UNIVERSITETET I OSLO

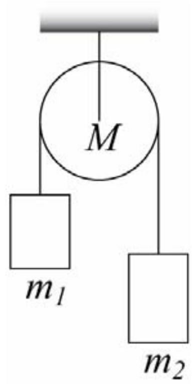
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FYS-MEK1110
Eksamensdag: Mandag 9. juni 2008
Tid for eksamen: Kl. 0900-1200
Oppgavesettet er på 5 sider inkludert formelarket.
Tillatte hjelpemidler: Øgrim og Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller
Angell, Lian, Øgrim: Fysiske størrelser og enheter: Navn og symboler
Rottmann: Matematisk formelsamling
Elektronisk kalkulator av godkjent type.

Kontrollér at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Ved sensur vil alle deloppgaver bli tillagt like stor vekt med mindre annet er oppgitt i oppgaven. Vi forbeholder oss retten til justeringer.

Oppgave 1



a) Atwoods fallmaskin består av en talje med masse M som henger i en snor fra taket. I en masseløs snor om taljen henger to masser $m_1 > m_2 > M$. Tegn et frilegemediagram for taljen og navngi kreftene. Ranger absoluttverdien av kreftene på snorene.

b) Du slipper en ball i gulvet fra en høyde h . I støtet med gulvet reduseres hastigheten til ballen med en faktor r slik at hastigheten v_1 etter støtet er relatert til hastigheten v_0 før støtet ved: $v_1 = -rv_0$. Hvor høyt spretter ballen etter støtet? Se bort fra luftmotstand.

c) Du kaster en ball horisontalt fra en høyde h slik at den treffer gulvet med hastigheten $\vec{v}_0 = v_{0,x}\hat{i} + v_{0,y}\hat{j}$. I støtet med gulvet reduseres hastigheten til ballen med en faktor r slik at hastigheten $\vec{v}_1$ etter støtet er $\vec{v}_1 = rv_{0,x}\hat{i} - rv_{0,y}\hat{j}$. Hvor høyt spretter ballen etter støtet? Se bort fra luftmotstand.

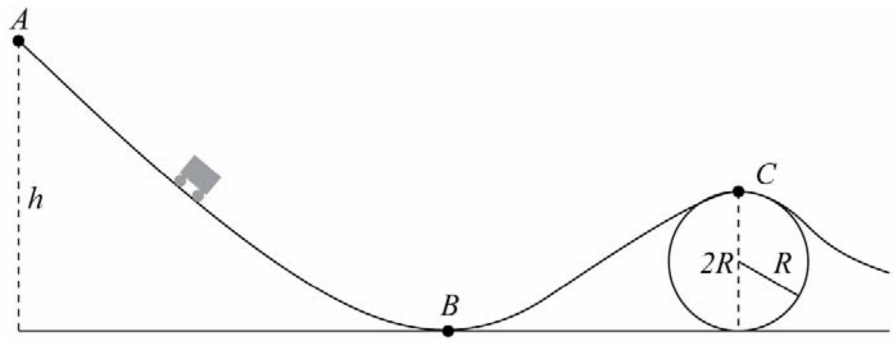
d) En planet befinner seg i posisjonen $\vec{r}$ i et koordinatsystem hvor solen er i origo. For hvilke hastigheter $\vec{v}$ vil planetens bevegelse være en sirkel?

e) Kari kjører i et romskip som holder hastigheten $0.5c$ i forhold til Ole. Kari måler romskipet til å være 10m langt i fartsretningen. Forklar hvordan Ole og Kari måler lengden av romskipet. Hvilken lengde finner Ole at romskipet har?

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi studere en vogn med massen m som sklir langs en bane. Du kan se bort fra friksjon og luftmotstand. Tyngdens akselerasjon er g .

Vognen starter i ro i punktet A i høyden h over punktet B, som illustrert i figuren. Vognen sklir ned til punktet B i bunnen av kurven og deretter opp mot punktet C på bakketoppen. I punktet C er krumningsradiusen R . Punktet C ligger en høyde $2R$ over punktet B.

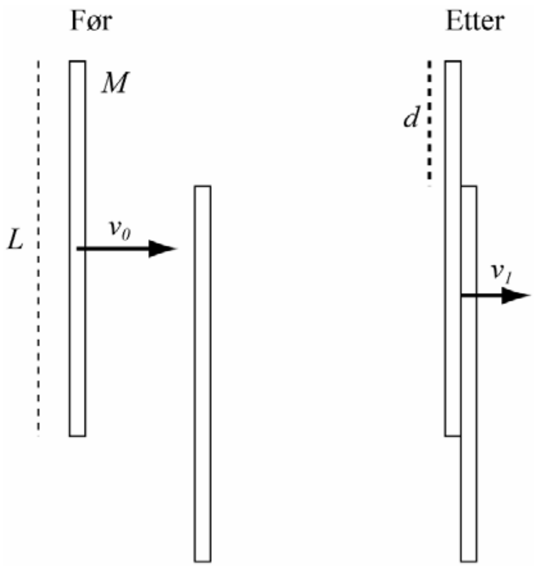


a) Finn hastigheten til vognen i punktet C. Hvor stor må h være for at vognen skal nå punktet C?

b) Hva er betingelsen for at vognen skal beholde bakkekontakten i punktet C? For hvilke høyder h vil vognen miste bakkekontakten i punktet C?

Oppgave 3

Vi skal i denne oppgaven se på en kollisjon mellom to lange, tynne staver som blir hengende sammen. Dette kan for eksempel være en modell for hvordan to lange, lineære molekyler kolliderer. De to stavene er identiske. Hver stav har masse M og lengde L . For hver stav er treghetsmomentet om dens massesenter $I_0 = ML^2/12$. Stavene glir på en horisontal, friksjonsfri flate som illustrert i figuren.



Før kollisjonen er stavene parallelle. En stav ligger i ro, mens den andre staven har hastigheten v_0 . Etter kollisjonen blir de hengende sammen som en stav, som illustrert i figuren. Startposisjonen karakteriseres ved forskyvningen d som illustrert i figuren. Du kan se bort fra bredden og høyden av staven.

a) Vis at treghetsmomentet om massesenteret for det samlede legemet er:

$$I = \frac{M}{2}\left(d^2 + \frac{L^2}{3}\right)$$

Anta først at $d = 0$.

b) Finn hastigheten v_1 til massesenteret til det samlede legemet etter støtet.

La oss nå se på det generelle tilfellet, hvor $0 \le d \le L$.

c) Finn hastigheten v_1 til massesenteret til det samlede legemet etter støtet.

d) Finn vinkelhastigheten ω_1 til det samlede legemet om massesenteret etter støtet.

e) Hva er tapet i energi i støtet? For hvilken d blir tapet minst? Kommenter resultatet.

f) Beskriv bevegelsen etter støtet.

Oppgave 4

I denne oppgaven skal vi studere en person som hopper strikk. Strikken oppfører seg som en ideell fjær med fjærstivhet k når den blir strukket, men den har ingen styrke når den blir dyttet sammen. Strikkens likevektslengde er d. Det er også en viss demping i strikken som vi modellerer som en kraft som er avhengig av hastigheten strikken deformeres med. Når strikken er strukket til en lengde x, og strikken strekkes med den momentane hastigheten v, er kraften fra strikken gitt som:

$$F(x,v) = \begin{cases} -k(x-d) - c_v v & x > d \\ 0 & x \le d \end{cases},$$

Her er c_v en konstant som beskriver dempingen i tauet, og k er fjærstivheten.

Vi legger nullpunktet for høyden der strikken er festet og regner positiv retning nedover. En person med masse m fester strikken om livet og hopper fra punktet hvor strikken er festet. Han starter med null hastighet. Du kan se bort fra luftmotstanden og du kan anta at strikken er masseløs. Bevegelsen er kun vertikal. Tyngens akselerasjon er g.

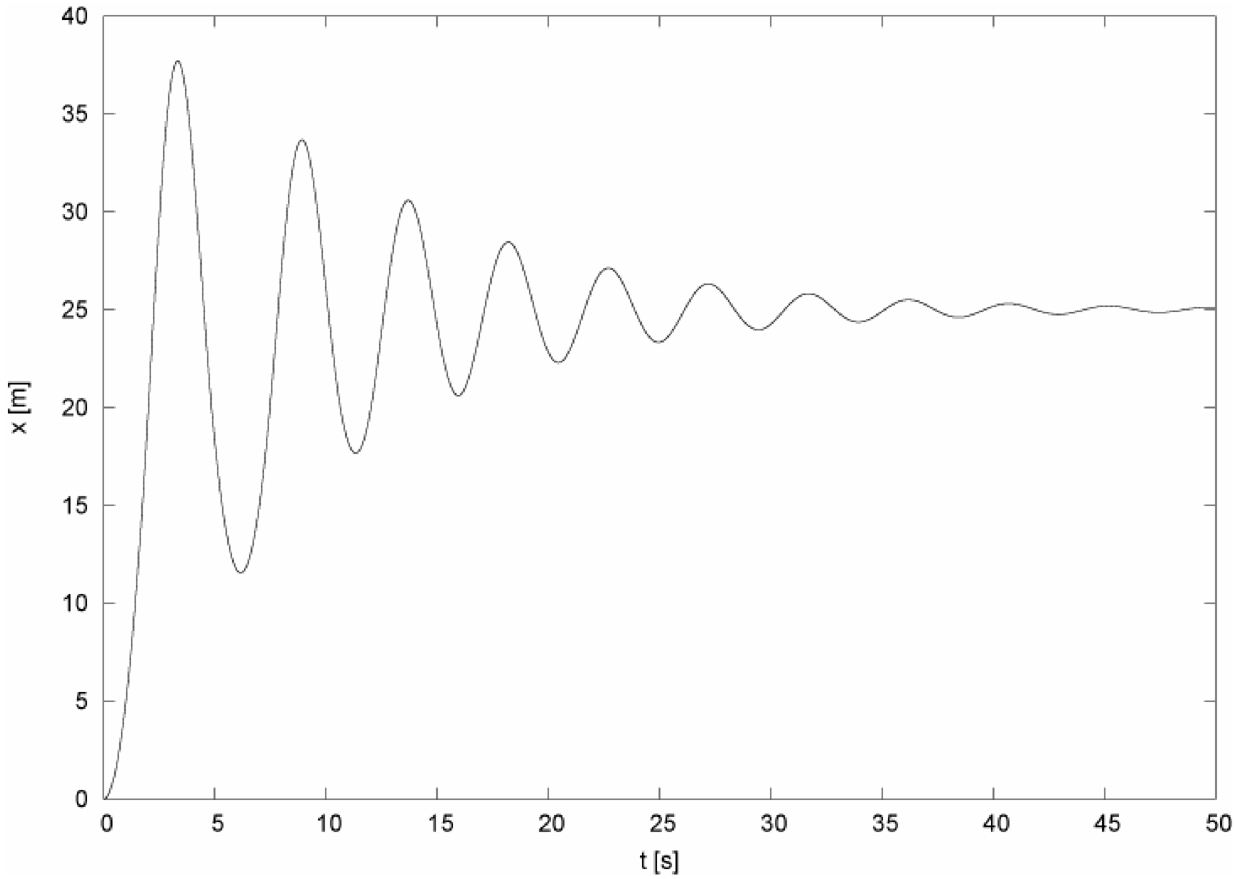
a) Tegn et frilegemediagram for personen når strikken er stram. Navngi alle kreftene.

b) I hvilken høyde blir personen hengende når bevegelsen har stanset?

c) Skisser en numerisk algoritme som finner posisjonen og hastigheten til personen ved tiden $t + \Delta t$ gitt posisjonen og hastigheten ved tiden t, hvor Δt er et lite tidsintervall. Du kan gjøre dette i Python, matlab eller pseudo-kode. Med pseudo-kode mener vi her at du skisserer algoritmestegene på et vis som gjør metoden tydelig.

d) Figur 1 nedenfor viser resultatet av en simulering av et strikkhopp med denne modellen for en strikk med lengden $d = 20\,\text{m}$ og en person med masse $m = 80\,\text{kg}$. Forklar resultatet. Gi et estimat for fjærkonstanten k brukt i simuleringen vist i figur 1.

e) Er systemet konservativt gjennom hele bevegelsen, i deler av bevegelsen, eller ikke i det hele tatt? Begrunn svaret.



Figur 1: Resultat av simulering av strikkhopp.

***

Dette er siste ark i oppgavesettet. Lykke til med oppgavene!

Formelark Fys-mek1100 våren 2008

$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, hvor $\vec{p} = m\vec{v} = m\frac{d\vec{r}}{dt}$, og $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$, $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$, $v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$.

Konstant α: $\omega = \omega_0 + \alpha t$, $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$, $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha \cdot (\theta - \theta_0)$.

Baneakselerasjon: $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\hat{u}_T + \frac{v^2}{\rho}\hat{u}_N$.

Rotasjon: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$.

Galilei-trans.: $\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'$, $\vec{v} = \vec{V} + \vec{v}'$.

Fjærkraft: $F(x) = -k\,(x - x_0)$. Luftmotstand: $\vec{F}_v = -k\vec{v}$ eller $\vec{F}_v = -Dv\vec{v}$.

Friksjon: $|F_s| \leq \mu_s N$ eller $|F_d| = \mu_d N$.

Arbeid: $W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = K_B - K_A$, Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$.

Potensiell energi: $U(\vec{r})$. Tyngdekraft: $U = mgy$. Fjærkraft: $U = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$.
Konservativ kraft: $\vec{F} = -\nabla U(\vec{r})$.

Impuls: $\vec{J} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt = \Delta\vec{p} = \vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0)$.

Rakett-likningen: $\vec{F}^{\text{ext}} + \vec{v}_{\text{rel}}\frac{dm}{dt} = m\vec{a}$.

Massesenter: $\vec{R} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{r}_i = \frac{1}{M}\int_M \vec{r}dm$, $M = \sum_i m_i = \int_M dm$.

Kraftmoment: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$. Spinn: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$.

Spinnsats: $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$. Stive legemer: $L_z = I_z\omega_z$, $\tau_z = I_z\alpha_z$.

Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$, $I = \sum_i m_i\rho_i^2 = \int_M \rho^2 dm$.

Parallellakseteoremet: $I = I_{\text{cm}} + Md^2$.

Rullebetingelse: $V = \omega R$.

Fiktive krefter: $m\vec{a}' = \sum \vec{F}^{\text{ext}} - m\vec{A} - m\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}' - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$.

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{u}_r$, $U(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r}$.

Spenning og tøyning: $\sigma_{xx} = \frac{F_x}{A_x} = E\frac{\Delta x}{x} = E\epsilon_{xx}$, $\frac{\Delta y}{y} = -\nu\frac{\Delta x}{x}$.

Lorentz-trans.: $x' = \gamma\,(x - ut)$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$.

Relativistisk: $m = \gamma m_0$, $\vec{p} = m\vec{v}$, $E = mc^2$.