skal stangen stå statisk så må T_x og R_s være like store, siden de virker like langt fra massesenteret

$$\sum T = \vec{F} \cdot \frac{L}{2} - T_x \cdot L = 0$$

$$F \frac{L}{2} = T_x \cdot L$$

$$T_x = \frac{1}{2} F$$

(vice versa
med T_x i origd)

$$\text{Ergo så er } T_x = \frac{1}{2} F$$

$$T \sin \theta = \frac{1}{2} F$$

$$\underline{T = \frac{1}{2 \sin \theta} F}$$

5/5

5.

$$c) R_s \leq \frac{1}{2} F$$

$$\mu_s N \leq \frac{1}{2} F$$

$$\mu_s (T_y + G) \leq \frac{1}{2} F$$

6/6

$$F = 2\mu_s (T \cdot \cos\theta + mg)$$

$$F = 2\mu_s \left(\frac{F \cos\theta}{2 \sin\theta} + mg \right)$$

$$F = \frac{\mu_s F}{\tan\theta} + \cancel{2\mu_s mg}$$

$$F - \frac{\mu_s F}{\tan\theta} = 2\mu_s mg$$

$$\underline{\underline{F = \frac{2\mu_s mg}{1 - \frac{\mu_s}{\tan\theta}}}}$$

6.

(4) a) $r_{cm} = \frac{m\frac{1}{2}L + mL}{2m} = \frac{\frac{3}{2}mL}{2m} = \underline{\underline{\frac{3}{4}L}}$

3/3

b) $I_{tot} = \cancel{I_{stang}} I_{stang} + I_{bly} =$

$$\frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + 0 + mL^2 = \underline{\underline{\frac{4}{3}mL^2}}$$

bruk av
parallelakkseteoremet
ikke forklart
2/3

c) $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{rF}{I} = \frac{\frac{3}{4}L \cdot mgsin\theta}{\frac{4}{3}mL^2} = \underline{\underline{\frac{9}{16} \frac{gsin\theta}{L}}}$

glemte faktor 2 i
tyngdekraften 3/4

d) $I_{tot} = \frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + 0 + m \cdot 0 = \underline{\underline{\frac{1}{3}mL^2}}$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{rF}{I} = \frac{\frac{3}{4}Lmgsin\theta}{\frac{1}{3}mL^2} = \underline{\underline{\frac{9}{4} \frac{gsin\theta}{L}}}$$

brukte feil angrepspunkt for tyngdekraften

2/4

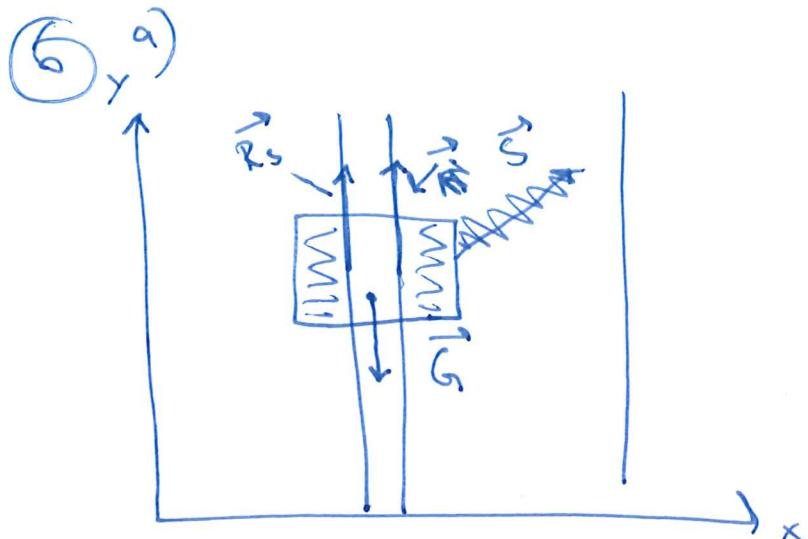
7.

$$\begin{aligned}
 d) \quad I &= 3m \cdot \left(\frac{1}{3}L\right)^2 = \frac{1}{3}mL^2 \\
 a &= \frac{\bar{F} \times l_z}{I_z} = \frac{\frac{4}{6}L \times mg \sin \theta}{\frac{1}{3}mL^2} = \\
 &\quad \frac{2g \sin \theta}{L}
 \end{aligned}$$

e) Det er letttere å balansere biljardkøen når den tunge enden er vendt opp, eftersom treghetsmomentet er større da, og derfor vil ~~den~~ den samme kraften ved samme vinkel gi opphav til en mindre vinkelakselerasjon slik at man har mer tid til å korrigere vinkelendringen

Det er ikke bare treghetsmomentet som er viktig men også kraftmomentet, som er forskjellig i de to situasjoner. Det er riktig at vinkelakselerasjon er den avgjørende størrelse som bestemmer hvor lett eller vanskelig det er å balansere.
4/5

8.



Normalkraften mangler, ikke forklart symbolene (navngitt kreftene), uklart om fjærkraften er krysset ut eller ikke.
2/4

b) $F = -kr = \cancel{\text{strekkspring}} = -k(\sqrt{y^2+d^2} - d)$

$$F_x = -k \frac{-1}{\sqrt{y^2+d^2}} (\sqrt{y^2+d^2} - d) = -ky \left(1 - \frac{d}{\sqrt{y^2+d^2}}\right)$$

ikke tilstrekkelig forklart hva er gjort; hvor kommer y fra? 2/4

c) $F_x = -k \frac{d}{\sqrt{y^2+d^2}} \left(\cancel{\sqrt{y^2+d^2} - d}\right) = \underline{-kd \left(1 - \frac{d}{\sqrt{y^2+d^2}}\right)}$

ikke tilstrekkelig forklart hva er gjort, feil fortegn

2/3

a.

d) Frikjonskraften kommer av at den horisontale komponenten av fjerens drar sylinderen ned stangens vegg

$$R_d = -kd \frac{V_y}{|V_y|} \left(1 - \frac{d}{\sqrt{y^2 + d^2}} \right)$$

frikjonskoeffisient mangler,
feil fortegn
3/4

e) $y[0] = y_0$

python

$v[0] = v_0$



def a(v, y):

~~return~~

$$R_d = -k * d * V / \text{abs}(V) * \left(1 - d / \sqrt{y^2 + d^2} \right)$$

$$F_y = -k * y * \left(1 - d / \sqrt{y^2 + d^2} \right)$$

$$\text{return } (R_d + F_y) / m - g$$

for i in range(n+1)

$$v[i+1] = v[i] + a(v[i], y[i]) * dt$$

$$y[i+1] = y[i] + v[i+1] * dt$$

5/5

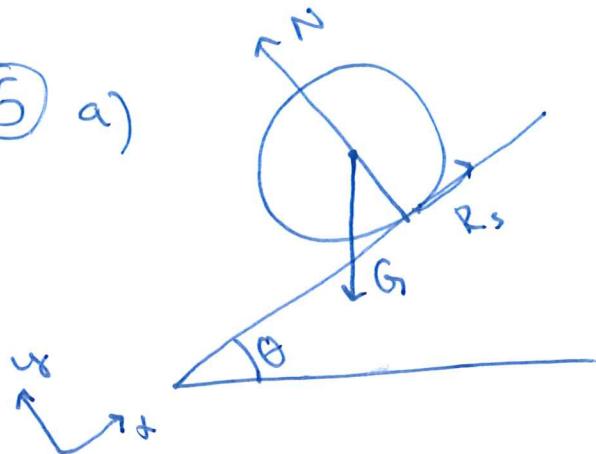
10.

5) Fester vi på en til fjer så vil de horisontale kreflene konsekvente hverandre, noe som vil si at vi ikke får noen normale krefter mellom sylinder og stang, ergo er det ingen friksjon. Tillegg vil den vertikale kraften fra fjerne til sammen være dobbelt så stor som i forrige tilfelle.
Derfor vil sylinderen svinge med ~~amplitude~~ samme amplitude, ettersom kreflene nå danner et konsernativt felt, og bevegelsen vil dermed ikke stoppe opp.

5/5

II.

⑤ a)



ikke forklart symbolene
(navngitt kreftene)
2/3

$$b) \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau_{Gz} = 0 \Leftrightarrow mg \sin \theta$$

$$\tau_{R_s} < R_s \cdot R_s = R_s \mu_s N = \cancel{R_s \mu_s} R_s \mu_s mg \cos \theta$$

$$c) a = -\alpha R = -\frac{FR^2}{I} = \frac{FR^2}{\frac{2}{5}mR^2} = -\frac{5F}{2m} = \frac{5a}{2}$$

Rullebetingelse = oppfylt

Frikjonsbrutt gir opphav til vinkelakselerasjon

$$\alpha = -\alpha R$$

bedre enn ingenting
1/5

12.

d) $\sum F = R_s - G_x = ma$

~~Ma~~

$$\begin{aligned} R_s &= ma + G_x = mg \sin\theta - \frac{5}{7} mg \sin\theta \\ &= \underline{\underline{\frac{2}{7} mg \sin\theta}} \end{aligned}$$

3/3

e) $\mu_s N = R_s$

$$\mu_s mg \cos\theta = \underline{\underline{\frac{2}{7} mg \sin\theta}}$$

skulle ha brukt ulikhetstegn eller
forklart at det er minimalverdi for
friksjonskoeffisient
3/4

$$\mu_s = \underline{\underline{\frac{2}{7} \tan\theta}}$$

~~Ma~~

f) ~~Ma~~

ikke tilstrekkelig forklart hva er gjort
5/6

$$\begin{aligned} V^2 - V_0^2 &= 2as \\ s &= \frac{-V_0^2}{2a} = \frac{-V_0^2}{-2 \frac{5}{7} g \sin\theta} = \underline{\underline{\frac{7}{10} \frac{V_0^2}{g \sin\theta}}} \end{aligned}$$

Vi ser at en større V_0 vil føre til at ballen
går lengre og at en liten θ vil føre til det
samme, mens en brattere vinkel fører til en
kortere trikkelengde som forventet.